

# 基于反射层析激光雷达的目标轮廓图像重建

郭睿<sup>1</sup>, 楼夷<sup>1</sup>, 张鑫源<sup>2,3\*</sup>, 郭亮<sup>4</sup>, 胡以华<sup>2</sup>

(1. 西北工业大学自动化学院, 陕西 西安 710129;  
2. 国防科技大学脉冲功率激光技术国家重点实验室, 安徽 合肥 230037;  
3. 国科大杭州高等研究院, 浙江 杭州 310024;  
4. 西安电子科技大学光电子工程学院, 陕西 西安 710071)

**摘要:** 反射层析激光雷达(RTL)通过激光探测获取目标回波投影数据以实现目标轮廓重建,但在实际中常因部分角度探测缺失导致投影数据不完备。针对这一问题,本文在已有技术的基础上,创新性地提出了一种联合投影数据结构稀疏特性与超分辨率卷积神经网络(SRCNN)的目标轮廓重建方法,有效解决了传统算法在投影数据角度严重缺失情况下的失效问题。与常规RTL成像中直接引入稀疏求解模型的思路不同,本文基于投影数据的几何先验,结合结构稀疏与SRCNN实现投影数据的全角度高分辨反演,继而采用传统RTL成像完成目标轮廓的完整重建。为验证方法有效性,本文进行了基于面元法的激光回波投影数据仿真实验及系统外场实测实验。结果表明,所提方法在不同投影数据缺失条件下均能实现高质量的目标轮廓重建。

**关 键 词:** 反射层析激光雷达; 回波投影数据; 不完备角度; 目标轮廓图像重建

中图分类号:O439

文献标识码: A

## Target contour image reconstruction based on reflective tomography LiDAR

GUO Rui<sup>1</sup>, LOU Yi<sup>1</sup>, ZHANG Xin-Yuan<sup>2,3\*</sup>, GUO Liang<sup>4</sup>, HU Yi-Hua<sup>2</sup>

(1. School of Automation, Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710129, China;  
2. State Key Lab. of Pulsed Power Laser Technology, National University of Defense Technology, Hefei 230037, China;  
3. Hangzhou Institute for Advanced Study, University of Chinese Academy of Sciences, Hangzhou 310024, China;  
4. School of Optoelectronics Engineering, Xidian University, Xi'an 710071, China)

**Abstract:** Reflective tomography LiDAR (RTL) reconstructs target contours by acquiring laser echo projection data, but incomplete angular detection in practice often leads to insufficient projection data. To address this issue, the authors propose a target contour reconstruction method that combines the structural sparsity of projection data with a super-resolution convolutional neural network (SRCNN), based on the principles and technical implementation of RTL. This approach effectively resolves the failure of traditional algorithms when projection data suffers from severe angular deficiency. Different from conventional RTL imaging methods that directly incorporate sparse reconstruction models, the authors first recover full-angle projection data by integrating sparse constraints with SRCNN based on geometry prior of the projection data, followed by standard RTL imaging algorithms to achieve complete target contour reconstruction. To validate the effectiveness of the proposed method, the authors design laser echo projection simulations based on the facet model and conduct field experiments. The results demonstrate that the authors achieve high-quality target contour reconstruction under varying levels of projection data missing conditions.

**Key words:** reflective tomography LiDAR (RTL), echo projection data, incomplete angle, target contour image reconstruction

收稿日期:2024-12-18,修回日期:2025-02-14

Received date:2024-12-18, Revised date:2025-02-14

基金项目:国家自然科学基金(61871389);国防科技大学自主创新科学基金(24-ZZCX-JDZ-43);国防科技大学青年自主创新科学基金(ZK23-45)

**Foundation items:** Supported by the National Natural Science Foundation of China (61871389); the National University of Defense Technology Independent Innovation Scientific Fund(24-ZZCX-JDZ-43); the NUDT Youth Independent Innovation Scientific Fund(ZK23-45)

作者简介(Biography):郭睿(1985—),女,陕西渭南人,副教授,博士,主要研究领域为微波雷达/激光探测技术及遥感应用。E-mail: gr2003@nwpu.edu.cn

\*通讯作者(Corresponding author): E-mail: skl\_zxy@163.com

## 引言

反射层析激光雷达(Reflective Tomography LiDAR, RTL)技术作为激光主动探测的关键技术之一,通过从多个角度获取的目标回波信号,对远距离目标进行二维轮廓重建<sup>[1-2]</sup>。相比传统光学成像,RTL进行目标探测时,其空间分辨率受探测距离的影响较小,且对大气湍流的敏感性较低,可在低信噪比条件下实现远距离目标的高精度成像<sup>[3]</sup>,这些特性使RTL在空间目标监测识别等领域展现出重要价值。随着高功率激光器与单光子探测技术的发展,当前RTL研究已从基础原理验证阶段转向复杂场景下的工程化应用<sup>[4]</sup>,其中如何通过算法创新提升不完备数据下的目标重建质量成为研究重点之一<sup>[5]</sup>。

RTL成像本质上是通过对目标的多角度激光探测,获得目标在不同观测角度下的一维时域反射回波,经预处理等得到关于目标的180°完整投影数据,采用Radon逆变换重构目标反射率分布即获得目标轮廓图像<sup>[6]</sup>。完整的RTL成像包括投影数据预处理和目标轮廓图像重建两大部分,投影数据预处理主要是进行噪声抑制(常用中值滤波<sup>[7]</sup>、卡尔曼滤波<sup>[8-9]</sup>等)及投影数据配准(主要采用G-S(Gerchberg-Saxton)<sup>[10-11]</sup>、模拟退火<sup>[12-13]</sup>等相位恢复算法)。图像重建方面,Knight等首次将计算机断层扫描(Computed Tomography, CT)图像重建引入RTL成像<sup>[14]</sup>后,基于Radon变换<sup>[15-19]</sup>的解析方法例如滤波反投影(Filtered Back Projection, FBP)算法<sup>[20-22]</sup>和基于线性方程的迭代方法例如代数重建(Algebra Reconstruction Technique, ART)算法<sup>[23-25]</sup>成为两大重建思路。

然而上述重建方法对于投影数据的完备性有着强依赖,当存在探测角度稀疏或局部角度缺失<sup>[5]</sup>时,由于投影数据的不完备会出现重建图像缺失或变形等问题,传统成像方法重建能力有限。而在远距离探测时目标回波往往都会有不同程度的缺损,针对此问题,考虑目标反射轮廓的空间稀疏先验,在数学迭代模型中引入压缩感知理论<sup>[26-27]</sup>,能够实现30%~50%角度采样率下的较好重建效果。然而,当角度缺失严重例如关键角度区间缺失时,这些方法依然会出现不可逆的信息损失,制约RTL在远距离目标探测中的应用。因此,本文主要围绕RTL在极端不完备投影数据条件下的目标轮廓图像重建方法进行研究,建立面向部分角度缺失的几

何结构恢复方法,结合结构稀疏特性提取与深度学习超分辨能力,提出联合结构稀疏的投影数据全角度恢复及超分辨卷积神经网络(Super-Resolution Convolutional Neural Network, SRCNN)增强的混合重建框架,从投影数据域对角度缺失问题进行解决。

文章结构安排如下:第1节对RTL成像原理、模型及实现进行介绍,包括稀疏ART模型以解决投影数据角度稀疏时的目标轮廓重建。第2节针对目标回波投影数据角度缺失的情况,提出基于投影数据结构稀疏和SRCNN的联合反演模型,及完整的RTL成像方法。第3节通过面元法激光回波仿真数据和外场实测数据,对所提方法进行实验验证和对比分析。第4节对本文工作进行总结。

## 1 RTL成像原理及实现

RTL技术通过获取目标的多角度一维回波信号即不同角度的投影信号,利用图像重建技术对目标的二维轮廓进行成像。RTL成像几何原理如图1所示,当目标绕坐标系原点O逆时针旋转角度θ时即对应坐标xoy绕坐标轴原点顺时针旋转角度θ获得rov坐标,同时发射的激光束沿探测方向覆盖整个目标表面。利用Radon变换获得激光照射角度θ下的目标反射投影 $p(r, \theta)$ 如式(1):

$$p(r, \theta) = \int_{L_{r, \theta}} g(x, y) dv = \int_{L_{r, \theta}} g(r \cos \theta - v \sin \theta, r \sin \theta + v \cos \theta) dv, \quad (1)$$

其中,  $L_{r, \theta}$  为积分路径, 垂直于探测方向。 $r = x \cos \theta + y \sin \theta$  为极径, 积分路径为  $v$ 。在RTL成像中, 激光不能穿透目标, 因此除表面外目标其余部分的反射系数为0, 即:

$$g(x, y) = 0, (x, y) \notin D \quad (2)$$

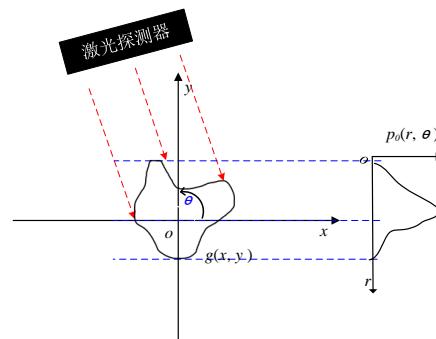


图1 RTL成像模型

Fig. 1 RTL imaging model

其中,  $D$  为目标表面点的集合。目标的反射投影可表示为:

$$p(r, \theta) = \int_{L_{r, \theta} \cap D} g(x, y) ds \quad . \quad (3)$$

直接使用 iRadon<sup>[16]</sup> 变换将不同角度下的投影数据按激光入射角度反演叠加会产生伪影, 重建图像分辨率下降, 因此常用 FBP 算法<sup>[22]</sup> 进行 RTL 成像, 重建的目标轮廓反射系数分布则为:

$$g_{FB}(x, y) = \sum_{i=1}^m F_i^{-1} [|\omega| F_i(p(r, \theta))] \quad , \quad (4)$$

其中,  $m$  为投影角度个数,  $F_i$  为一维傅里叶变换,  $F_i^{-1}$  为一维逆傅里叶变换,  $|\omega|$  表示直角坐标系转换到极坐标系的雅可比因子, 可视为一个理想的斜坡滤波器<sup>[22]</sup>。

利用 RTL 投影数据重建目标轮廓图像的具体实现过程如图 2 所示。在投影数据预处理中, 通过降噪处理消除在探测过程中由背景光、光电探测器等因素引起的回波干扰。通过投影数据配准解决由于大气湍流和目标与平台的抖动导致的不同角度投影数据旋转中心位置不一致的问题。其次进行投影数据转换, 与 CT 基于内部透射系数成像不同, 激光反射层析是基于物体表面反射进行成像, 因此需按式(5) 将反射投影数据转换为透射数据后再进行成像。

$$p(r, \theta + 90^\circ) = p_r(r, \theta + 180^\circ)^T \quad , \quad (5)$$

其中,  $\theta$  为入射角,  $p_r(r, \theta)$  与  $p_r(r, \theta + 180^\circ)$  为反射投影数据,  $p(r, \theta + 90^\circ)$  为透射数据,  $T$  为对称变换。

最后进行投影数据成像, 采用 iRadon、式(4) 所

示的 FBP 以及 ART 等不同算法, 从全角度下的目标投影数据中获取目标的轮廓信息。但这些算法需要  $0\sim180^\circ$  的全角度投影数据, 否则会出现伪影和失真。对于一部分投影数据稀疏的情况, 即当投影矩阵  $p$  的稀疏度  $P$  满足式(6) 时<sup>[31]</sup>, 可引入压缩感知理论构建 ART 稀疏重构模型, 并借助交替方向乘子法 (Alternating Direction Method of Multipliers, AD-MM)<sup>[23]</sup> 求解得到目标图像矩阵。

$$P \propto O(k \log(n/k)) \quad , \quad (6)$$

其中,  $n$  与  $k$  分别代表稀疏矩阵的稀疏度与维数,  $O(\cdot)$  取决于  $A$  与  $\psi$  的不相干程度。

传统 ART 算法通过构建如式(7) 所示的投影数据与待重建图像方程组<sup>[23]</sup>, 并利用 Kaczmarz 迭代方法<sup>[23]</sup> 求解出目标矩阵, 即可得到目标重建图像。

$$p = Au \quad , \quad (7)$$

其中,  $p$  代表投影数据矩阵,  $u$  代表目标重建图像, 而  $A$  是由  $u$  对  $p$  的权重贡献系数组成的权重矩阵。而当投影图像本身有稀疏特征, 或者图像在一定的变换基下是稀疏的, 原始的 ART 模型可以表示如下:

$$p = Au = A\psi\alpha = B\alpha \quad , \quad (8)$$

其中,  $u = \psi\alpha$ ,  $\alpha$  为稀疏矩阵,  $\psi$  为稀疏变换矩阵。根据投影观测值  $p$  和矩阵  $B$  可对  $\alpha$  进行重建, 同时目标图像由  $u = \psi\alpha$  进行重建, 据此形成基于 ART 模型的稀疏重建方法。将压缩感知图像恢复问题转化为  $L_0$  范数最小化问题, 并使用范数  $L_1$  代替范数  $L_0$ , 使其成为一个便于求解的凸优化问题。该等式可表示为:

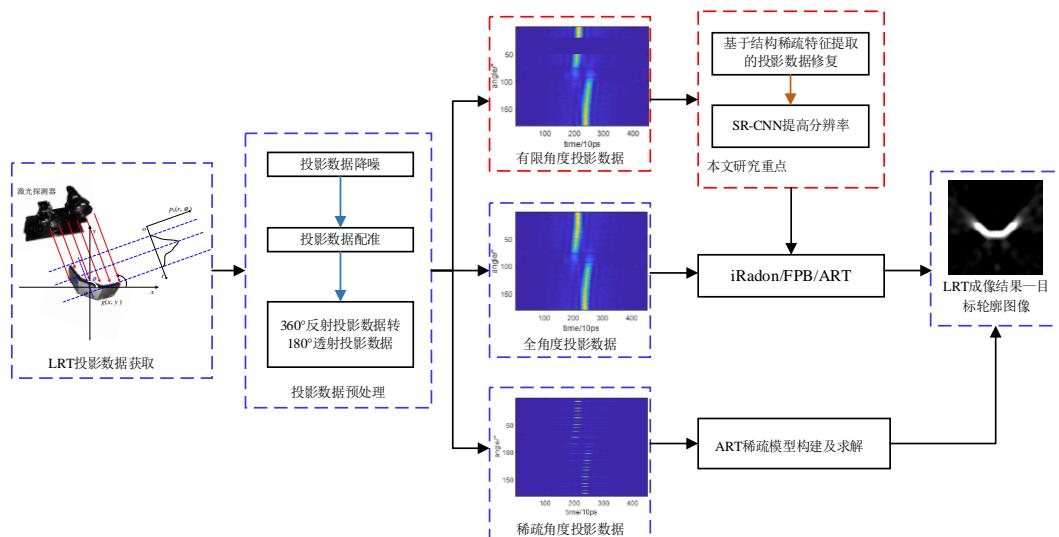


图2 基于激光反射投影数据的目标轮廓图像重建

Fig. 2 Flowchart of target contour image reconstruction from LiDAR projection data

$$\min_a \|\alpha\|_i, \text{ s. t. } p = B\alpha \quad (9)$$

其中,  $\|\cdot\|_i$  ( $i = 0, 1, 2$ ) 代表  $i$  范数。可以采用正交匹配追踪(Orthogonal Matching Pursuit, OMP)等方法<sup>[28]</sup>求解  $\alpha$ , 进而得到  $u$  实现目标轮廓图像的重建。考虑到目标轮廓图像也具有梯度稀疏特性, 可引入全变分(Total Variation, TV)<sup>[29]</sup>最小化稀疏重构, 形成改进的 ART 图像重建方法(TV sparse reconstruction with modified ART model, TV-mART)<sup>[30]</sup>, 对图像进行重建。除此, 将能够去除伪影的非局域均值(Nonlocal-Means, NLM)加权引入式(8)所示的 ART 稀疏重构模型中, 采用 NLM-ART 能有效减少 RTL 图像重建过程中产生的伪影<sup>[5]</sup>。

## 2 投影数据角度缺失的 RTL 目标轮廓图像重建

上节基于压缩感知理论构建的 ART 稀疏图像重建算法在投影数据角度稀疏时的重建性能较好, 但如果投影数据存在较大的角度区间缺失, 由于投影数据只覆盖部分观测角度而不是  $0\sim180^\circ$ , 例如仅有  $0\sim90^\circ$  等, 此时  $p$  的稀疏度  $P$  不满足式(6), 无法重建结构完整的目标轮廓图像。故本节从投影数据修复的角度出发, 将投影数据图像域的结构稀疏特点作为几何先验, 先基于回波投影数据的结构稀疏特性和 SRCNN<sup>[32]</sup>将角度缺失的投影数据恢复为全角度投影数据, 进而采用 RTL 成像算法(为了后续对比, 这里采用最简单的 iRadon 算法)重建目标轮廓图像, 所提方法的具体实现流程如图 3 所示。

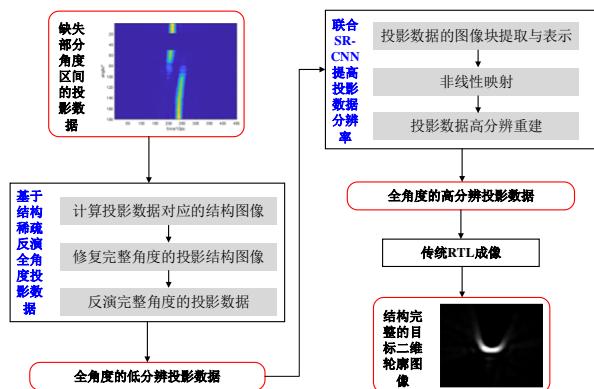


图3 投影数据角度缺失的 RTL 成像流程图

Fig. 3 Flowchart of RTL imaging with incomplete angle projection data

### 2.1 基于结构稀疏性反演全角度投影数据

以 RTL 全角度  $0\sim180^\circ$  回波投影数据为例, 如图

4(a)所示, 可以看出回波信号强的点分布具有较强的聚集性, 基本聚集在红线所示范围内, 与周围存在明显边界, 可以较容易区分其图像结构。因此, 在修复 RTL 投影数据时, 先修复对应缺失角度投影数据的结构图像。然后利用恢复的结构图像形成先验信息约束后, 再进行边缘结构里的内部图像修复, 即依据各结构中图像纹理信息的统一性, 沿图像缺失区域的边缘及修复后的结构边缘进行纹理区域填充, 得到最终修复的全角度投影数据, 具体步骤如下:

第一步: 计算缺失角度的投影数据对应的结构图像。激光投影数据的结构信息可以通过投影数据图像的结构稀疏性来提取。采用稀疏算子  $G$  通过衡量图像块之间的相似性直接得到一系列灰度值点, 以区分不同结构区域, 从而形成结构图像。稀疏算子  $G$  的计算如下式<sup>[33]</sup>:

$$G(D_r) = \sqrt{\sum_{q \in N(r)} \left[ \frac{1}{Z(r)} \exp\left(-\frac{\|D_r - D_q\|}{\sigma^2}\right) \right]^2}, \quad (10)$$

其中,  $D_r$  与  $D_q$  分别为以投影数据图像中像素点  $r$  与  $q$  为中心的图像块, 本文中采用  $3\times 3$  的图像块,  $\|D_r - D_q\|$  表示  $D_r$  与  $D_q$  之间的欧式距离,  $Z(r)$  表示归一化系数, 且满足下式:

$$\sum_{q \in N(r)} \left[ \frac{1}{Z(r)} \exp\left(-\frac{\|D_q - D_r\|}{\sigma^2}\right) \right] = 1. \quad (11)$$

经过计算得到  $G(D_r)$  的值就是像素点  $r$  在结构图像中对应位置的灰度值。利用上述方法对初始图像中的像素点对应的稀疏算子  $G(D)$  依次进行计算, 在遍历整幅图像后, 最终能够得到整个数据的结构图像。图 4(b)、(c) 分别展示了共缺失  $30^\circ$  的投影数据图像以及对应的结构图像。

第二步: 对缺失角度的结构图像进行修复。获取激光投影数据的结构图像后, 在角度未缺失区域中, 遍历结构图中稀疏算子值相同的点, 并在梯度垂直方向上进行匹配以得到最优偏移量。即如果结构图像中存在一点  $R_1(x_1, y_1)$  与另一不同点  $R_2(x_1+u, y_1+v)$  的稀疏算子  $G(D_{R1})$  与  $G(D_{R2})$  相等, 则两者的偏移量记为  $(u, v)$ 。统计所有与  $R_1$  稀疏算子值相等的点, 统计其偏移量, 记其中的最大偏移量  $(u_{\max}, v_{\max})$  为最优偏移量。最后在结构图像的角度缺失区域, 依据式(12)修复点  $(x, y)$  处的结构图像值, 对角度缺失的区域全域采用此方法得到修复的结构图像。

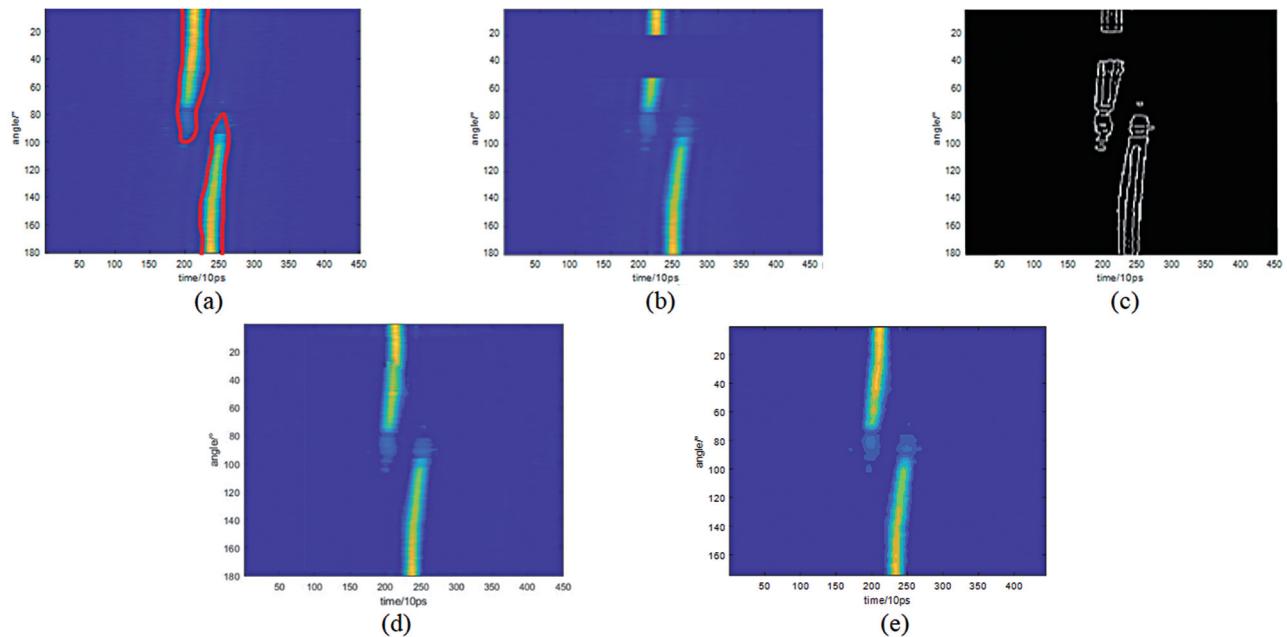


图4 投影数据图像:(a)投影数据结构稀疏性示意图;(b)缺失角度的投影数据图像;(c)图像(b)对应的结构图;(d)修复的全角度低分辨率投影数据;(e)反演的全角度高分辨率投影数据

Fig. 4 Images of the projection data: (a) schematic diagram of the structure sparsity of the projected data; (b) image of the projection data with missing angles; (c) the corresponding structure image of (b); (d) recovered low-resolution projection data; (e) retrieved high-resolution projection data

$$G(D_{x,y}) = G(D_{(x+u_{\max}, y+v_{\max})}) \quad . \quad (12)$$

第三步:对缺失角度的激光投影数据进行修复。在完成结构图像修复后,根据图像纹理信息的统一性,沿投影数据图像角度缺失区域的边缘及修复后的结构边缘,按式(13)进行纹理区域填充,可得到低分辨率的投影数据修复图像如图4(d)所示。

$$I(x,y) = I(x+u_{\max}, y+v_{\max}) \quad . \quad (13)$$

综上,本文提出的基于结构稀疏修复RTL角度缺失投影数据的流程图如图5所示。

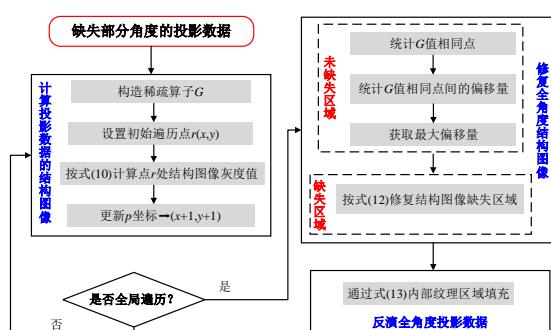


图5 基于结构稀疏修复投影数据流程图

Fig. 5 Flowchart of projection data recovery based on structure sparsity

## 2.2 基于SRCNN的投影数据高分辨率重建

激光投影数据的图像反映的是0~180°观测角度下由激光束逐角度探测获得的目标轮廓反射率,在进行2.1节所述的激光投影数据全角度恢复后,获得的投影数据分辨率较低,直接进行反射层析成像影响目标轮廓图像重建的质量。因此,再利用SRCNN,对该低分辨率投影数据进行增强处理,得到高分辨率、高质量的完整角度激光投影数据。该网络依功能划分为三层结构——图像块提取与表示层、非线性映射层、图像重构层,以此实现图像端对端的映射。在此三层结构中分别采用公式(14)中的 $F_1(Y)$ 、 $F_2(Y)$ 、 $F_3(Y)$ 实现特征提取、非线性映射、高分辨率图像重构的功能。

$$\begin{cases} F_1(Y) = \max(0, W_1 \otimes Y + B_1) \\ F_2(Y) = \max(0, W_2 \otimes F_1(Y) + B_2) \\ F_3(Y) = W_3 \otimes F_2(Y) + B_3 \end{cases}, \quad (14)$$

其中, $Y$ 为输入的初步修复的投影图像, $W_1$ 为滤波器的权重, $B_1$ 为滤波器的偏置,是一个 $n_1$ 维向量,其向量元素均相关于滤波器。 $F_2(Y)$ 实现第一层输入的特征面进行非线性映射的功能,其作用类似于字典学习中的将低分辨率字典映射到对应的高分辨率字典<sup>[34]</sup>。其中, $W_2$ 包含 $n_2$ 个大小为 $n_1 \times f_2 \times f_2$ 的滤波

器,  $B_2$  是  $n_2$  维向量, 代表用于下一步重构中的高分辨率图像块。 $F_3(Y)$  中  $W_3$  对应于  $c$  个大小为  $n_2 \times f_3 \times f_3$  的滤波器,  $B_3$  是  $c$  维向量。经过 SRCNN 网络处理后的投影数据图像如图 4(e) 所示。

获得高分辨率的激光投影数据后, 再采用 RTL 图像重建算法, 就可以得到结构较完整的高质量目标轮廓重建图像, 从而实现投影数据角度缺失时 RTL 目标轮廓的完整重建, 即图 3 所示的基于结构稀疏和 SRCNN 的目标轮廓图像重建方法。

### 3 实验设计及分析

#### 3.1 仿真实验设计及结果分析

本节首先进行 RTL 成像仿真实验对所提方法进行验证。通过 3DMax 软件构建图 6 所示的卫星模型<sup>[35]</sup>, 卫星星体尺寸  $1.8 \text{ m} \times 1.8 \text{ m}$ , 星翼尺寸  $0.8 \text{ m} \times 3.5 \text{ m}$ 。假设卫星表面材料为纯漫反射材料, 以此模拟理想条件下的 RTL 回波数据。

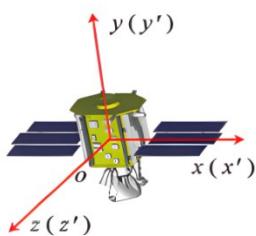


图 6 卫星模型

Fig. 6 Satellite model

由于激光器输出的单个激光脉冲时域上具有高斯线型, 采用高斯分布模型对激光雷达信号进行仿真:

$$p(t) = \frac{2}{T_{1/2}} \sqrt{\frac{\ln 2}{\pi}} \exp\left(-4 \ln 2 \times \left(\frac{t - 3/2 \times T_{1/2}}{T_{1/2}}\right)^2\right), \quad (15)$$

其中,  $T_{1/2}$  表示激光脉冲的半峰全宽, 可以调节发射激光脉冲的时域波形。设激光器的脉冲宽度为 0.5 ns, 之后采用面元法<sup>[34]</sup>对卫星模型进行分割, 每一子面元拥有距离、反射率等相关信息。由光电二极管的响应特性得到整个目标的响应函数  $h_p(t)$  为回波信号强度的叠加, 即:

$$h_p(t) = \sum_{S_{\text{object}(x,y)}} h_p(x, y, t_j), \quad (16)$$

其中,  $S_{\text{object}(x,y)}$  表示目标表面所有点面元集合,  $t_j$  为接收子面元回波信号的时间。对激光脉冲时间分布模型函数与探测目标的响应函数进行卷积处理, 得到激光光束与探测目标作用后返回接收器的全波

形回波信号  $p_r^{\text{receiver}}$ :

$$p_r^{\text{receiver}}(t) = h_p(t) * [I_0 p(t)] = I_0 \int_{-\infty}^{+\infty} h_p(\tau) p(t - \tau) d\tau, \quad (17)$$

其中,  $*$  表示卷积运算。同时, 考虑到目标面元存在互相遮挡的情况, 采用消隐算法<sup>[34]</sup>最终确定全波形回波信号。仿真得到的 10° 间隔均匀和随机采样、60° 投影角度缺失以及 120° 投影角度缺失的激光回波投影数据如图 7(a) 所示。采用传统 iRadon、FBP、ART、TV-mART<sup>[30]</sup> 和 NLM-ART<sup>[5]</sup> 方法, 以及 SS-SRCNN 投影数据修复后的 iRadon (SS-SRCNN-iRadon) 进行图像重建, 得到的结果如图 7(b)~(g) 所示。

从图 7 中可以看出, 在全角度投影数据条件下, 各算法包括传统算法均可以重建目标, 且图 7(e1)、(f1) 中目标的结构更清晰, 表明 NLM-ART 方法以及经过改进后的 TV-mART 方法在全角度下能够获得更好的重建图像。从图 7(a2)~(g2)、(a3)~(g3) 中可以看出, 对于 10° 均匀间隔采样后的投影数据, 各算法还能维持成像中目标轮廓特征, 但对 10° 随机采样后的投影数据, 成像结果中出现大量伪影。相对传统成像算法, 图 7(f3) 中 NLM-ART 重建结果伪影较少, 但目标轮廓模糊, 而图 7(e3) 中 TV-mART 方法的重建结果具有更明显的目标轮廓且伪影更少。

在有限角度仿真中, 60° 与 120° 投影数据缺失时图像重建的结果图 7(a4)~(f4)、(a5)~(f5) 中, 成像结果都是失真的, 且目标轮廓不全, 说明角度缺失对 RTL 图像重建影响很大。无论是传统成像算法还是稀疏压缩感知算法等都不能对成像结果进行很好的重建。采用 SS-SRCNN-iRadon 进行图像重建时, 图 7(g4)、(g5) 中成像结果比其他方法结果具有更清晰的目标轮廓。由此可以看出, 针对稀疏角度投影数据, NLM-ART 伪影去除效果很好, 而 TV-mART 不仅能有效减少重建图像中的伪影, 而且能保持目标轮廓的结构特征。针对有限角度投影数据, 其余方法效果不佳, 而 SS-SRCNN-iRadon 的 RTL 图像重建方法可以很好恢复全角度投影数据从而利于保持目标轮廓的结构特征。

为了定量评估图 7 中 RTL 重建图像的质量, 本节采用结构相似性 (Structure Similarity Index Measure, SSIM) 和峰值信噪比 (Peak Signal-to-Noise Ratio, PSNR) 两种常用的评价指标<sup>[36]</sup>。SSIM 用于评估重建结果与其对应的原始图像之间的相似程度。

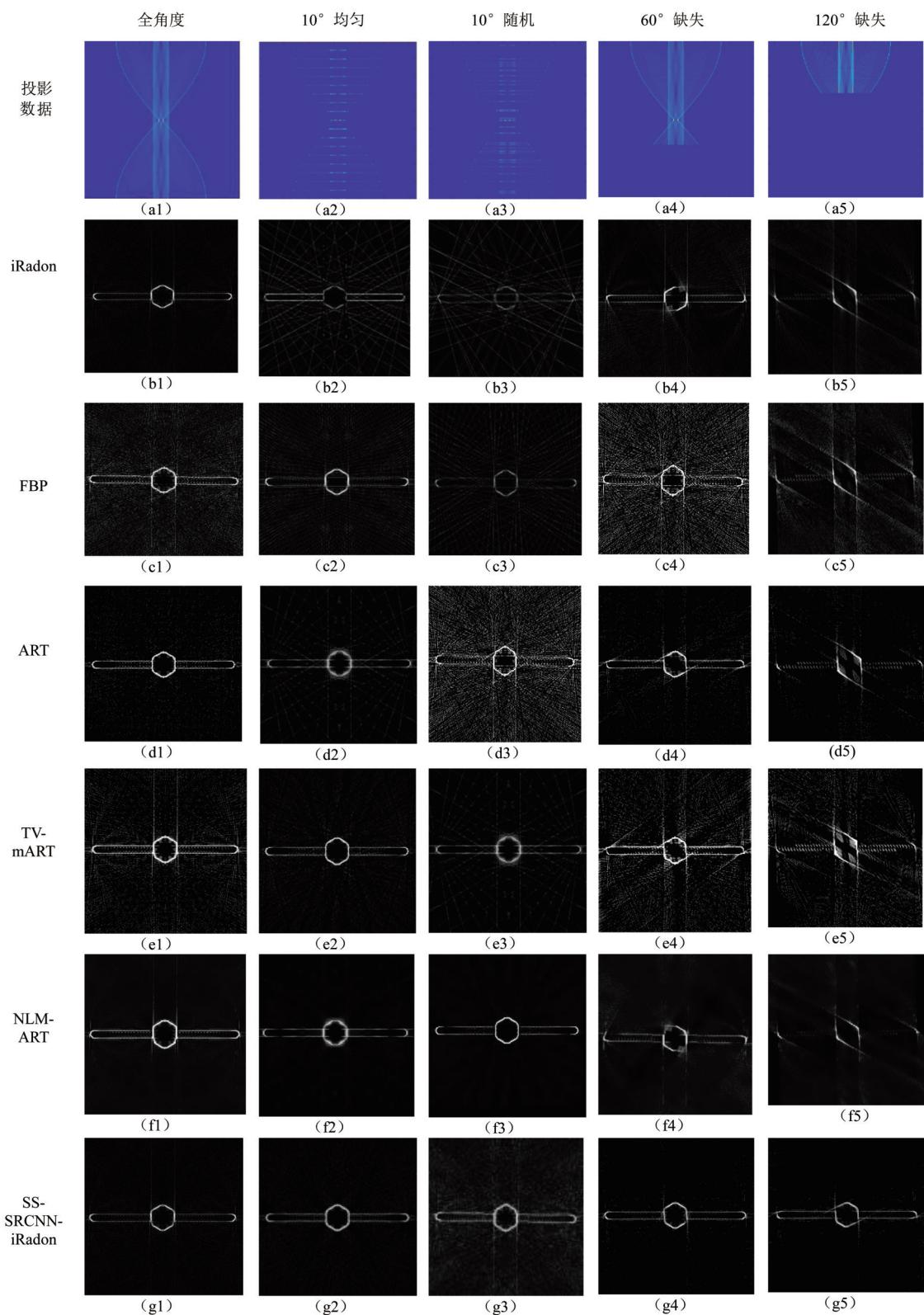


图7 RTL仿真数据及目标轮廓成像结果

Fig. 7 Simulated RTL projection data and the reconstructed target contour images

当SSIM值越大时,重建图像与原图像相似度越高,表明该重建方法具有更好的重建能力。SSIM定义为:

$$\text{SSIM}(x,y) = \frac{(2\mu_x\mu_y + c_1)(2\sigma_{xy} + c_2)}{(\mu_x^2 + \mu_y^2 + c_1)(\sigma_x^2 + \sigma_y^2 + c_2)}, \quad (18)$$

其中, $x$ 和 $y$ 分别为两幅待比较的图像, $\mu_x$ 和 $\mu_y$ 分别

为  $x$  和  $y$  的平均值,  $\sigma_x^2$  和  $\sigma_y^2$  分别为  $x$  和  $y$  的方差,  $\sigma_{xy}^2$  为  $x$  和  $y$  的协方差,  $c_1$  和  $c_2$  为常数。

PSNR 表示信号最大可能的功率和影响它的噪声功率的比值, 常用于信号及图像重建质量的评价。当 PSNR 值越大时, 表明重建图像越清晰、质量越好。PSNR 的定义如下:

$$\text{PSNR} = 10 \log_{10} \frac{(\text{MAX}_I)^2}{\text{MSE}} = 20 \log_{10} \frac{\text{MAX}_I}{\sqrt{\text{MSE}}}, \quad (19)$$

其中,  $\text{MAX}_I$  表示图像  $I$  的最大像素值,  $\text{MSE}$  表示大小为  $m \times n$  的原始图像  $I$  和重建图像  $K$  之间的均方误差 (Mean Squared Error, MSE), 其定义如下:

$$\text{MSE} = \frac{1}{mn} \sum_{i=0}^{m-1} \sum_{j=0}^{n-1} [I(i, j) - K(i, j)]^2. \quad (20)$$

以 3DMax 模型的平面投影轮廓图像作为原始参考图像, 分别计算图 7 中各重建结果的 SSIM 和 PSNR 值如表 1 和 2 所示。

表 1 不同算法重建图像的 SSIM

Table 1 SSIM comparison of the reconstructed images using different methods

	NLM-ART	ART	FBP	iRadon	TV-mART	SS-SRCNN-iRadon
全角度	0.925	0.916	0.816	0.751	0.927	0.903
10°间隔	0.741	0.673	0.533	0.372	0.754	0.737
10°随机	0.717	0.611	0.529	0.331	0.725	0.724
60°缺失	0.602	0.601	0.499	0.310	0.652	0.722
120°缺失	0.499	0.495	0.321	0.226	0.531	0.699

表 2 不同算法重建图像的 PSNR

Table 2 PSNR comparison of the reconstructed images using different methods

	NLM-ART	ART	FBP	iRadon	TV-mART	SS-SRCNN-iRadon
全角度	28.95	28.25	25.41	25.49	28.74	28.66
10°间隔	26.66	25.87	23.61	22.09	26.55	26.41
10°随机	25.88	24.43	18.91	21.31	25.66	25.57
60°缺失	24.89	24.87	20.74	24.11	22.63	25.43
120°缺失	23.76	23.64	19.69	22.87	23.53	24.89

从表中可以看出, 当探测角度不存在缺失时, 无论全角度还是稀疏观测角度, TV-mART 的 SSIM 高于其他算法结果的值, 表明此方法相比其他算法具有更好的图像重建能力。同时, NLM-ART 重建结果的 PSNR 值也均高于传统算法以及其余算法结果的值, 证明该方法能够有效减少伪影。表 1 和 2

中的结果与图 7 中结果的分析一致, 进一步证明第 1 节所提方法在角度稀疏激光投影数据图像重建的有效性。对于有限角度下的目标轮廓图像重建, 从表中可以看到, 提出的 SS-SRCNN-iRadon 方法的 SSIM 和 PSNR 值相比于有限角度下采用其他各种方法直接重建结果的值有很大的提高, 所提出方法对有限角度下图像重建的能力毋庸置疑。因为在进行基于 SS-SRCNN 的投影数据恢复后采用传统的 iRadon 算法进行成像, 所以 SS-SRCNN-iRadon 在稀疏观测角度和全角度观测时结果指标稍弱于 TV-mART 和 NLM-ART, 但 SS-SRCNN-iRadon 的运算效率要远高于 TV-mART 和 NLM-ART, 关于运算量的对比也在 3.3 节中给出具体的分析。

### 3.2 实测实验设计和结果分析

除仿真外, 本节对外场实验进行介绍, 并分析比较各方法在对不同数据缺失情况下的目标轮廓图像重建能力。图 8 所示为 RTL 外场实验装置与数据, 图 8(a) 中的激光收发装置发射激光的脉宽为 100 ps, 带宽为 10 GHz。图 8(b) 为探测目标—三边梯形板, 每边为 4 cm, 两个夹角均为 135°, 探测目标放置在距离激光发射器 30 m 处, 以每秒 25° 的恒定速度旋转。与仿真实验不同, 在处理外场实测数据时先进行降噪、配准以及 180° 投影数据转换等预处理。本节采用中值滤波和 SVD 算法进行联合滤波, 对 0~180° 每个角度对应的一维激光回波数据分别进行滤波后, 使用改进的 G-S 算法对激光投影数据进行配准, 然后根据反射透射数据转换关系, 将 360° 激光反射投影数据转换成 180° 透射投影数据, 得到如图 8(c) 所示的投影数据后, 就可以进行目标轮廓图像的重建。

在完成预处理后, 采用图像重建算法对投影数据进行 RTL 成像。本节对 0~180° 角度下的实测数据分别进行 10° 间隔均匀和随机采样、60° 投影角度缺失以及 120° 投影角度缺失, 对应激光数据不完备的几种情况。采用 TV-mART、NLM-ART、SS-SRCNN-iRadon 的 RTL 图像重建方法以及作为对比的传统 iRadon、FBP、ART 方法进行图像重建, 得到的结果如图 9 所示。

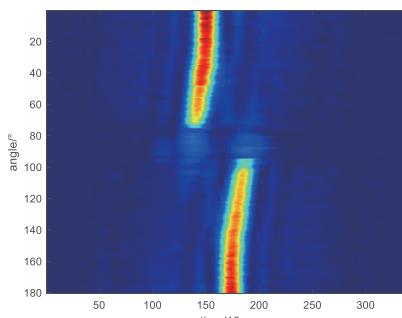
图 9 中明显可以看出, 在全角度下的重建结果均是清晰的, 且探测目标的轮廓都得到很好的重建。针对稀疏角度的投影数据图像重建, 传统重建算法的重建结果变得失真, 并且出现许多伪影。而 TV-ART 重建结果在边缘保持和部分目标特征恢复



(a)



(b)



(c)

图8 RTL外场实验装置与数据:(a)激光收发装置;(b)实验探测目标;(c)激光投影数据

Fig. 8 RTL outfield experimental device and data: (a) laser transceiver device; (b) experimental detection target; (c) measured laser projection data

方面表现出更好的效果,但重建图像的完整性仍受到伪影的影响。相比之下,图9(f2)~(f3)中NLM-ART重建结果在伪影去除上的作用非常明显。

缺失角度下的投影数据重建目标轮廓图像时,由图9看出除SS-SRCNN-iRadon外,其余算法重建图像中的目标轮廓均失真,只能恢复探测目标的一部分结构。而利用SS-SRCNN-iRadon方法可以很好地重建出目标轮廓,与全角度结果接近,再次证明提出的SS-SRCNN-iRadon方法在有限角度投影数据条件下重建图像的有效性。

相比较仿真实验,在激光外场实测实验中,缺

少目标的原始图像这一重要参考信息,SSIM和PSNR无法有效进行图像质量评价,因此本节引入自参考指标信息熵(Information Entropy, IE)和相关系数(Correlation Coefficient, CC)<sup>[37]</sup>作为RTL实测实验的评价指标。IE代表图像的信息丰富程度,IE值越大表示图像信息越多,在RTL中即代表重建目标更明显和清晰。IE的定义如下:

$$IE = -\sum p_i \ln p_i \quad (21)$$

其中,  $p_i$  是图像像素点中像素值为  $i$  的概率。

CC表示图像之间的相似度,其定义如下:

$$CC = \frac{\text{cov}(A, B)}{\sqrt{\text{var}(A)\text{var}(B)}} \quad (22)$$

其中,  $A$  和  $B$  是两个待比较图像, cov 表示  $A$  和  $B$  之间的协方差, var 表示方差。CC 的值介于 0 和 1 之间,当 CC 值越接近 1 时,两个图像越相似。在 RTL 实验中,通过计算全角度下的重建结果和稀疏角度下的重建结果的 CC 值来评价图像重建还原度。图 9 中重建图像的 IE 和 CC 值如表 3 和 4 所示。

可以看出,在全角度探测下,使用不同方法得到的重建图像 IE 值非常接近。但对于稀疏角度投影数据,使用 NLM-ART 的重建结果具有最高的 IE 值。使用 TV-mART 得到的结果 CC 值最高,证明 TV-mART 方法重建图像的效果以及 NLM-ART 在伪影去除上的效果,验证了第 1 节中所提的稀疏角度 RTL 图像重建的有效性。同时从表中可以看出,针对有限角度激光投影数据下的图像重建,提出的 SS-SRCNN-iRadon 方法的 IE 和 CC 值相比于其余方法的重建结果值有很大的提高。将其与传统方法 ART 算法相比,尽管该方法在全角度时利用 iRadon 算法重建效果略劣于 ART 算法,在数据角度存在缺失时进行重建,所得 IE 与 CC 均高于 ART 算法,由此验证 SS-SRCNN 恢复投影数据进而进行图像重建这一新思路的有效性。

### 3.3 运算量对比

在此实验中, iRadon 图像重建算法需要对投影数据进行反投影操作,这一过程的计算量取决于图像的分辨率和投影数,其复杂度为  $O(p \times M \times N)$ ,  $p$  表示投影数,  $M \times N$  表示重建图像大小; FBP 算法在 iRadon 算法基础上增加了滤波操作,其计算复杂度为  $O(p \times M \times N + p \times (N-p))$ ,  $N-p$  表示投影像素值; ART 算法使用 Kaczmarz 迭代方法求解,每次迭代时需对投影图像每个像素进行更新,故其计算复杂度为  $O(K \times p \times M \times N)$ ,  $K$  表示迭代次数; 而 ART 稀疏重建模

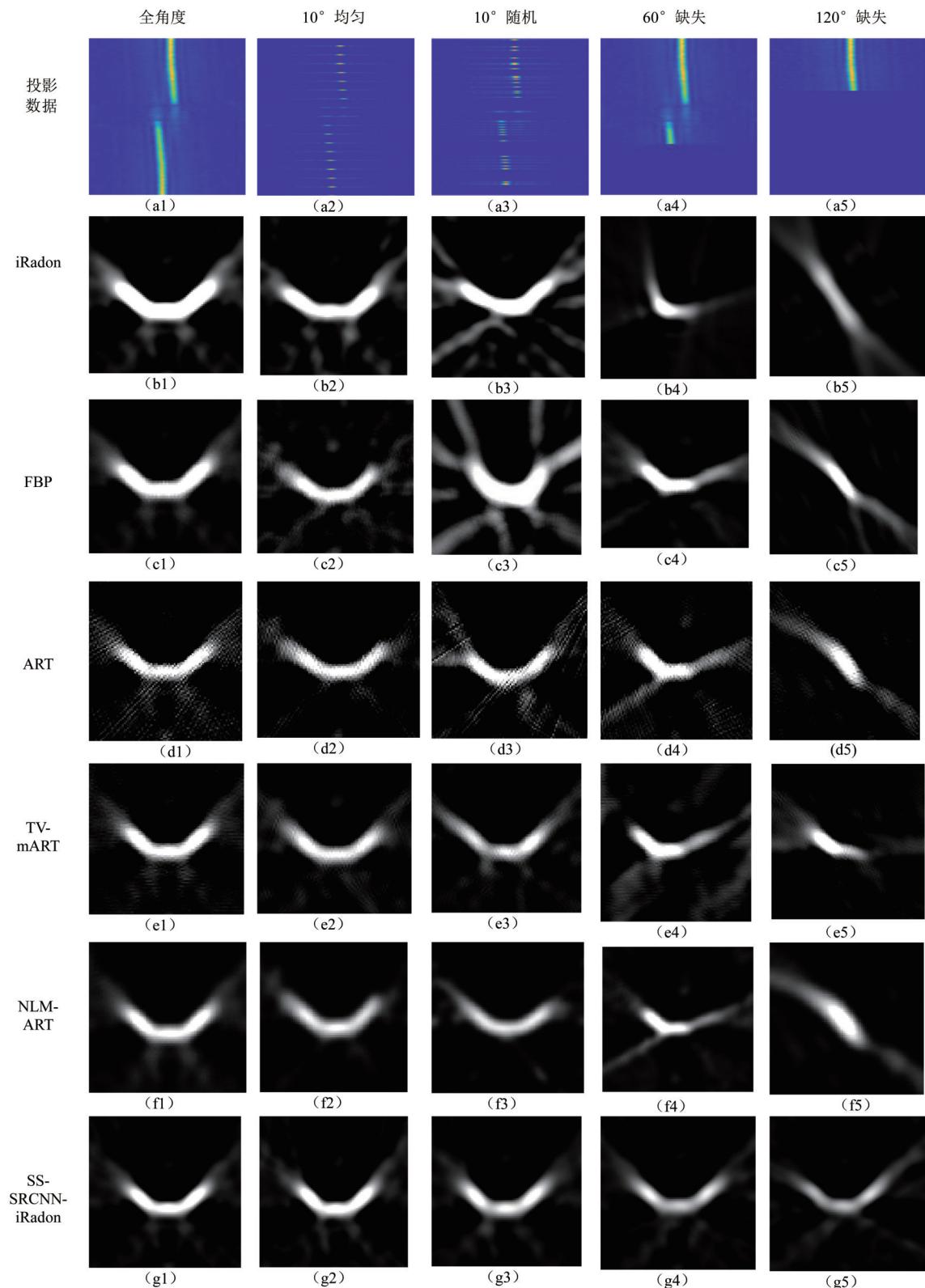


图9 RTL实测数据及重建结果

Fig. 9 Reconstruction results of the measured RTL data

型中采用压缩感知方法,其计算复杂度为  $O(K \times (M \times N + M \times N \times \log(M \times N)))$ 。经分析,在上述算法中 iRadon 算法复杂度最低,计算效率最高,故在本节实验

中,利用 SS-SRCNN 恢复投影图像后,采用 iRadon 算法对其进行图像重建时,基于结构稀疏的投影数据恢复这一过程的计算量主要与投影图像像素值

表3 不同算法重建图像的IE

Table 3 IE comparison of the reconstructed images using different methods

	NLM-ART	ART	FBP	iRadon	TV-mART	SS-SRCNN-iRadon
全角度	6.03	5.86	5.76	4.43	6.01	5.93
10°间隔	5.03	4.63	4.53	3.91	4.87	4.91
10°随机	4.96	4.58	3.91	3.87	4.83	4.88
60°缺失	4.72	4.57	3.57	3.41	4.84	5.62
120°缺失	4.01	3.23	2.98	2.68	3.95	5.43

表4 不同算法重建图像的CC

Table 3 CC comparison of the reconstructed images using different methods

	NLM-ART	ART	FBP	iRadon	TV-mART	SS-SRCNN-iRadon
10°间隔	0.878	0.835	0.791	0.735	0.877	0.833
10°随机	0.803	0.772	0.755	0.653	0.828	0.822
60°缺失	0.451	0.423	0.412	0.398	0.431	0.614
120°缺失	0.232	0.211	0.207	0.173	0.243	0.598

有关,而利用SRCNN提高分辨率这一过程计算量与输入的投影图像大小以及卷积核大小有关,故SS-SRCNN-iRadon的复杂度为 $O((N-p) \times k^2 + (M \times N) + (p \times M \times N))$ ,其中 $k^2$ 表示卷积核大小,在实验中设置为 $3 \times 3$ 。由此可以看出所提方法在计算复杂度上不依赖迭代次数 $K$ ,仅包含大小为 $M \times N$ 矩阵之间的加法以及元素级乘法运算,复杂度大大降低,在保证图像重建效果的同时保证了高效的计算效率。

#### 4 结语

本文基于RTL成像技术的原理及实现,针对激光探测回波投影数据不完备情况下的目标轮廓图像重建进行研究。除了将稀疏重构引入ART算法模型中,本文重点针对投影数据存在较大角度区间缺失的情况,提出基于结构稀疏和SRCNN的投影数据恢复这一新思路,结合几何先验等信息反演缺失角度下的投影数据,进而采用层析重建算法实现RTL成像,实现角度缺失时的目标轮廓图像完整重建。同时,本文基于面元法设计激光回波仿真实验,并进行外场实测实验,验证了所提方法在不同RTL探测角度情况下的目标轮廓图像重建能力。SS-SRCNN恢复目标0~180°全角度回波投影数据这一新思路,在角度缺失三分之二即投影数据只覆盖

60°以内的角度时,结合iRadon这一传统重建方法,依然可以对目标轮廓进行有效的重建。同时,也可采用其他传统方法或ART稀疏重构方法,用于SS-SRCNN恢复的全角度回波投影数据重建目标轮廓图像中,提高成像质量。后续工作则将集中在RTL更远距离探测中实际问题的解决上。

#### References

- [1] Zhou De Li. Research on key technologies of star-borne laser reflection tomography [D]. Beijing: University of Chinese Academy of Sciences, 2014.
- [2] Qu Fu Qi, Hu Yi Hua, Jiao Jun Jun, et al. Discussion on star-to-star lidar reflection tomography technology [J]. Journal of Photonics, 2013, 42(1): 48–53.
- [3] Jin Xiao Feng, Yan Yi, Sun Jian Feng, et al. Laser imaging radar research based on angle-doppler resolution [J]. Journal of Optics, 2012, 32(8): 236–242.
- [4] Han Bin, Cao Jie, Shi Mou Dan, et al. Progress in 3D imaging [J]. Laser and Optoelectronics Progress, 2024, 61(2): 0211003.
- [5] Guo R, Jin Z, Zhang W, et al. Lidar reflective tomography of the target under incomplete view state [J]. IEEE Journal on Miniaturization for Air and Space Systems, 2023, 4(1): 25–32.
- [6] Natterer F. The mathematics of computerized tomography [J]. Inverse Problems, 2002, 18(1): 283–283.
- [7] Huang T, Yang G, Tang G. A fast two-dimensional median filtering algorithm [J]. IEEE Transactions on Acoustics, Speech, and Signal Processing, 1979, 27(1): 13–18.
- [8] Wang G, Zhao J, Yang C, et al. Robust Kalman filter for systems with colored heavy-tailed process and measurement noises [J]. IEEE Transactions on Circuits and Systems II-Express Briefs, 2023, 70(11): 4256–4260.
- [9] Zhang Y, Jia G, Li N, et al. A novel adaptive Kalman filter with colored measurement noise [J]. IEEE Access, 2018, 6: 74569–74578.
- [10] Guo C, Liu S, Sheridan J T. Iterative phase retrieval algorithms. I: optimization [J]. Applied Optics, 2015, 54(15): 4698–4708.
- [11] Du Xiao Lin, Su Tao. Application of the GS algorithm in the design of multi-input and multi-output radar signal sets [J]. Journal of Radio Wave Science, 2015, 30(4): 686–692.
- [12] Sun S, Zhuge F, Rosenberg J, et al. Learning-enhanced

- simulated annealing: method, evaluation, and application to lung nodule registration [J]. *Applied Intelligence*, 2008, 28: 83–99.
- [13] Wang Yao Xuan, Cui Li Qin, Tian Peng, et al. Research on ECT image reconstruction method based on simulated annealing particle swarm optimization algorithm [J]. *Chinese Journal of Sensors and Actuators*, 2024, 37(3): 13–17. 王耀萱, 崔丽琴, 田鹏, 等. 基于模拟退火粒子群优化算法的 ECT 图像重建方法研究 [J]. 传感技术学报, 2024, 37(3): 13–17.
- [14] Knight F K, Klick D, Ryan-howard D P, et al. Laser radar reflective tomography utilizing a streak camera for precise range resolution [J]. *Applied Optics*, 1989, 28(12): 2196–2198.
- [15] Rubin B. Inversion formulas for the spherical Radon transform and the generalized cosine transform [J]. *Advances in Applied Mathematics*, 2002, 29(3): 471–497.
- [16] Trad D, Ulrych T, Sacchi M. Latest views of the sparse Radon transform [J]. *Geophysics*, 2003, 68(1): 386–399.
- [17] Zhao Tong Lu, Liao Gui Sheng, Yang Zhi Wei. Micro-Doppler extraction method based on short-time iterative adaptive-inverse Radon transformation [J]. *Journal of Electronics*, 2016, 44(3): 505–513.  
赵彤璐, 廖桂生, 杨志伟. 基于短时迭代自适应-逆 Radon 变换的微多普勒提取方法 [J]. 电子学报, 2016, 44(3): 505–513.
- [18] He J, Wang Y, Ma J. Radon Inversion via deep learning [J]. *IEEE Transactions on Medical Imaging*, 2020, 39(6): 2076–2087.
- [19] Wang Wei Song. Single-pixel imaging method based on Radon transform [D]. University of Chinese Academy of Sciences, 2021.  
王蔚松. 基于 Radon 变换的单像素成像方法研究 [D]. 中国科学院大学, 2021.
- [20] Roredink J T, Westenberg M A. Data-parallel tomographic reconstruction: A comparison of filtered backprojection and direct Fourier reconstruction [J]. *Parallel Computing*, 1998, 24(14): 2129–2142.
- [21] Zhang Bin. Study of interpolation and filter in the filter back-projection image reconstruction algorithm [D]. Shanxi: North University of China, 2009.  
张斌. 滤波反投影图像重建算法中插值和滤波器的研究 [D]. 山西: 中北大学, 2009.
- [22] Ma Chen Xin, Hu Jun Jie, Yan Bin. Optimization of CT sector beam filtering [J]. *Progress in Laser and Optoelectronics*, 2012, 49(9): 86–91.  
马晨欣, 胡君杰, 闫斌. CT 扇形束滤波反投影图像重建算法优化 [J]. 激光与光电子学进展, 2012, 49(9): 86–91.
- [23] Qi A, Ruan H. Accurate quantification of the algebraic, multiplicative algebraic, and simultaneous iterative reconstruction techniques in ionosphere rebuilding based on the TIEGCM assessment [J]. *Earth and Planetary Physics*, 2025, 9(1): 117–126.
- [24] Prun V E, Nikolaev D P, Buzmakov A V, et al. Effective regularized algebraic reconstruction technique for computed tomography [J]. *Crystallography Reports*, 2013, 58(7): 1063–1066.
- [25] Sun W, Zhang L, Xing L, et al. Projected algebraic reconstruction technique–network for high-fidelity diffuse fluorescence tomography reconstruction [J]. *Journal of the Optical Society of America A–Optics Image Science and Vision*, 2024, 41(6): 988–999.
- [26] Yang B, Hu Y, Tang J. Full-waveform echo tomography radar target reconstruction modeling and simulation [C]. SPIE Conference on Optical Sensing and Imaging Technologies and Applications, Beijing, July, 2018.
- [27] Guo R, Jiang Z, Jin Z, et al. Reflective tomography lidar image reconstruction for long distance non-cooperative target [J]. *Remote Sens.*, 2022, 14: 3310.
- [28] Lustig M, Donoho D L, Santos J M, et al. Compressed sensing MRI [J]. *IEEE Signal Processing Magazine*, 2008, 25(2): 72–82.
- [29] Wang T, Nakamoto K, Zhang H, et al. Reweighted anisotropic total variation minimization for limited-angle CT reconstruction [J]. *IEEE Transactions on Nuclear Science*, 2017, 64(10): 2742–2760.
- [30] Guo R, Jin Z, Jiang Z, et al. Hybrid regularization method for LRT image reconstruction under incomplete projections [J]. Preprint on Opticaopen, 2024: 24980940.
- [31] He Yang, Huang Wei, Wang Xin Hua, et al. Super-resolution image reconstruction with sparse thresholding [J]. *China Optics*, 2016, 9(5): 532–539.  
何阳, 黄伟, 王新华, 等. 稀疏阈值的超分辨率图像重建 [J]. 中国光学, 2016, 9(5): 532–539.
- [32] Wang Z, Chen J, Hoi S. Deep learning for image super-resolution: A survey [J]. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 2020, 43(10): 3365–3387.
- [33] Xu Z, Sun J. Image inpainting by patch propagation using patch sparsity [J]. *IEEE Transactions on Image Processing*, 2010, 19(5): 1153–1165.
- [34] Yang J, Wright J, Huang T. Image super-resolution via sparse representation [J]. *IEEE Transactions on Image Processing*, 2010, 19(11): 2861–2873.
- [35] Chen Jian Biao, Sun Hua Yan, Kong Shu Ya, et al. Simulation method of laser reflection tomography [J]. *Progress in Laser and Optoelectronics*, 2019, 56(13): 153–159.  
陈剑彪, 孙华燕, 孔舒亚, 等. 激光反射层析成像仿真方法研究 [J]. 激光与光电子学进展, 2019, 56(13): 153–159.
- [36] Jones G A, Huthwaite P. Limited view X-ray tomography for dimensional measurements [J]. *NDT&E International*, 2018, 93: 98–109.
- [37] Hu B, Li L, Wu J, et al. No-reference quality assessment of compressive sensing image recovery [J]. *Signal Processing: Image Communication*, 2017, 58: 165–174.