

文章编号: 1001-9014(2010)05-0351-06

# 图像复原与超分辨率重构基本适用条件及提高空间分辨率上限的研究

吴 艳, 陈凡胜, 陈桂林

(中国科学院上海技术物理研究所, 上海 200083)

**摘要:**从离散-离散的成像系统出发,在理论上分析了图像复原与超分辨率重构的基本适用条件及提高图像分辨率的上限,从图像处理的角度给出了基本适用条件的量化指标,最后对理论分析结论进行了实验验证,并对实际应用中不可避免的噪声影响进行了研究,实验结果与理论研究结论一致.

**关键词:**图像复原;超分辨率重构;分辨率上限

中图分类号: TP751 文献标识码: A

## APPLICABLE CONDITIONS AND IMPROVING SPATIAL RESOLUTION UPPER LIMITS OF IMAGE RESTORATION AND SUPER-RESOLUTION RECONSTRUCTION

WU Yan, CHEN Fan-Sheng, CHEN Gui-Lin

(Shanghai Institute of Technical Physics, Chinese Academic of Sciences, Shanghai 200083, China)

**Abstract:** Basic applicable conditions and upper limits for improving spatial resolution of image restoration and super-resolution reconstruction were researched theoretically by using discrete-to-discrete imaging model. The quantitative indices of applicable conditions based on image processing were given. Experiments on restoration and SRR were carried out by simulating different sampling frequencies and SNR low-resolution images, and the results were analyzed in detail. The perfect consistence was obtained between the theory and experiment.

**Key words:** image restoration; super-resolution reconstruction (SRR); resolution upper limit

### 引言

在获取图像的过程中,大气扰动、运动模糊、光学系统像差和系统噪声等都会导致图像质量下降.引起图像质量下降的模糊程度常用图像获取过程中各环节的 PSF (Point Spread Function) 来描述.对近距离成像,图像模糊主要由光学系统、传感器的 PSF 造成,但在远距离成像如航天遥感领域中由于成像距离远,大气扰动的影响造成系统的 PSF 增大,从而使投影在焦平面上影像的极限分辨率严重下降(远小于光学系统衍射极限分辨率).图像复原是提高单幅图像分辨率的经典方法,可通过获得的图像测试出系统 PSF 或 MTF (Modulation Transfer Function),然后对获得的图像去噪、解卷积或进行 MTF

补偿,从而得到分辨率提高的图像<sup>[1-4]</sup>.超分辨率重构(SRR)是从多幅具有欠采样的互有子像素位移的图像,重构超过系统采样的 Nyquist 极限频率的图像.本文中系统的 Nyquist 采样频率均是针对系统 PSF 决定的图像的最高极限频率与探测器采样频率之间的关系,其实质是通过信息融合技术来提高图像的采样频率,因此要保证投影在焦平面上的图像的极限频率高于系统采样的 Nyquist 频率.本文从离散-离散的成像系统出发,介绍了图像复原与 SRR 的理论,从理论上分析了能有效应用图像复原与 SRR 技术的条件及它们提高空间分辨率的上限,并对分析的结论进行了仿真实验,实验结果与理论研究结论一致.对以上问题的深入研究,对推进图像复原与 SRR 结合应用来提高图像分辨率有重要意义.

收稿日期: 2009-04-23, 修回日期: 2010-06-10

Received date: 2009-04-23, revised date: 2010-06-10

作者简介: 吴 艳 (1980-), 女, 湖北天门人, 电子科学与技术工学博士, 从事图像信息处理, 超分辨率技术应用的研究. E-mail: wuyan206@163.com.

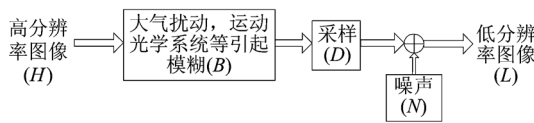


图1 适用于图像复原的成像模型  
Fig.1 The imaging model applicable to image restoration

## 1 图像复原与 SRR 适用条件及提高分辨率的上限

### 1.1 图像复原的适用条件及分辨率上限的提高

图1与图2给出了适用图像复原与SRR的离散—离散成像模型. 这里讨论的成像系统是模糊不变的情况, 即模糊矩阵  $B$  恒定. 图1用方程表示为:

$$L = D \cdot (B * H) + N \quad (1)$$

方程(1)中  $H, L$  分别代表高分辨率与低分辨率的数字图像,  $D$  为下采样矩阵,  $N$  为白噪声. 将式(1)改写为:

$$L = \text{PSF} * R + N \quad (2)$$

其中, PSF 为系统点扩散函数, 是大气扰动、运动模糊、光学系统像差、像元下采样共同作用的结果, 即:  $\text{PSF} = \text{PSF}_{\text{atmosphere}} \cdot \text{PSF}_{\text{motion}} \cdot \text{PSF}_{\text{optical}} \cdot \text{PSF}_{\text{sensor}}$ , PSF 可实验测出,  $R$  表示待复原的图像. 图像复原是根据测得的系统 PSF (在频域复原中用 MTF), 然后对获得的图像进行去噪、解卷积或 MTF 补偿.

从采样理论的角度分析式(1), 其中模糊因子  $B = \text{PSF}_{\text{atmosphere}} \cdot \text{PSF}_{\text{motion}} \cdot \text{PSF}_{\text{optical}}$ ,  $B * H$  相当于对高分辨率图像进行了低通滤波, 可通过的最高分辨率极限频率为 PSF 扩散半径倒数. 在图像处理中, 只有当 PSF 的扩散瓣大于 2 个像元时, 才可应用复原技术, 根据采样定理, 在成像系统满足 Nyquist 采样定理时 PSF 的扩展半径等于 2pixel, 因此, 理论上只有高于 0.5 倍 Nyquist 采样频率的系统复原才有效. 图像复原是消除模糊的影响, 理想情况下相当于消除由系统 PSF 造成的模糊后的采样, 所以复原后的图像相对于原高分辨率图像中高于 Nyquist 采样频率的成分出现混叠现象, 等于或小于 Nyquist 采样频率的部分清晰度提高分辨率增强. 因此, 复原后图像的最高空间分辨率不能超过系统采样的 Nyquist 频率, 实际复原由于待复原图像噪声、复原算法误差等的影响, 复原效果远达不到理想情况. 图像复原可在空域或频域中进行.

在空间域中通过测得的系统 PSF 求出反卷积函数<sup>[1]</sup>, 利用求得的反卷函数进行复原. 设反卷积函数为  $C$ ,  $C$  可补偿 PSF 引起的模糊作用, 即  $C$  和 PSF 的卷积可以生成除中心位置外其它位置的均值

为 0 的图像, 数学表达为:

$$C * \text{PSF} = \delta(x, y) \quad (3)$$

其中对式(3)进行 FT (Fourier Transform):

$$\delta(x, y) = \begin{cases} 1 & x = m, y = n \\ 0 & x \neq m, y \neq n \end{cases}$$

$$\text{fft}(C) \cdot \text{fft}(\text{PSF}) = 1 \quad (4)$$

$$\text{fft}(C) = \frac{1}{\text{fft}(\text{PSF})} \quad (5)$$

若考虑噪声对图像复原的影响, 式(5)可变为:

$$\text{fft}(C) = \frac{\text{fft}^*(\text{PSF})}{|\text{fft}(\text{PSF})|^2 + \frac{p_n}{p_f}} \quad (6)$$

式中,  $\text{fft}^*(\text{PSF})$  为  $\text{fft}(\text{PSF})$  的共轭复数,  $p_n, p_f$  分别为信号与噪声的功率谱, 通常可以用 SNR (Signal Noise Ration) 代替, 式(6)反 FT 变化得式(7).

$$C = \text{ifft}\left(\frac{\text{fft}^*(\text{PSF})}{|\text{fft}(\text{PSF})|^2 + \text{SNR}}\right) \quad (7)$$

由式(2)得:

$$L - N = \text{PSF} * R \quad (8)$$

式(8)两边同时卷积  $C$  得:

$$C * (L - N) = C * \text{PSF} * R = R \quad (9)$$

由式(9)可知复原图像可通过低分辨率图像去噪之后与反解卷积因子的卷积获得.

采用 MTF 补偿的方法<sup>[3]</sup>先将式(2)转化到频域:

$$\text{fft}(L - N) = \text{fft}(\text{PSF}) \cdot \text{fft}(R) \quad (10)$$

式(10)中  $\text{fft}(\text{PSF}) = \text{MTF} \cdot k \cdot e^{i\varphi}$ , 其中,  $k$  为  $\text{fft}(\text{PSF})$  零频率幅值,  $\varphi$  为相位. 若 PSF 是中心对称的, 则 MTF 以频谱中心为圆心的等半径圆上 MTF 值相同, 则式(10)可表示为:

$$\text{fft}(L - N) = \text{MTF} \cdot k \cdot \text{fft}(R) \quad (11)$$

则:

$$R = \text{ifft}\left(\frac{\text{fft}(L - N)}{\text{MTF} \cdot k}\right) \quad (12)$$

### 1.2 SRR 的适用条件及提高分辨率的上限

SRR 是通过多幅有亚像元位移的有欠采样的图像重构超过采样频率极限的图像, 其适用模型见图2, 用方程表示为:

$$\hat{L}_i = \hat{D}_i(B * H) + \hat{N}_i \quad (i = 1 \cdots n) \quad (13)$$

式(13)中  $L_i, D_i, N_i$  分别为矢量, 表示为矩阵的形式为:

$$\begin{bmatrix} L_1 \\ L_2 \\ \vdots \\ L_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} D_1 \\ D_2 \\ \vdots \\ D_n \end{bmatrix} \cdot (B * H) + \begin{bmatrix} N_1 \\ N_2 \\ \vdots \\ N_n \end{bmatrix} \quad (14)$$

式(14)可近似表示为:

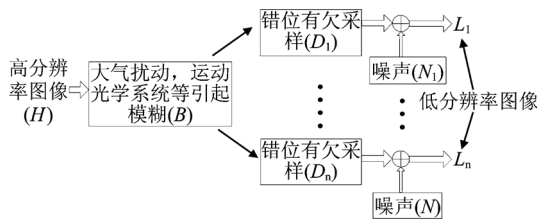


图2 适用于图像 SRR 的成像模型

Fig. 2 The imaging model applicable to image SRR

$$\begin{bmatrix} L_1 \\ L_2 \\ \vdots \\ L_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (D_1 \cdot B) * (D_1 \cdot \tilde{H}) \\ (D_2 \cdot B) * (D_2 \cdot \tilde{H}) \\ \vdots \\ (D_n \cdot B) * (D_n \cdot \tilde{H}) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} N_1 \\ N_2 \\ \vdots \\ N_n \end{bmatrix}, \quad (15)$$

式(15)中  $H$  为待重构的高分辨率图像。

对于投影在焦平面上的图像,当以低于其 Nyquist 采样 0.5 倍的频率采样时,在数字图像中系统 PSF 小于 2 个像元,在数字图像中  $D_i \cdot B (i=1 \dots N)$  小于 2 个像元,所以下采样之后模糊体现不出来,即式(15)可以简化为:

$$\begin{bmatrix} L_1 \\ L_2 \\ \vdots \\ L_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (D_1 \cdot \tilde{H}) \\ (D_2 \cdot \tilde{H}) \\ \vdots \\ (D_n \cdot \tilde{H}) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} N_1 \\ N_2 \\ \vdots \\ N_n \end{bmatrix}, \quad (16)$$

表示为矢量方程为

$$\hat{L}_i = \hat{D}_i \cdot \tilde{H} + \hat{N}_i, \quad (17)$$

对于投影在焦平面上的图像,当以高于其 Nyquist 采样 0.5 倍低于其 Nyquist 采样频率采样时,在数字图像中系统 PSF 为大于 2 个像元小于 4 个像元的矩阵,式(14)可变为:

$$\begin{bmatrix} L_1 \\ L_2 \\ \vdots \\ L_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \text{PSF}_1 * (D_1 \cdot \tilde{H}) \\ \text{PSF}_2 * (D_2 \cdot \tilde{H}) \\ \vdots \\ \text{PSF}_n * (D_n \cdot \tilde{H}) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} N_1 \\ N_2 \\ \vdots \\ N_n \end{bmatrix}, \quad (18)$$

$\text{PSF}_i$  是通过获得的低分辨率图像测得的系统点扩散函数,如忽略其差异,式(18)可变为式(19):

$$\begin{bmatrix} L_1 \\ L_2 \\ \vdots \\ L_n \end{bmatrix} = \text{PSF} * \begin{bmatrix} (D_1 \cdot \tilde{H}) \\ (D_2 \cdot \tilde{H}) \\ \vdots \\ (D_n \cdot \tilde{H}) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} N_1 \\ N_2 \\ \vdots \\ N_n \end{bmatrix}, \quad (19)$$

对于满足式(19)条件的情况,理论上是对获得的低分辨率图像先复原,然后再 SRR 获得更高分辨率的图像,相当于高分辨率图像未被模糊直接下采样得到低分辨率图像,然后对其重构,实际可先重构图像然后通过估计其扩大瓣的 PSF 进行复原来实现,原理如式(20)。

$$\begin{bmatrix} L_1 \\ L_2 \\ \vdots \\ L_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} D_1 \cdot (\widetilde{\text{PSF}} * \tilde{H}) \\ D_2 \cdot (\widetilde{\text{PSF}} * \tilde{H}) \\ \vdots \\ D_n \cdot (\widetilde{\text{PSF}} * \tilde{H}) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} N_1 \\ N_2 \\ \vdots \\ N_n \end{bmatrix}, \quad (20)$$

$\widetilde{\text{PSF}}$  为估计的扩大瓣的点扩散函数,先对低分辨率图像进行重构得到高于单幅图像采样频率的有模糊的高分辨率图像,然后采用  $\widetilde{\text{PSF}}$  对其进行复原.根据采样理论,重构图像可打破系统采样的 Nyquist 频率极限,但不可超出系统衍射极限频率.在式(19)、(20)情况下,重构图像通过再复原可以得到超出系统衍射极限频率的图像(对于这种可结合应用图像复原与 SRR 的情况将在后续文章中详细讨论).理论上,有子像素位移的有欠采样的低分辨率图像越多,重构图像分辨率越接近系统衍射极限分辨率(投影在焦平面上图像分辨率)。

SRR 是一个病态求逆问题,可以采用 IBP (Iterative Backward Projection), POCS (Projection on Convex Set) 等方法<sup>[5,6]</sup> 估计  $\tilde{H}$ , 以式(17)中  $n$  个矢量方程采用 IBP 重构为例,步骤如下:

Step1: 对获得的低分辨率图像进行滤波,即  $F_i = \hat{L}_i - \hat{N}_i = \hat{D}_i \cdot \tilde{H}$  (获得图像 SNR 较高时,这一步不需要);

Step2: 选取一幅滤波后的图像 2 倍插值作为初始高分辨率图像,即  $\tilde{H}_0 = \text{imresize}((L_1 - N_1), 2, \text{'bicubic'})$ ;

Step3:  $\tilde{H}_1 = \tilde{H}_0$ ; (赋初值)

For  $i = 1 : n$  ( $n$  为低分辨率图像数量)

$\tilde{H}_{i+1} = \tilde{H}_i + H_{BP}(D \cdot \tilde{H}_i - F_i)$ ; (式中  $D$  为下采样因子,  $H_{BP}$  为反向投影算子)

$\tilde{H}_i = \tilde{H}_{i+1}$

end

## 2 实验研究

对第2节中分析的图像复原与 SRR 重构适用

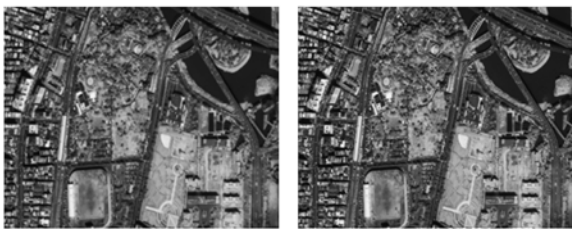


图3 采样图像插值图      图4 图3复原图像  
Fig.3 Interpolation image      Fig.4 Restored image of Fig.3



图5 高分辨率图像直接下采样插值图  
Fig.5 Interpolation image of down-sampling one of the initial one

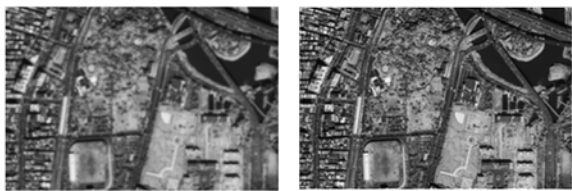


图6 采样图像插值图      图7 图6复原图像  
Fig.6 Interpolation image      Fig.7 Restored image of Fig.6

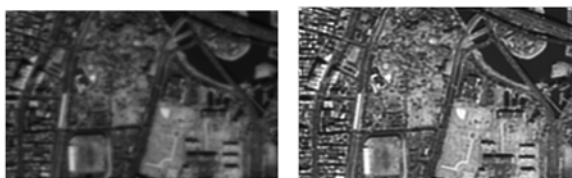


图8 采样图像插值图      图9 图8复原图像  
Fig.8 Interpolation image      Fig.9 Restored image of Fig.8

基本条件及提高分辨率的上限作实验验证. 在实验中,用1/4下采样,相当于采样率为 $1/4P$ ,分别用fspecial(‘gaussian’,4,0.5)、fspecial(‘gaussian’,8,1)、fspecial(‘gaussian’,12,2)、fspecial(‘gaussian’,16,3)、fspecial(‘gaussian’,20,3.5)、fspecial(‘gaussian’,24,4)、fspecial(‘gaussian’,28,4.5)、fspecial(‘gaussian’,32,5)仿真系统PSF获得欠采样、Nyquist采样与过采样图像. 实验中原始高分辨率图像采用IKONOS卫星台北市中心地段遥感图像.

2.1 复原适用条件实验

实验内容:①研究 $>=0.5Nyquist$ 采样频率时图像复原的有效性;②比较复原图像与原始高分辨率图像直接下采样得到的图像的分辨率;③研究高斯噪声对图像复原的影响. 图3、图4,图6、图7,图8、图9分别为0.5Nyquist、Nyquist,2Nyquist采样图像加均值为0、方差0.001的高斯噪声时的2bicubic插值放大图与其复原图像(2bicubic插值不改变原采样图像的分辨率,通过插值放大了图像,更有利于主观比较复原图像、重构图像相对于原采样图像分辨率改善效果,所以文中采用2bicubic插值图与其复原图像、重构图像进行比较研究.)

从以上三组图可以明显看到,复原图相对于插值图像分辨率有明显的提高,图4相对于图3分辨率的提高效果不如图7(图9)相对于图6(图8)显著. 本文对不同SNR不同采样频率的低分辨率图像进行了实验,其复原图像的分辨率都不超过图5(原始高分辨率图像直接下采样2bicubic插值得到图像)的分辨率. 采用相对于原始高分辨率图像1/2下采样图像的MSE与SNR作相对评价的数据指标. 表1给出了不同采样频率、不同SNR采样图像的插值图像与其复原图相对评价指标,其中有底色的为图3、图4,图6、图7,图8、图9三组图像的评价数据.

表1 相对原始高分辨率图像1/2下采样图像相对评价数据指标

Table 1 Relative valuation indice based on half down-sampling image of the initial image

采样频率(Nyquist条件为基准)		0.5	0.75	1	1.25	1.5	1.75	2
采样图像加均值为0、方差为0.001的噪声	2bicubic插值	MSE 0.0044	0.0057	0.0075	0.0084	0.0092	0.0100	0.0108
	插值复原图	SNR 36.4893	33.8945	31.2731	30.1237	29.1522	28.3203	27.6025
		MSE 0.0043	0.0043	0.0053	0.0060	0.0067	0.0074	0.0081
	SNR 36.7622	36.8462	34.7648	33.4422	32.2987	31.3011	30.4191	
采样图像加均值为0、方差为0.003的噪声	2bicubic插值	MSE 0.0045	0.0058	0.0076	0.0085	0.0093	0.0101	0.0109
	插值复原图	SNR 36.2621	33.7110	31.1237	30.0014	29.0653	28.2196	27.5134
		MSE 0.0045	0.0048	0.0058	0.0065	0.0072	0.0079	0.0085
	SNR 36.3537	35.7794	33.7607	32.5989	31.6489	30.7306	29.9529	
采样图像加均值为0、方差为0.01的噪声	2bicubic插值	MSE 0.0055	0.0068	0.0085	0.0094	0.0102	0.0110	0.0118
	插值复原图	SNR 34.3329	32.1595	29.9641	28.9660	28.1149	27.3913	26.7283
		MSE 0.0061	0.0093	0.0116	0.0120	0.0122	0.0124	0.0125
	SNR 33.2985	29.0318	26.8634	26.5578	26.3540	26.2141	26.1067	

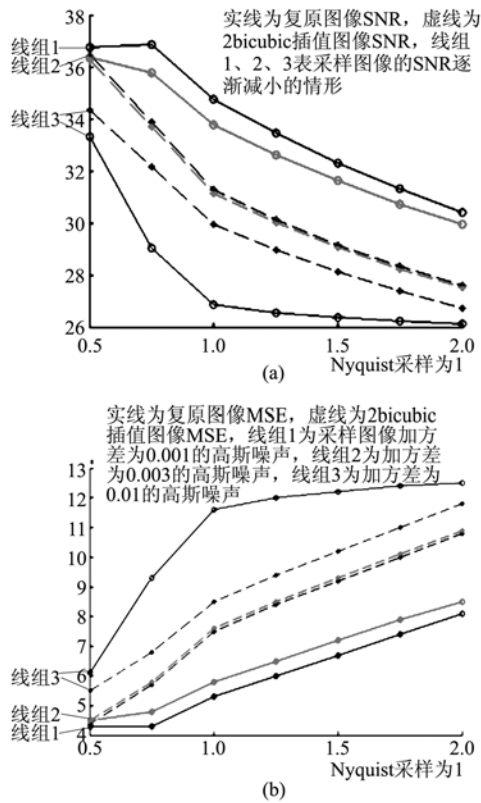


图 10 不同采样频率、SNR 采样图像 (a)2bicubic 插值图与 (b)其复原图像相对评价指标曲线图  
 Fig. 10 Curve plots of relative valuation indices of (a)2bicubic interpolation image and (b)its restored image for different frequencies and SNR image

图 10 给出了不同采样频率、不同 SNR 采样图像的插值图像与其复原图的 MSE 与 SNR 曲线. 实线为复原图像 SNR (MSE), 虚线为插值图像 SNR (MSE), 线组 1、线组 2、线组 3 分别代表三组采样图像 SNR 依次减小的情况. 实验结论: 当采样图像 SNR 较高时, 采样频率在 0.5Nyquist 处时, 复原效果不明显, 随着采样频率的增大, 复原有效性增强, 当采样频率达到 Nyquist 频率处之后复原有效性不再有明显的增强; 当采样图像的 SNR 的降低时, 复原效果明显减少, 最终导致复原效果的恶化.

2.2 SRR 适用条件实验

实验内容: ①研究  $< Nyquist$  采样频率条件下图像重构效果; ②比较重构图像与投影到焦平面上的图像分辨率; ③研究噪声对重构效果的影响. 4 幅行、列均错位 0.5pixel 的低分辨率图像通过原始高分辨率图像 1/4 下采样 (加高斯噪声) 得到. 图 11、图 12, 图 14、图 15, 图 17、图 18 分别为  $< 0.5Nyquist$  采样频率 (PSF = fspecial('gaussian', 4, 0.5))、 $= 0.5Nyquist$  采样频率 (PSF = fspecial('gaussian', 8, 1))、 $> 0.5$

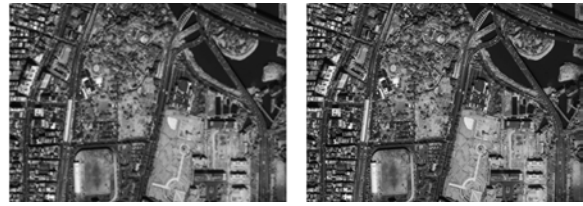


图 11 采样图像插值图 图 12 IBP 重构图像  
 Fig. 11 Interpolation image Fig. 12 IBP reconstructed image

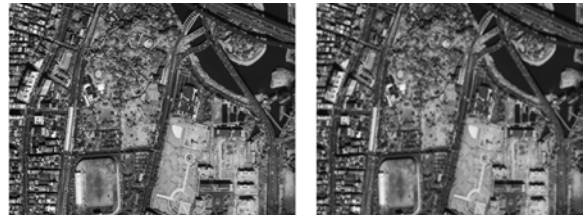


图 13 衍射极限分辨率图像 图 14 采样图像插值图  
 Fig. 13 Utmost resolution image Fig. 14 Interpolation image

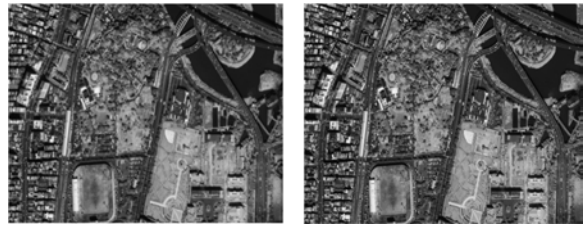


图 15 IBP 重构图像 图 16 衍射极限分辨率图像  
 Fig. 15 IBP reconstructed image Fig. 16 Utmost resolution image

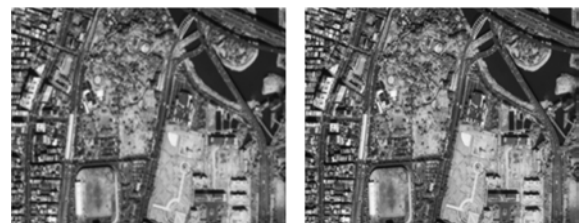


图 17 采样图像插值图 图 18 IBP 重构图像  
 Fig. 17 Interpolation image Fig. 18 IBP reconstructed image



图 19 衍射极限分辨率图像  
 Fig. 19 Utmost resolution image

Nyquist 与  $< Nyquist$  采样频率 (PSF = fspecial('gaussian', 12, 2)) 条件下采样加均值为 0、方差 0.001 的高斯噪声得到的低分辨率图像中的一幅的

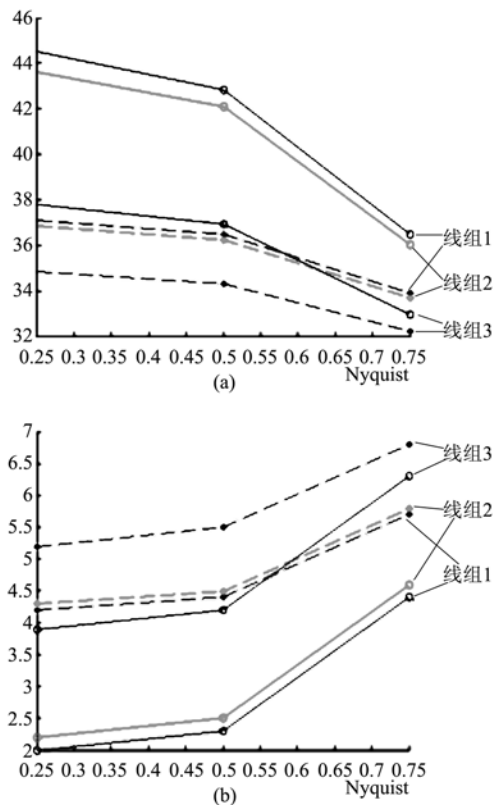


图 20 不同采样频率、SNR 采样图像, (a) 2bicubic 插值图与 (b) 其复原图像相对评价指标曲线图  
Fig. 20 Curve plots of relative valuation indices of (a) 2bicubic interpolation image and (b) its restorted image for different frequencies and SNR image

2bicubic 插值图与 4 幅低分辨率图像重构图像。

实验中采用的  $1/4$  下采样的四幅图像重构, 在不同实验条件下, 重构图像的分辨率都明显比系统衍射极限分辨率低, 可主观评价图 12 (图 15, 图 18) 与图 13 (图 16, 图 19), 文中没有对其进行客观评价。图 20 给出了图 14、图 15、图 16、图 17、图 18、图 19 三组图像 MSE 与 SNR。曲线图, 实线表示重构图像, 虚线表示插值图像, 线组 1、线组 2、线组 3 分别代表三组采样图像的 SNR 依次减小的情况。

从图 20 可以看出, 低分辨率图像 SNR 越高, 重构图像分辨率提高越明显, 欠采样程度越大提高效率

果越明显。当达到采样的 Nyquist 频率时, 重构图像相对于低分辨率图像分辨率已没有提高。

### 3 结论

理论分析与实验表明, 图像复原可应用于大于  $0.5\text{Nyquist}$  采样的成像系统, 在获得图像 SNR 较高的情况下, 过采样程度越大, 复原效果越明显, 随着 SNR 降低, 复原效果逐渐恶化, 复原所获得图像的空间分辨率极限为系统 Nyquist 采样频率; SRR 应用于欠采样系统, 低分辨率图像 SNR 较高时, 欠采样程度越大, 重构效果越明显, 当 SNR 降低时, 重构图像分辨率仍有改善, 但程度减小, 重构图像的最高空间分辨率能打破成像系统 Nyquist 极限频率, 但不能超过系统衍射极限分辨率。对于  $> 0.5\text{Nyquist}$  采样频率、 $< \text{Nyquist}$  采样频率条件, 可结合复原与 SRR 的问题在后续论文中详细研究。

### REFERENCES

- [1] LIU Zheng-jun, WANG Chang-yao, LUO Cheng-feng. Estimation of CBERS-1 Point Spread Function and Image Restoration [J]. *Journal of Remote Sensing* (刘正军, 王长耀, 骆成凤. CBERS-1 PSF 估计与图像复原. *遥感学报*), 2004, **8**(3): 234—238.
- [2] Ruiz C P, Lopez F J A. Restoring SPOT Images using PSF-derived Deconvolution filters [J]. *International Journal of Remote Sensing*, 2002, **23**(12): 2379—2391.
- [3] CHENG Qiang, DA QI-yan, XIA De-shen. Restoration of remote sensing images based on MTF theory [J]. *Journal of Image and Graphics* (陈强, 戴奇燕, 夏德深. 基于 MTF 理论的遥感图像复原. *中国图象图形学报*), 2006, **11**(9): 1299—1305.
- [4] Patra S K, Mishra N, Chandrakanth R. Image quality improvement through MTF compensation. a treatment to high resolution data [J]. *Indian Cartographer*, 2002: 86—93.
- [5] Merino Maria Teresa, Nunez Jorge. Super-resolution of remotely sensed images with variable-pixel linear reconstruction [J]. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 2007, **45**: 1446—1457.
- [6] Park SungCheol, Park MinKyu, Kang MoonGi. Super-resolution image reconstruction: A technical overview [J]. *IEEE Signal Processing Magazine*, 2003, **20**: 21—36.