

太赫兹交错栅慢波结构高频特性理论研究

张金睿, 张长青, 冯进军*

(北京真空电子技术研究所 微波电真空器件国家重点实验室, 北京 100015)

摘要: 基于本征函数法对G波段交错栅慢波结构的高频特性建立了理论模型, 考虑空间谐波级数项收敛后, 计算得到了色散曲线和耦合阻抗以及损耗参量并采用仿真软件对计算结果进行了验证。对比发现理论模型计算的高频特性与仿真结果吻合较好, 色散误差小于0.1%, 耦合阻抗误差小于10%, 损耗误差小于10%, 可信度较高。研究结果表明, 该模型对于拥有任意交错距离和上下栅高度的双栅结构具有普适性, 在两种极限情况下可分别化为对双排矩形栅和矩形波导栅慢波结构。交错栅高频损耗主要发生在注通道区域, 槽区底部损耗最小。

关键词: 本征函数法; 交错栅; 慢波结构; 高频特性; 数值计算

中图分类号: TN124 文献标识码: A

Theoretical study on high frequency characteristics of terahertz staggered grating slow-wave structure

ZHANG Jin-Rui, ZHANG Chang-Qing, FENG Jin-Jun*

(Vacuum Electronics National Laboratory, Beijing Vacuum Electronics Research Institute, Beijing 100015, China)

Abstract: A theoretical model of high frequency characteristics of staggered grating slow-wave structure at G band frequency is presented based on the eigen function method. Considering the convergence of spatial harmonic series, the loss parameters well as dispersion curve and coupling impedance are then derived and verified by simulation software. The results of the theoretical model match well with those from simulation, the error of dispersion characteristics is less than 0.1%, and the errors of coupling impedance and loss are both less than 10%, which proves the reliability of the theoretical model. It shows that the model is universal for structures with arbitrary staggered distance or different grating height and can be converted to double grating or rectangular waveguide grating in two extreme cases. The loss mainly occurred on the beam tunnel region of the structure and there is less loss on the top and bottom of slot area.

Key words: eigen function method, staggered grating, slow-wave structure (SWS), high frequency characteristics, numeral calculation

PACS: 41.20.Jb, 84.47.+w, 84.40.Fe

引言

近年来,太赫兹技术发展迅速,一系列应用场景被提出并受到广泛关注,例如太赫兹成像、太赫兹视频雷达以及太赫兹高速无线通信^[1]。支持这些应用场景实现的关键在于高功率、宽频带以及结构紧凑的相干辐射源,而这也是长期以来制约太赫兹技术发展的主要障碍。由于太赫兹波频谱位于毫米波与红外光波之间,因此在太赫兹低频端(0.1~

1THz),可基于真空电子学发展太赫兹辐射源^[2-3]。这方面近年来已经取得了令人瞩目的成果,北京真空电子技术研究所研制了工作频率在220GHz的折叠波导行波管^[4],诺斯罗普格鲁曼公司对600GHz以上0.85THz、1THz折叠波导行波管进行了研究^[5]。然而,尽管真空电子器件一向被视为大功率器件,但在太赫兹频段,采用圆形电子注,其功率水平依然下降严重。这主要是由于高频相互作用系统

收稿日期:2020-07-30,修回日期:2020-09-22

基金项目:国家自然科学基金(61831001)

Foundation items: Supported by National Natural Science Foundation of China(61831001)

作者简介(Biography):张金睿(1996-),男,硕士研究生,主要从事太赫兹真空电子器件研究. E-mail:14021202@buaa.edu.cn

*通讯作者(Corresponding author): E-mail:fengjinjun@tsinghua.org.cn

Received date:2020-07-30, Revised date:2020-09-22

受尺寸共度效应制约,随着工作频率升高,特征尺寸相应的减小^[6],限制了可以允许的工作电流。

在太赫兹器件研发中,传统的慢波结构在加工时会遇到难以解决的问题。交错栅是将两个矩形单栅沿栅排列方向交错,构成一种新型慢波结构^[7],其结构和现有的微加工相兼容,可以实现精密加工,全金属结构的特点也使其具有良好的散热性能,同时可以形成带状电子注通道,相较于传统圆形注器件可携带更大的电子注电流和更高的电子注功率。国内外已有多家单位对交错栅慢波结构进行了研究,在高频结构冷特性研究方面,已经得到阶梯形交错栅以及任意形槽交错栅的色散特性和耦合阻抗的解析公式^{[8][9][10]}。然而这些工作各有侧重,有的建立了损耗模型,但其主要用于小信号的计算,尚未对精度进行验证并分析各部分差异。本文对太赫兹交错栅慢波结构的高频特性建立了理论模型,讨论了交错距离为零和栅高趋于零这两种极限情况下色散方程的过渡与转变,模型计算结果经仿真软件验证一致性良好,计算精度令人满意,分析了交错栅结构损耗的主要发生部位,为重点关注损耗特性制管提供了参考。

1 理论模型

1.1 色散方程

交错栅慢波结构可视为一种叶片加载(vane-loaded)矩形波导电路,图1给出了结构示意图,其中 p 为电路的几何周期, h_1 和 h_2 为栅齿高度, $b_1 + b_2$ 为注通道宽度, d 为槽区宽度, $t = p - d$ 为栅齿厚度, r 为两排系统 z 向距离,整个结构在 x 方向上的深度为 a 。

标准交错栅电路上下叶片呈半周期交错,即 $r = \frac{p}{2}$,这使得其电磁特性不同于传统叶片对齐的矩形栅结构。但交错栅电路仍具有平面特征,结构沿 x 方向具有均匀性,因此可以将其支持的模式分为独立的 $TE^{(x)}$ 和 $TM^{(x)}$ 模,其中工作中需要的模式是 $TE_{10}^{(x)}$ 模^[11],该模式电场在 yz 平面上,没有沿 x 方向的分量。因此,我们可以选取 H_x 作为标量波函数,其满足齐次亥姆霍兹方程,有:

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} + k_0^2 \right) H_x(x, y, z) = 0, \quad (1)$$

式中: $k_0 = \frac{\omega}{c}$, c 为真空中光速, k_x, k_z 分别为 x, z 向

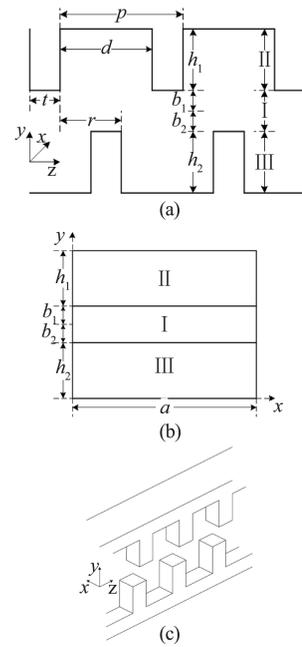


图1 交错栅慢波结构示意图

Fig. 1 Model of a staggered grating slow-wave structure

传播常数, $k_x = l \frac{\pi}{a}$, $l = 1, 2, 3, \dots$ 。利用各个区域的导体边界条件 $\left. \frac{\partial H_x}{\partial n} \right|_s = 0$, 可以分别写出三个区域波函数的具体形式,有:

在 I 区, 电磁波在 z 向为行波, 根据弗洛奎定理, 可以将其展开为空间谐波级数形式, 故其表达式可写为:

$$H_x^I = \sum_{n=-\infty}^{\infty} F_n(y) \sin(k_x x) e^{-j\beta_n z}, \quad (2)$$

其中, $k_z^I = \beta_n = \beta_0 + n \frac{2\pi}{p}$, $n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$,

$$(k_y^I)^2 = k_0^2 - k_x^2 - (k_z^I)^2 = -(t_y^I)^2$$

$$F_n(y) =$$

$$\begin{cases} a_n \cos(k_y^I y) + b_n \sin(k_y^I y) & k_0^2 - k_x^2 - (k_z^I)^2 \geq 0 \\ a_n \cosh(t_y^I y) + b_n \sinh(t_y^I y) & k_0^2 - k_x^2 - (k_z^I)^2 \leq 0 \end{cases}, \quad (3)$$

在 II、III 区, 电磁波在 z 向为驻波, 且在栅表面切向电场为 0, 所以有:

$$H_x^{II} = \sum_{m=0}^{\infty} c_m G_m(y) \sin(k_x x) \cos(k_m z), \quad (4)$$

式中, $k_z^{II} = k_m = m \frac{\pi}{d}$, $m = 0, 1, 2, \dots$, $(k_y^{II})^2 =$

$$k_0^2 - k_x^2 - (k_z^{II})^2 = -(t_y^{II})^2$$

$$G_m(y) = \begin{cases} \cos[k_y^{\text{II}}(b_1 + h_1 - y)] & k_0^2 - k_x^2 - (k_z^{\text{II}})^2 \geq 0 \\ \cosh[t_y^{\text{II}}(b_1 + h_1 - y)] & k_0^2 - k_x^2 - (k_z^{\text{II}})^2 \leq 0 \end{cases} \quad (5)$$

由于 III 区结构相对 II 区右移 r , 同理, 可写出交错栅慢波结构 III 区表达式, $k_z^{\text{III}} = k_z^{\text{II}}, k_y^{\text{III}} = k_y^{\text{II}}$ 。

$$H_x^{\text{III}} = \sum_{m=0}^{\infty} d_m L_m(y) \sin(k_x x) \cos(k_m(z-r)), \quad (6)$$

$$L_m(y) = \begin{cases} \cos[k_y^{\text{III}}(b_2 + h_2 + y)] & k_0^2 - k_x^2 - (k_z^{\text{III}})^2 \geq 0 \\ \cosh[t_y^{\text{III}}(b_2 + h_2 + y)] & k_0^2 - k_x^2 - (k_z^{\text{III}})^2 \leq 0 \end{cases} \quad (7)$$

由 H_x 的表达式, 其它的电磁场分量可以直接通过 Maxwell 方程组导出, 即:

$$\begin{cases} H_y = \frac{1}{k_0^2 - k_x^2} \frac{\partial^2 H_x}{\partial y \partial x} & (a) \\ H_z = \frac{1}{k_0^2 - k_x^2} \frac{\partial^2 H_x}{\partial z \partial x} & (b) \\ E_y = -\frac{j\omega\mu}{k_0^2 - k_x^2} \frac{\partial H_x}{\partial z} & (c) \\ E_z = \frac{j\omega\mu}{k_0^2 - k_x^2} \frac{\partial H_x}{\partial y} & (d) \end{cases} \quad (8)$$

在区域交界处, 电场以及磁场切向分量必须连续, 匹配边界条件为

在 $y = b_1$ 平面:

$$E_z^{\text{II}}(b_1) = E_z^{\text{I}}(b_1) \quad H(b_1) = H_x^{\text{I}}(b_1), \quad (9)$$

在 $y = -b_2$ 平面:

$$\begin{cases} F_n'(b_1) = \frac{2}{pd} \sum_{n=-\infty}^{\infty} F_n'(b_1) \sum_{m=0}^{\infty} \frac{G_m'(b_1)}{G_m(b_1)} \frac{1}{1 + \delta_{m0}} R(\beta_n, k_m) R(-\beta_n', k_m) \\ F_n'(-b_2) = \frac{2}{pd} \sum_{n=-\infty}^{\infty} F_n'(-b_2) e^{-j(\beta_n' - \beta_n)r} \sum_{m=0}^{\infty} \frac{L_m'(-b_2)}{L_m(-b_2)} \frac{1}{1 + \delta_{m0}} R(\beta_n, k_m) R(-\beta_n', k_m) \end{cases} \quad (14)$$

展开可得:

$$\begin{cases} a_n F_{na}'(b_1) + b_n F_{nb}'(b_1) = \frac{2}{pd} \sum_{n=-\infty}^{\infty} (a_n' F_{n'a}(b_1) + b_n' F_{n'b}(b_1)) \sum_{m=0}^{\infty} \frac{G_1 R(\beta_n, k_m) R(-\beta_n', k_m)}{1 + \delta_{m0}} & (a) \\ a_n F_{na}'(-b_2) + b_n F_{nb}'(-b_2) = \frac{2}{pd} \sum_{n=-\infty}^{\infty} (a_n' F_{n'a}(-b_2) + b_n' F_{n'b}(-b_2)) e^{-j(\beta_n' - \beta_n)r} \sum_{m=0}^{\infty} \frac{L_1 R(\beta_n, k_m) R(-\beta_n', k_m)}{1 + \delta_{m0}} & (b) \end{cases} \quad (15)$$

$$E_z^{\text{III}}(-b_2) = E_z^{\text{I}}(-b_2) \quad H_x^{\text{III}}(-b_2) = H_x^{\text{I}}(-b_2). \quad (10)$$

将场分量的表达式代入边界条件式(9)(10), 得到场匹配方程:

$$\begin{cases} \sum_{n=-\infty}^{\infty} F_n'(b_1) e^{-\beta_n z} = \sum_{m=0}^{\infty} c_m G_m'(b_1) \cos(k_m z) & (a) \\ \sum_{n=-\infty}^{\infty} F_n'(-b_2) e^{-\beta_n z} = \sum_{m=0}^{\infty} d_m L_m'(-b_2) \cos[k_m(z-r)] & (b) \\ \sum_{n=-\infty}^{\infty} F_n(b_1) e^{-\beta_n z} = \sum_{m=0}^{\infty} c_m G_m(b_1) \cos(k_m z) & (c) \\ \sum_{n=-\infty}^{\infty} F_n(-b_2) e^{-\beta_n z} = \sum_{m=0}^{\infty} d_m L_m(-b_2) \cos[k_m(z-r)] & (d) \end{cases} \quad (11)$$

其中 $F_n'(y)$ 和 $G_m'(y)$ 分别是式(3)和(5)的导数函数。由式(11)(a)和(c), 利用 $\cos(k_m z)$ 和 $\cos[k_m(z-r)]$ 函数的正交性, 可以得到:

$$\begin{cases} c_m = \frac{2}{(1 + \delta_{m0}) d G_m(b_1)} \sum_{n=-\infty}^{\infty} F_n(b_1) R(-\beta_n, k_m) \\ d_m = \frac{2}{(1 + \delta_{m0}) d L_m(-b_2)} \sum_{n=-\infty}^{\infty} F_n(-b_2) R(-\beta_n, k_m) e^{-\beta_n r} \end{cases} \quad (12)$$

$$\text{其中 } R(-\beta_n, k_m) = \int_0^d e^{-\beta_n z} \cos(k_m z) dz =$$

$$\begin{cases} j\beta_n \frac{e^{-\beta_n d} (-1)^m - 1}{\beta_n^2 - k_m^2} & \beta_n \neq \pm k_m \\ \frac{(1 + \delta_{m0})}{2} & \beta_n = \pm k_m \end{cases} \quad (13)$$

上式将 II、III 区场系数 c_m, d_m 由 a_n, b_n 表示出来。将其代入到式(11)(b)和(d)式, 经化简:

其中,

$$F_{na} = \begin{cases} \cos(k_y^{-1}b) \\ \cosh(t_y^{-1}b) \end{cases}$$

$$F_{nb} = \begin{cases} \sin(k_y^{-1}b) & k_0^2 - k_x^2 - (k_z^{-1})^2 \geq 0 \\ \sinh(t_y^{-1}b) & k_0^2 - k_x^2 - (k_z^{-1})^2 \leq 0 \end{cases}, \quad (16)$$

$$G_1 = \begin{cases} k_y^{\parallel} \tan(k_y^{\parallel} h_1) \\ -t_y^{\parallel} \tanh(t_y^{\parallel} h_1) \end{cases}$$

$$L_1 = \begin{cases} -k_y^{\parallel} \tan(k_y^{\parallel} h_2) & k_0^2 - k_x^2 - (k_z^{\parallel})^2 \geq 0 \\ t_y^{\parallel} \tanh(t_y^{\parallel} h_2) & k_0^2 - k_x^2 - (k_z^{\parallel})^2 \leq 0 \end{cases}, \quad (17)$$

令

$$X_1 = (a_{-n}, a_{-(n-1)}, \dots, a_0, \dots, a_{n-1}, a_n)^T$$

$$X_2 = (b_{-n}, b_{-(n-1)}, \dots, b_0, \dots, b_{n-1}, b_n)^T, \quad (18)$$

对(15)(a),有:

$$F_1 X_1 + F_2 X_2 = F_3 X_1 + F_4 X_2, \quad (19)$$

其中, F_1, F_2 为 $(2n+1)$ 阶对角阵, F_3, F_4 为 $(2n+1)$ 阶方阵, $F_1 = \text{diag}[F_{na}'(b_1)], F_2 = \text{diag}[F_{nb}'(b_1)]$.

$$F_3 = \frac{2}{pd} \begin{bmatrix} F_{-n'a}(b_1)Q_{m,-n,-n'} & \dots & F_{0a}(b_1)Q_{m,-n,0} & \dots & F_{n'a}(b_1)Q_{m,-n,n'} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ F_{-n'a}(b_1)Q_{m,0,-n'} & \dots & F_{0a}(b_1)Q_{m,0,0} & \dots & F_{n'a}(b_1)Q_{m,0,n'} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ F_{-n'a}(b_1)Q_{m,n,-n'} & \dots & F_{0a}(b_1)Q_{m,n,0} & \dots & F_{n'a}(b_1)Q_{m,n,n'} \end{bmatrix}$$

$$F_4 = \frac{2}{pd} \begin{bmatrix} F_{-n'a}(-b_2)S_{m,-n,-n'} & \dots & F_{0a}(-b_2)S_{m,-n,0} & \dots & F_{n'a}(-b_2)S_{m,-n,n'} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ F_{-n'a}(-b_2)S_{m,0,-n'} & \dots & F_{0a}(-b_2)S_{m,0,0} & \dots & F_{n'a}(-b_2)S_{m,0,n'} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ F_{-n'a}(-b_2)S_{m,n,-n'} & \dots & F_{0a}(-b_2)S_{m,n,0} & \dots & F_{n'a}(-b_2)S_{m,n,n'} \end{bmatrix}$$

其中, $Q_{m,n,n'} = \sum_{m=0}^{\infty} \frac{G_1 R(\beta_n, k_m) R(-\beta_{n'}, k_m)}{1 + \delta_{m0}}, S_{m,n,n'} =$

$$\sum_{m=0}^{\infty} \frac{L_1 R(\beta_n, k_m) R(-\beta_{n'}, k_m)}{1 + \delta_{m0}}$$

式(15)(b)同理。

为便于表示场系数,变换上述方程为矩阵形式:

$$\begin{bmatrix} A_1 & B_1 \\ A_2 & B_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \end{bmatrix} = \mathbf{0}, \quad (20)$$

$$\begin{cases} A_1 = \frac{2}{pd} F_{n'1}(b_1) Q_{m,n,n'} - F_{n'1}'(b_1) \delta_{nn'} \\ B_1 = \frac{2}{pd} F_{n'2}(b_1) Q_{m,n,n'} - F_{n'2}'(b_1) \delta_{nn'} \end{cases}, \quad (21)$$

$$\begin{cases} A_2 = \frac{2}{pd} F_{n'1}(-b_2) e^{-j(\beta_{n'} - \beta_n)r} S_{m,n,n'} - F_{n'1}'(-b_2) \delta_{nn'} \\ B_2 = \frac{2}{pd} F_{n'2}(-b_2) e^{-j(\beta_{n'} - \beta_n)r} S_{m,n,n'} - F_{n'2}'(-b_2) \delta_{nn'} \end{cases}, \quad (22)$$

式(20)若要有非零解,则其系数矩阵行列式必须为零:

$$\begin{vmatrix} A_1 & B_1 \\ A_2 & B_2 \end{vmatrix} = \mathbf{0}, \quad (23)$$

式(23)即一般交错栅慢波结构的色散方程。对于给定的 β_0 ,可以得到对应的 k_0 (即 ω)。式(23)是一个非线性方程,需要采用数值方法求解。下一节将讨论一般色散方程的数值求解问题,但在此之前先考察一般色散方程的退化形式,可以提供物理分析并检验理论模型的正确性。

式(23)考虑了任意交错情况以及上下叶片高度不同的情形。当交错为零,且上下叶片高度相同时, $b_1 = b_2 = b, h_1 = h_2 = h$, 可得到上下对齐的传统双排矩形栅结构^[12]。此时 $B_2 = B_1, A_2 = -A_1$, 式(23)变为:

$$|A - X| = \mathbf{0}, \quad (24)$$

$$A = \frac{2}{pd} F_{n'o}(b) \sum_{m=0}^{\infty} G_1 \frac{1}{1 + \delta_{m0}} R(\beta_n, k_m) R(-\beta_{n'}, k_m)$$

$$X = F_{n'o}'(b) \delta_{n'n}, \quad (26)$$

$o = 1$ 为其奇模形式, $o = 2$ 为其偶模形式。

当 $b_1 \neq b_2, h_1 \neq h_2$ 时,只考虑慢波情况,即 $F_{n'1}$ 与 $F_{n'2}$ 及其导数只取双曲函数形式,当 h_2 趋于 0 时,上半部栅退化为平面,此时 $L_1 = 0$,有:

$$F_{n'1}'(-b_2) \delta_{nn'} a_n + F_{n'2}'(-b_2) \delta_{nn'} b_n = 0, \quad (27)$$

$$\text{即: } b_n = \tanh(t_y^{-1} b_2) a_n$$

代入到式(20),有:

$$|A - X| = \mathbf{0}, \quad (28)$$

$$A = \frac{2}{pd} \left[\cosh(t_y^{-1} b_1) + \sinh(t_y^{-1} b_1) \tanh(t_y^{-1} b_2) \right] \sum_{m=0}^{\infty} G_1 \frac{R(\beta_n, k_m) R(-\beta_{n'}, k_m)}{1 + \delta_{m0}}, \quad (29)$$

$$X = t_y^{-1} \left[\sinh(t_y^{-1} b_1) + \cosh(t_y^{-1} b_1) \tanh(t_y^{-1} b_2) \right] \delta_{nn'}, \quad (30)$$

取 $b_2 = 0$ 使波导壁在 $y = 0$ 平面, 则 $\tanh(t_y^{-1} b_2) = 0$, 方程可化为经典矩形波导栅色散方程^[13], 此时:

$$A = -\frac{2}{pd} \cosh(t_y^{-1} b) \sum_{m=0}^{\infty} t_y^{-m} \tanh(t_y^{-m} h) \frac{1}{1 + \delta_{m0}} R(\beta_n, k_m) R(-\beta_n, k_m), \quad (31)$$

$$X = t_y^{-1} \sinh(t_y^{-1} b) \delta_{n'n}. \quad (32)$$

1.2 耦合阻抗

耦合阻抗 K_c 表征电子注与纵向电场相互作用的能力, 其定义为^[14]

$$K_c = \frac{E_{zn} E_{zn}^*}{2\beta^2 P}, \quad (33)$$

式中, E_{zn} 为与电子注同步的空间谐波的电场幅值, P 为通过系统的总的功率流(对时间的平均值):

$$P = \sum_{n=-\infty}^{\infty} P_n = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{1}{2} \operatorname{Re} \iint_S (\mathbf{E} \times \mathbf{H}^*) \cdot d\mathbf{S}. \quad (34)$$

此结构中, 电子注在 I 区传输, 因此有:

$$E_{zn} = E_{zn}^1 = \frac{j\omega\mu_0}{k_0^2 - k_x^2} F_n'(y) \sin(k_x x) e^{-\beta_n z}. \quad (35)$$

由于场在 II、III 区为驻波, 因此对传输功率流的贡献只来自 I 区, 有:

$$\begin{aligned} P &= \frac{1}{2} \frac{\omega\mu_0 ab}{k_0^2 - k_x^2} \sum_{n=-\infty}^{\infty} (a_n^2 E_n + b_n^2 D_n) \beta_n \\ &= \frac{1}{2} ab \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{\omega\mu_0 \beta_n}{k_0^2 - k_x^2} (a_n^2 E_n + b_n^2 D_n) \\ &= \frac{1}{2} ab \sum_{n=-\infty}^{\infty} Z_n^{\text{TE}} (a_n^2 E_n + b_n^2 D_n) \\ &= \frac{1}{2} \sum_{n=-\infty}^{\infty} Z_n^{\text{TE}} I_n^2 \end{aligned}, \quad (36)$$

其中,

$$E_n = \begin{cases} \frac{\sin(2k_y^{-1} b)}{2k_y^{-1} b} + 1 & k_0^2 - k_x^2 - (k_z^{-1})^2 \geq 0 \\ \frac{\sinh(2t_y^{-1} b)}{2t_y^{-1} b} + 1 & k_0^2 - k_x^2 - (k_z^{-1})^2 \leq 0 \end{cases}$$

$$D_n = \begin{cases} -\frac{\sin(2k_y^{-1} b)}{2k_y^{-1} b} + 1 & k_0^2 - k_x^2 - (k_z^{-1})^2 \geq 0 \\ \frac{\sinh(2t_y^{-1} b)}{2t_y^{-1} b} - 1 & k_0^2 - k_x^2 - (k_z^{-1})^2 \leq 0 \end{cases}. \quad (37)$$

由此得到第 n 次空间谐波的耦合阻抗为:

$$(K_c)_n = Z_n^{\text{TE}} \frac{F_n'^2(y) \sin^2(k_x x)}{ab\beta_n^3 \sum_{n=-\infty}^{\infty} (a_n^2 E_n + b_n^2 D_n) \beta_n}, \quad (38)$$

其中, $Z_n^{\text{TE}} = \frac{\omega\mu_0 \beta_n}{k_0^2 - k_x^2}$ 为第 n 次空间谐波的波阻抗。

由式(35)(36)可看出, 若完整求出场的表达式则任意点耦合阻抗可求。针对特定频率代入 β_0 和 k_0 , 解色散方程即可求得 I 区场系数^[15] a_n, b_n 。代入坐标 (x, y) 可求出任意位置耦合阻抗。

1.3 损耗特性

RF 电流在非理想导体表面产生欧姆损耗。由于趋肤效应加剧, 欧姆损耗在太赫兹频段显著增加, 成为电路设计时不可忽视的考虑因素。对于一个非理想导体表面, 欧姆损耗可以由下式计算^[16-17]:

$$P_L = \frac{R_s}{2} \oint_S \mathbf{H}_t \cdot \mathbf{H}_t^* d\mathbf{S}, \quad (39)$$

其中 $R_s = \frac{1}{\sigma\delta}$ 为非理想导体的表面阻抗,

$\delta \approx \sqrt{\frac{2}{\omega\mu\sigma}}$ 为趋肤深度, σ 为导体电导率, H_t 为导体

表面切向磁场。在一阶近似下, H_t 可以采用理想导体表面的场表达式。由此, 代入各区 H_t 函数可以求出慢波结构的导体损耗表达式。由于具体计算过程较为繁琐, 因此下面只针对有代表性的 P_L 给出具体表达式。

在 I 区:

$$P_L^1 = 2P_{L1} + 2P_{L2}, \quad (40)$$

其中, P_{L1} 为 I 区上半部栅顶损耗, P_{L2} 为 $x = 0$ 时 I 区波导侧壁损耗, 物理上可以得出, $x = 0$ 和 $x = a$ 两侧壁损耗相同。

$$P_{L1} = \frac{R_s}{2} \int_{S, y=b} H_x^1{}^2 + H_z^1{}^2 da, \quad (41)$$

其中, H_x^1, H_z^1 已由式(2)、(8)(b)分别给出, 化简后得:

$$P_{L1} = \frac{R_s}{2} \frac{at}{2} \left\{ \sum_{n=-\infty}^{\infty} \left[|\beta_n|^2 \left(\frac{k_x}{k_0^2 - k_x^2} \right)^2 + 1 \right] |F_n(b)|^2 + \sum_{n=-\infty}^{\infty} \sum_{n' \neq n} \left[\beta_n \beta_{n'} \left(\frac{k_x}{k_0^2 - k_x^2} \right)^2 + 1 \right] F_n(b) F_{n'}^*(b) \sin c \left(-\frac{(\beta_n - \beta_{n'})t}{2} \right) e^{-j(\beta_n - \beta_{n'})(p+d)/2} \right\} \quad (42)$$

$$P_{L2} = \frac{R_s}{2} pb \left(\frac{k_x}{k_0^2 - k_x^2} \right)^2 \sum_{n=-\infty}^{\infty} \left[|a_n|^2 (|\xi_n|^2 E_n + |\beta_n|^2 D_n) + |b_n|^2 (|\xi_n|^2 D_n + |\beta_n|^2 E_n) \right] \quad (43)$$

$$\xi_n = \begin{cases} k_y^1 & k_0^2 - k_x^2 - (k_z^1)^2 \geq 0 \\ t_y^1 & k_0^2 - k_x^2 - (k_z^1)^2 \leq 0 \end{cases} \quad (44)$$

在 II 区:

$$P_L^{\text{II}} = 2P_{L3} + 2P_{L4} + P_{L5} \quad (45)$$

其中, P_{L3} 为 II 区矩形栅侧壁损耗, P_{L4} 为 II 区波导侧壁损耗, P_{L5} 为 II 区槽顶部损耗。

$$P_{L5} = \frac{R_s}{2} \frac{ad}{2} \left\{ \sum_{m=0}^{\infty} |c_m|^2 \left[\frac{1 + \delta_{m0}}{2} + \frac{1 - \delta_{m0}}{2} \left(\frac{k_x}{k_0^2 - k_x^2} \right)^2 k_m^2 \right] \right\} \quad (46)$$

III 区对应部分损耗同理用 d_m 替换 c_m 得出。

最终求得单周期衰减系数表达式:

$$\alpha p = 8.686 \frac{\sum P_{Ln}}{2P_{wg}} \quad (47)$$

其中, P_{wg} 为波导中传输的功率流, 已由式(34)给出。

2 数值计算与分析

2.1 收敛性

到目前为止, 对于图 1 所示的理想结构(未考虑加工导致的圆角等因素), 其理论模型是严格的, 但需要采用数值方法进行求解。在数值计算中, 非线性色散方程组的求解以及级数截断是主要的误差来源, 求解精度和截断项的选取对结果有很大影响, 且两者相互制约。选取更多的级数项尽管理论上增加了场的计算精度, 但也导致更大的系数矩阵, 增加了方程的求解负担。因此, 计算方法是理论模型非常重要的一个组成部分。但由于它与本文的物理问题相关性较低, 所以这里只是予以指出, 并不展开讨论。为了提高数值计算精度, 我在

求解色散方程时对行列式采取归一化处理; 在求解系数矩阵时, 采用选取多个主元以最小化误差的方法。

图 2 给出了色散曲线的 π 和 2π 端空间谐波项选取的收敛特性。其中, 慢波结构参数为: $p = 0.5 \text{ mm}$, $t = 0.125 \text{ mm}$, $h = 0.35 \text{ mm}$, $b = 0.075 \text{ mm}$, $a = 0.76 \text{ mm}$, $d = 0.375 \text{ mm}$ 。 π 和 2π 端的收敛意味着色散曲线的整体收敛。可以看出, 随谐波截断项数的增加, 色散图中频率逐渐收敛。可以看出, 色散曲线随谐波截断项数的增加快速收敛, 当 $n \geq 6$ 时, 空间谐波的阶数 n 每增加 1, π 和 2π 端的频率变化均小于 10^{-5} , 理论上任意 $n \geq 6$ 阶数均可, 但如上文所说, 当 n 过大时又会引起矩阵维度的增加, 导致庞杂的行列式求解困难, 易产生计算误差。同时为使慢波结构中场求解更为精确, 故将阶数 n 取值略大于 6。因此, 本文后续计算都取 $n = 10$ 。

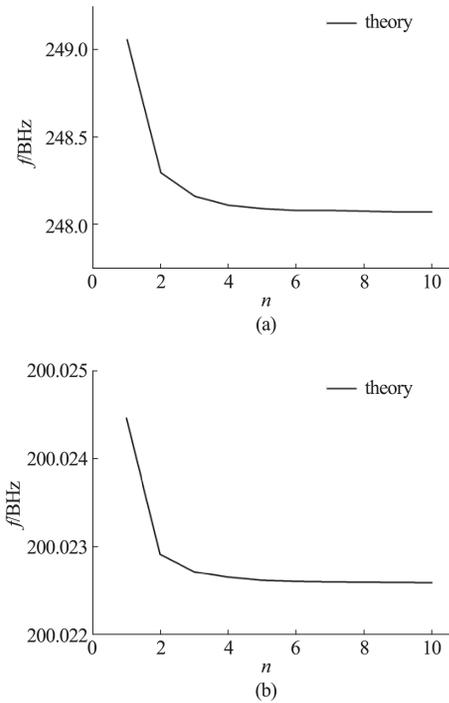


图 2 频率随空间谐波截断项数收敛 (a) 相移为 180° , (b) 相移为 360°

Fig. 2 Frequency converges with the number of spatial harmonic truncation terms (a) phase= 180° , (b) phase= 360°

图 3 比较了槽区单模近似以及考虑高次模时的计算结果。图中标示为 $m = 0$ 的曲线为槽区级数采用单模近似的结果, 此时槽区内只取最低阶模而忽略高阶级数项, 在 $p \ll \lambda_0$ (λ_0 为自由空间波长) 条件下, 单模近似法所得结果与实验一致性良好。而图

中虽在端点处误差较大,但可见趋势与仿真结果一致,可用于粗略估算。当 m 收敛到3时,可以看出,理论值与仿真所得曲线吻合很好。

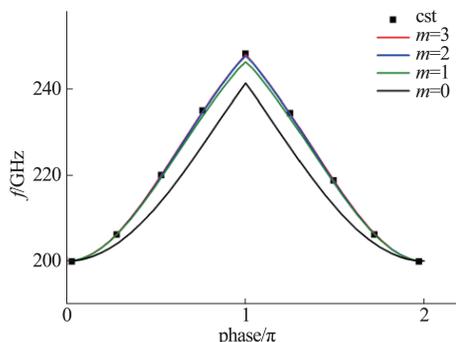


图3 理论与仿真色散曲线对比

Fig. 3 Comparison of theoretical and simulated dispersion curves

2.2 高频特性

图4和图5分别给出了归一化相速和耦合阻抗的数值计算与仿真结果的比较。在行波管设计中,一些基于物理模型的大信号计算程序需要这两个物理量作为输入参数,且计算结果对其数值非常敏感,一般要求相速误差小于0.5%,耦合阻抗的误差小于10%。从图中比较可以看到,归一化相速误差在全频带内小于0.1%,中心线处模型计算的耦合阻抗在210~230 GHz的工作频带内误差小于10%,两者均满足工程设计要求,验证了模型精准性。

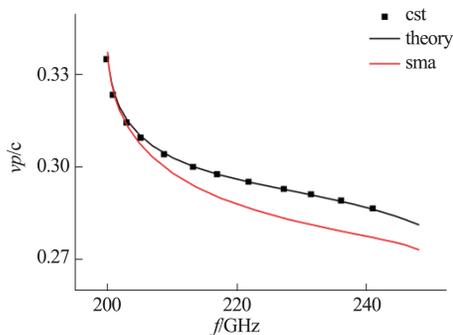


图4 相光速比曲线

Fig. 4 The ratio of phase speed and speed of light

图6绘出了模型计算的注通道内不同位置处耦合阻抗大小。根据式(33),此图也可以看成是注通道内电场的分布图。可以看出,沿 y 方向,在贴近栅顶表面处($y = \pm b$),电场最强,在中心处($y = 0$)电场最弱。沿 x 方向,贴近波导壁两侧电场最弱,中心处电场最强,这也可以从式(35)中得出结论。

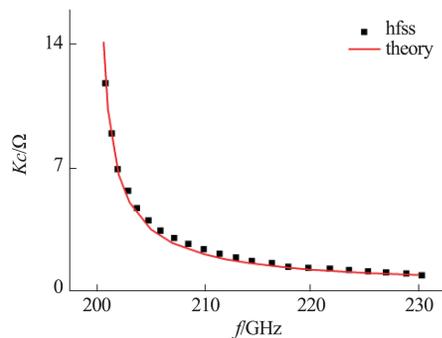


图5 一次谐波耦合阻抗

Fig. 5 Coupling impedance of first harmonic

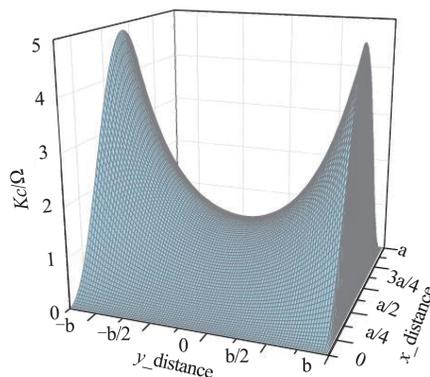


图6 耦合阻抗在注通道截面分布情况

Fig. 6 Distribution of coupling impedance in beam tunnel region

图7给出理论模型计算的衰减系数与仿真结果的比较。可以看出,衰减曲线在趋势上是吻合的,数值上相差不超10%。需要指出的是,由于损耗计算本身就是采用的微扰近似,因此理论模型在损耗的计算上存在固有的误差。然而尽管损耗精确计算非常困难,但在实际中相比于色散和耦合阻抗,却比较容易测量。借助S参数,可以很容易的得到实际慢波结构的插损。图7中由cst计算的衰减系数就是通过这种方法获得,因此,10%的损耗计算误差并不影响模型的实用性。为了使比较更加全面,基于HFSS建立的仿真模型在后处理中采用了微扰公式计算损耗,可以看出二者误差更小。此外,理论模型更重要的是可以提供物理上的图像,例如不同位置处损耗的差异。

图8中给出了理论计算得出的慢波结构不同部分损耗的大小。可以清晰的看出,交错栅慢波结构损耗主要发生在I区,占了总损耗40%左右,其中栅顶损耗与注通道侧壁损耗相差无几。栅侧壁次之,II、III区波导侧壁损耗较小,槽区底部损耗最小。虽然I区面积最小,但其切向磁场最强,故而

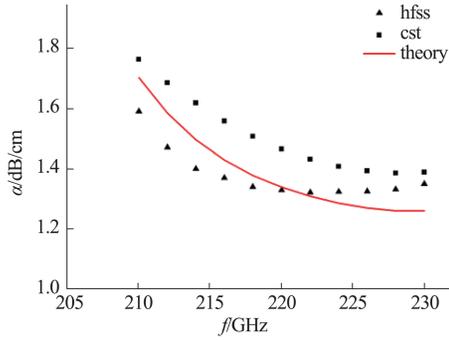


图7 理论与仿真计算结果对比

Fig. 7 Comparison of theoretical and simulation results

积分面电流最大。由式(2)、(8)可以看出, II、III 区场主要为渐消形式,因此在底部场最弱,损耗较 I 区相差数倍。

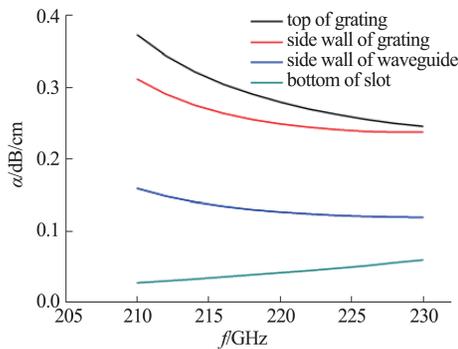


图8 各部分损耗值

Fig. 8 Loss of different parts of the SWS

2.3 交错参数 r 对色散特性的影响

当 $r = 0$ 时,对应传统双排矩形栅慢波结构,模式一与模式二不连通,中间存在止带。对比图9-10,当逐渐移动至 $r = \frac{p}{4}$ 时,可以看出模式二止带频率降低,模式一止带频率升高,造成止带变窄。而 $r = \frac{p}{2}$ 时,两个模式止带频率交汇,两个模式相连,止带消失,由图9(c)可看出形成一种等效的新模式,工作频带被极大拓宽。在该模式下,交错栅基波可视为返波,其-1次空间谐波^[7,17]为前向波与电子注进行能量交换。

3 结论

本文基于本征函数法建立了交错栅慢波结构的理论模型,包括色散特性、耦合阻抗以及欧姆损耗系数。理论模型适用于上下栅高度不同以及任意交错距离的情形,并在适当条件下,可以退化至对齐双排矩形栅和矩形波导栅情形,因此具有一定

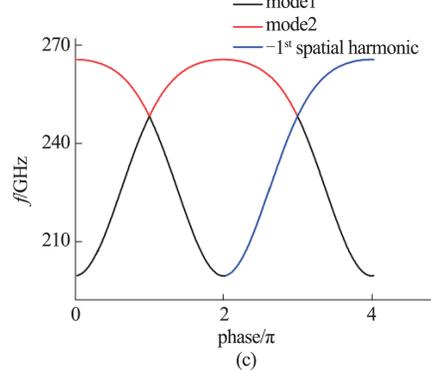
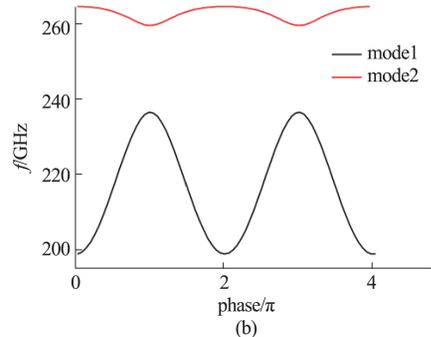
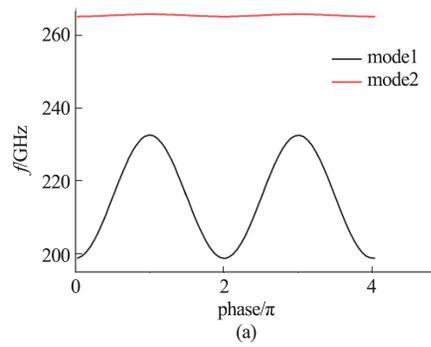


图9 交错距离变化对色散的影响(a) $r=0$, (b) $r=p/4$, (c) $r=p/2$
Fig. 9 Dispersion change with the variety of staggered distance (a) $r=0$, (b) $r=p/4$, (c) $r=p/2$

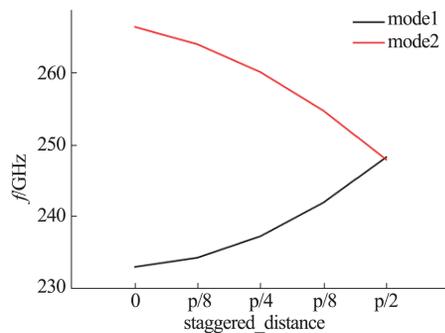


图10 止带频率随交错距离的变化

Fig. 10 Change of the stop band frequency with the variety of staggered distance

普适性。数值计算是理论模型不可或缺的关键一环,计算精度对最终结果有很大影响。采用数值技术精确求解色散方程和系数矩阵,给出了高精度冷

腔特性计算结果。色散在全频带内与仿真相差在0.1%,耦合阻抗差别小于10%,损耗差别小于10%,可以很好满足太赫兹器件工程设计需要。除了快速、精确计算外,理论模型的最大优势在于可以提供有价值的物理图像。对慢波结构不同位置处的损耗进行了分析,结果显示半周期交错栅损耗主要发生在注通道区域,占面积大的槽区底部损耗最小。基于现有模型,后续可以进一步发展注波相互作用模型。

References

- [1] LI Da-Sheng, DENG Chu-Qiang, LIU Zhen-Hua, *et al.* Research progress of thz imaging radar system [J]. *Journal of Microwaves* (李大圣, 邓楚强, 刘振华, 等。太赫兹成像雷达系统研究进展。微波学报), 2015, **31**(6): 82-87.
- [2] Booske J H, Dobbs R J, Joye C D, *et al.* Vacuum electronic high power terahertz sources [J]. *IEEE Transactions on Terahertz Science and Technology*, 2011, **1**(1): 54-75.
- [3] GONG Yu-Bin, ZHOU Qing, TIAN Han-Wen, *et al.* Terahertz radiation sources based on electronics [J]. *Journal Of Shenzhen University Science And Engineering* (宫玉彬, 周庆, 田瀚文, 等。基于电子学的太赫兹辐射源。深圳大学学报理工版), 2019, **36**(02): 111-127.
- [4] Pan P, Hu Y F, Li H Y, *et al.* Development of G band folded waveguide TWTs [C]. IEEE International Vacuum Electronics Conference (IVEC), Beijing: IEEE, 2015: 1-2.
- [5] Tucek J, Basten M, Gallagher D, *et al.* Operation of a compact 1.03 THz power amplifier [C]. IEEE International Vacuum Electronics Conference (IVEC), Monterey, USA: IEEE, 2016: 1-2.
- [6] LI Han-Yan, FENG Jin-Jun. Progress in application and research of UV LIGA techniques in millimeter wave and terahertz devices [J]. *Journal of Terahertz Science and Electronic Information Technology* (李含雁, 冯进军。UV LIGA技术在毫米波太赫兹器件中的应用进展。太赫兹科学与电子信息学报), 2018, **16**(5): 776-780.
- [7] Shin Y M, Barnett L R, Luhmann N C. Phase-shifted traveling-wave-tube circuit for ultrawideband high-power sub-millimeter-wave generation [J]. *IEEE Transactions on Electron Devices*, 2009, **56**(5): 706-712.
- [8] LIU Qing-Lun, WANG Zi-Cheng, LIU Pu-Kun, *et al.* Analysis of high frequency characteristics of the double-grating rectangular waveguide slow-wave-structure based on the field match method [J]. *Acta Physica Sinica* (刘青伦, 王自成, 刘濮鲲, 等。基于场匹配法的双排矩形栅慢波结构高频特性研究。物理学报), 2012, **61**(24): 214-221.
- [9] Xie W Q, Wang Z C, He F M, *et al.* Field theory of a terahertz staggered double-grating arrays waveguide Cerenkov traveling wave amplifier [J]. *Physics of Plasmas*, 2014, **21**(4): 043103.
- [10] Xie W Q, Wang Z C, Luo J R, *et al.* Theory and simulation of arbitrarily shaped groove staggered double grating array waveguide [J]. *IEEE transactions on electron devices*, 2014, **61**(6): 1707-1714.
- [11] McVey B D, Basten M A, Booske J H, *et al.* Analysis of rectangular waveguide-gratings for amplifier applications [J]. *IEEE Transactions on microwave theory and techniques*, 1994, **42**(6): 995-1003.
- [12] LU Zhi-Gang. Study on the rectangular waveguide grating traveling wave amplifier [D]. Chengdu: University of Electronic Science and Technology of China, 2008: 16-18. (路志刚. 矩形波导栅行波放大器的研究. 电子科技大学), 2008: 16-18.
- [13] Maragos A A, Ioannidis Z C, Tigelis I G. Dispersion characteristics of a rectangular waveguide grating [J]. *IEEE transactions on plasma science*, 2003, **31**(5): 1075-1082.
- [14] LIU Sheng-Gang, LI Hong-Fu, WANG Wen-Xiang. *Introduction of microwave electronics* [M]. Beijing: National defence industry press (刘盛纲, 李宏福, 王文祥。微波电子学导论). 北京: 国防工业出版社, 1985: 104-106.
- [15] Montgomery J P. On the complete eigenvalue solution of ridged waveguide [J]. *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, 1971, **19**(6): 547-555.
- [16] ZHANG Chang-Qing, GONG Yu-Bin, WEI Yan-Yu, *et al.* Investigation on loss characteristics of the Sub-millimeter wave folded waveguide slow-wave structure [J]. *Semiconductor Optoelectronics* (张长青, 宫玉彬, 魏彦玉, 等。亚毫米波折叠波导慢波结构的损耗特性研究。半导体光电), 2010, **31**(06): 880-884+944.
- [17] ZHANG Ke-Qian. *Electromagnetic theory for microwaves and optoelectronics* [M]. Beijing: Publishing house of electronics industry (张克潜。微波与光电子学中的电磁理论). 北京: 电子工业出版社