

基于改进差分进化算法的机载激光雷达波形分解

赖旭东^{1,2}, 袁逸飞¹, 徐景中^{1*}, 王明威³

(1. 武汉大学遥感信息工程学院, 湖北 武汉 430079;

2. 自然资源部地理国情监测重点实验室, 湖北 武汉 430079;

3. 中国地质大学地质调查研究院, 湖北 武汉 430074)

摘要:全波形机载激光雷达数据记录了完整的回波波形, 包含了目标的立面细节和后向散射系数等信息, 但是这些信息无法在未经处理的情况下直接获取, 波形分解是处理波形数据以提取有效信息的重要方法。针对波形分解中常用的参数优化算法对初值敏感, 易陷于局部最优的缺点, 提出一种基于改进差分(Modified Differential Evolution, MDE)算法的波形分解方法: 以广义高斯函数为模型, 在预估初值后, 将全局优化的MDE算法用于参数优化, 最终生成点云。实验结果表明, 与基于其他优化算法的波形分解方法相比, 该方法在分解精度以及点位精度等方面都有提高。

关键词:激光雷达; 全波形; 波形分解; 参数优化; 改进差分进化算法

中图分类号: P237

文献标识码: A

LiDAR waveform decomposition based on modified differential evolution algorithm

LAI Xu-Dong^{1,2}, YUAN Yi-Fei¹, XU Jing-Zhong^{1*}, WANG Ming-Wei³

(1. School of Remote Sensing and Information Engineering, Wuhan University, Wuhan 430079, China;

2. Key Laboratory of National Geographic Census and Monitoring, Ministry of Natural Resources, Wuhan 430079, China;

3. Institute of Geological Survey, China University of Geosciences, Wuhan 430074, China)

Abstract: Full-waveform airborne LiDAR (FWL) is able to record complete echo signals as waveforms, including useful information such as elevation details and backscatter coefficients of the target, but the waveform information data cannot be obtained directly. Waveform decomposition is an important method to process waveform data to extract effective information. In view of the shortcoming of common used parameter optimization algorithm in waveform decomposition which is sensitive to initial value and prone to local optimization, a waveform decomposition method based on Modified Differential Evolution (MDE) algorithm is proposed: the generalized Gaussian function is taken as the model, after the initial estimation, a global MDE optimization algorithm is used for the parameter optimization, and the point cloud is finally generated. Experimental results show that, compared with the waveform decomposition method based on other optimization algorithms, this method has been obviously improved in terms of the decomposition and point position accuracy.

Key words: LiDAR, full-waveform, waveform decomposition, optimization algorithm, modified differential evolution algorithm

引言

激光雷达(Light detection and ranging, LiDAR)

是一种主动对地观测技术, 通过发射激光脉冲并接收地物反射的回波计算地物的位置及相关参数。

收稿日期: 2020-04-05, 修回日期: 2021-04-28

基金项目: 国家自然科学基金(41771368, 41671450)。

Foundation items: Supported by the National Natural Science Foundation of China (41771368, 41671450)

作者简介(Biography): 赖旭东(1972-), 四川资中人, 教授, 主要研究方向为LiDAR数据处理及应用, E-mail: laixudong@whu.edu.cn.

*通讯作者(Corresponding author): E-mail: jz_xu@whu.edu.cn.

Received date: 2020-04-05, Revised date: 2021-04-28

传统机载 LiDAR 只记录有限次数回波,提供强度、回波次数等信息,而全波形机载 LiDAR 能以很小的采样间隔记录后向散射体回波信号,记录完整回波波形,在垂直方向上提供更为详细和精确的信息^[1],从中提取更多回波以及目标的后向散射信息。LiDAR 波形数据可看作是不同高度目标对激光脉冲反射的综合作用结果,与目标的几何和物理特性等密切相关。全波形数据分析处理能够从原始数据中提取多种反射信息,如振幅、波宽、能量等,并提供更高的测距精度及地表分辨率,对于三维重建^[2]、海洋测深^[3]、林业监测^[4]等有重要应用价值。波形数据处理方法一般可分为非分解法和分解法两大类。非分解法包括波峰探测法^[5]和反卷积法^[6];波峰探测法直接通过计算波形的拐点、局部极大值等提取波峰,方法简单直接,但结果容易受到噪声影响,误差较大;反卷积法从回波波形中去除系统波形得到地物的表面响应函数,但是若要获取波形特征应进一步拟合表面响应函数,方法较为繁琐。分解法将回波强度信息看作接收时间的函数,使用函数模型对回波波形进行拟合,函数模型视具体应用而异:如偏正态函数可以拟合林区偏斜的回波波形^[7],指数函数拟合水体散射^[8],Nakagami 和 Burr 模型拟合城市区域的非对称波形^[9]。但是以上函数一般仅针对特定波形,Chauve 指出,对数正态分布提高了非对称波形拟合精度,但非对称波形占比较少,并不能提高整体拟合精度,而高斯和广义高斯函数的整体拟合精度更高^[10]。目前为止,高斯分布仍然是使用最普遍的函数模型^[11-13],分解后可直接获得的波形参数有振幅、波宽、波峰位置和回波次数等。相比于高斯函数,广义高斯函数在除上述参数之外,还增加了形状参数,能更好地适应平坦和尖锐的波形,在理论上具有更好的通用性和更高的拟合精度^[10]。

确定拟合波形数据使用的函数模型后,波形分解的下一步是计算模型参数。参数优化是波形分解中的重要步骤,目的是提高模型与原始数据拟合的精度,学者们提出了多种优化算法。Li 等人使用改进的期望最大化(Expectation Maximum, EM)算法对森林地区的全波形 LiDAR 数据优化分解的波形参数^[14]。Xu 等人对传统的 LM (Levenberg-Marquardt)算法中提出改进,加快了收敛速度及迭代效率^[15]。赖旭东等人使用 L-BFGS (limited-memory BFGS)算法优化了波形参数,加快了计算速率并减

小了存储量^[16]。优化算法大多对模型初值敏感,易陷入局部最优值,影响了拟合精度。考虑到波形分解参数优化是一个多维参数的组合优化问题,已有学者采用群智能算法,通过构造离散又自组织的智能体,利用智能搜寻优化方案^[17-20],如遗传算法(Genetic Algorithm, GA)^[21]、粒子群算法(Particle Swarm Optimization, PSO)^[22]等求解最优波形参数,取得了较好的拟合效果。然而,GA 算法存在早熟收敛的问题,易于陷入局部最优解,且收敛速度较慢;PSO 算法相比于 GA 算法具有更好的全局搜索能力,更快的收敛速度,但是局部搜索能力较弱^[23-24]。相比 GA 和 PSO 算法,差分进化(Differential Evolution, DE)算法收敛速度更快,鲁棒性更高^[25]。但是传统 DE 算法结果受到收缩系数的影响,收缩系数需要经过多次独立实验才能确定,缺乏自适应性。混沌算法具有随机性、遍历性、规律性^[26],将混沌算法与 DE 算法相结合,通过混沌算法遍历收缩系数的预设区间,可以使 DE 算法在迭代变异的过程中自适应选择最优收缩系数。

综上所述,为了克服波形分解参数优化中存在的对初值敏感,易陷入局部最优,收敛速度慢等问题,提高拟合精度和波形分解效率,本文采用广义高斯模型拟合原始波形数据,在滤波与预估初值后,使用结合混沌算法的改进差分进化(Modified Differential Evolution, MDE)算法求解最优参数,最后将 MDE 算法的分解结果与其他优化算法进行对比,证明了本方法的优越性。

1 本文方法

1.1 波形分解原理

波形数据是波形随时间变化的函数,分解法将波形数据视为若干模型分量的叠加,每一个模型分量即为一个子波形。波形分解的目标是确定模型分量的个数并解算各模型分量的参数。广义高斯函数模型的波形分解公式如式(1):

$$y = \sum_{i=1}^n f(x) + \varepsilon = \sum_{i=1}^n A e^{-\frac{(x-u)^{\alpha^2}}{2\sigma^2}} + \varepsilon \quad (1)$$

其中, y 表示一条接收波形; $f(x)$ 为广义高斯函数; A 代表振幅, u 代表峰值在时间横坐标上的位置, σ 表示脉冲的半宽度, ε 代表噪声, n 为子波形的个数, α 为形状参数, $\alpha = \sqrt{2}$ 时为高斯函数。在这里,波形分解过程就是求解式(1)中的未知参数,从而将原始波形数据分解成具有不同参数的广义高斯分量。

波形分解可以分为噪声去除、参数预估、参数优化以及点云生成等步骤。噪声分为随机噪声和背景噪声,由于在数据获取的过程中,不可避免会有噪声存在,包括外部环境噪声如云、雾、飞鸟,以及系统噪声如暗电流、量化噪声等^[27],需要对数据进行滤波平滑以去除随机噪声,并对背景噪声进行估计;参数预估是为了确定模型未知参数的初始值,此时拟合精度较差;参数优化则通过优化算法确定参数的精确值,提高波形拟合精度,为后续计算精确的点云坐标奠定基础;波形分解后,根据分解的波峰位置参数可以计算出各激光点坐标,生成点云。

1.2 参数预估

为了进一步提高拟合精度,将背景噪声也作为待求未知参数,因此预估参数包括背景噪声 b ,子波形个数 n ,以及各子波形的参数:振幅 A ,半波宽 σ ,波峰位置 u ,形状参数 α 。主要过程如下:首先滤波平滑^[28]去除随机噪声,然后根据式(2)计算随机噪声中误差 σ_{noise}

$$\sigma_{noise} = \sqrt{\sum_{i=1}^m (\Delta x_i)^2 / m} \quad (2)$$

其中, m 为采样点个数, Δx_i 为滤波前后采样点DN值的变化。采样点DN值的最小值作为背景噪声 b 的初值;接着,将滤波后的回波最大值作为一个分量的振幅 A ,若 A 大于阈值(以 $3\sigma_{noise}$ 作为波峰的阈值条件),则将其对应的位置视作波峰位置 u ;再对该波峰两侧一定范围内寻找左右两个拐点的位置 p_1 和 p_2 ,根据式(3)计算半波宽 σ ;

$$\sigma = |p_1 - p_2|/2 \quad (3)$$

然后,设定形状参数 α 的初始值为 $\sqrt{2}$,将提取出的分量作为一个子波形从波形数据中减去,并不断重复该过程,直至剩余数据中最大值不满足阈值条件为止^[29]。

这种波形分量提取方法具有重叠回波和弱小回波的提取能力,但也会产生一些没有意义的回波分量。如强回波之后“振铃效应”产生的虚假回波^[30],或波峰间距太小,宽度异常等情况,因此需要对振幅、波宽、波峰位置等波形参数设置阈值,以去除多余回波分量,减少点云噪声。当满足下列条件之一时,该子波形会被滤除:(1)振幅小于整条波形最大振幅20%,(2)与前一个相邻子波形间距小于系统波宽。(3)波峰位置位于时间轴范围之外,(4)波宽小于系统脉冲宽度或大于3倍系统脉冲宽

度^[31-32]。本文在计算并比较拟合精度时不滤除无关分量,在生成点云时滤除以上无关分量。

1.3 参数优化

参数优化主要是寻找最优波形分解参数,提高后续点云定位精度。本文采用MDE算法优化波形参数初值,以获得更高的拟合精度。

1.3.1 DE算法原理

DE算法^[33]主要通过迭代变异并更新个体,以得到最优解,其原理如下:

$$V_i(G) = X_{r_1}(G) + F(X_{r_2}(G) - X_{r_3}(G)), i = 1, 2, \dots, NP \quad (4)$$

其中, G 为进化代数, $X(G)$ 为第 G 代种群, $V_i(G)$ 为目标向量, NP 为预先设置的个体数, r_1, r_2, r_3 为三个不大于 NP 、互不相同且不等于 i 的随机数, F 为在0~1之间的收缩系数。个体变异后进行交叉,依据设定的杂交概率决定试验向量的取值是目标向量还是原个体向量。若试验向量的适应度优于原种群个体,则该试验向量取代原个体;变异到选择过程迭代进行,直到循环次数达到 G_{max} 时停止。

1.3.2 MDE算法

DE算法在个体变异时收缩系数难以确定,缺乏自适应性,同时在群智能算法中,随机性是计算过程中避免陷入局部最优问题的重要因素^[34-35]。混沌算法是一种看似随机,实则又存在规律性和遍历性的随机数生成算法,能够提高群智能算法在随机搜索过程中的探索能力,降低陷入局部最优的可能性,在多种群智能算法中得到了应用,以助于确定全局最优解^[36-38]。本文在DE算法中采用文献[39]的变异方式(公式(5)),并引入混沌算法对其进行改进,在提高算法个体变异的多样性、随机性的同时自适应地确定收缩系数,具体公式如下:

$$V_i(G) = X_{best}(G) + F_1(X_{r_1}(G) - X_{r_2}(G)) + F_2(X_{r_3}(G) - X_{r_4}(G)) \quad (5)$$

$$z_{n+1} = \mu z_n(1 - z_n), z_n \in (0, 1), n = 0, 1, 2, \dots \quad (6)$$

$$x' = \frac{x - a}{b - a} \quad (7)$$

$$x = x' * (b - a) + a \quad (8)$$

其中, X_{best} 为适应度最优即拟合误差最小的个体, $X_{r_1}, X_{r_2}, X_{r_3}, X_{r_4}$ 为随机挑选出的四个各不相同的个体。公式(6)为混沌系统中的Logistic映射方差,其中 μ 是控制系数, $\mu \in (3.56, 4]$,当等于4时,系统则处于完全混沌状态^[40]。算法在变异过程的改进步骤如下:

1) 对于收缩系数 F_1, F_2 , 先分别在区间 $[a, b]$ 内随机生成 t ($t \geq 1$) 个初值 $f_{i,j}$ ($i=1, 2; j=1, 2, \dots, t$) 并按照公式(7)映射到区间 $[0, 1]$, 得到一个 $2*t$ 的初值数组 Z_0 (数组的第一行对应 F_1 , 第二行对应 F_2)。

2) 对 Z_0 内的每个元素 $z_{0,i,j}$ ($i=1, 2; j=1, 2, \dots, t$) 按照公式(6)迭代 k 次, 形成 k 个 $2*t$ 的序列数组 Z_1, Z_2, \dots, Z_k 。

3) 将混沌序列数组 Z_1, Z_2, \dots, Z_k 的每个元素根据式(8)逆映射到区间 $[a, b]$, 并相应地作为候选 F_1, F_2 全部代入式(5)计算 $V_i(G)$ 对应的拟合误差, 选择拟合误差最小的目标向量带入下一步的交叉计算。

上述有关混沌算法的步骤示意如图 1。变异过程的改进增加了变异过程中的多样性和随机性, 也避免了事先多次实验以确定收缩系数以及收缩系数选择不当给优化结果带来的影响。结合了 MDE 算法的整个波形分解的流程图见图 2。

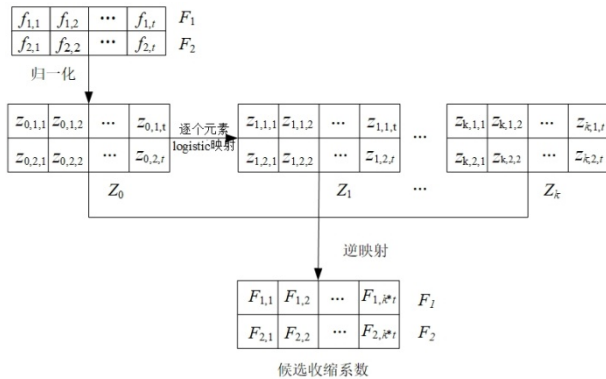


图 1 混沌算法过程示意图
Fig. 1 Schematic diagram of chaos algorithm

2 实验与分析

实验基于 Visual Studio 2019 平台, 使用某地区 (图 6) 的 Leica ALS 60, Las 1.3 格式数据。为了比较 MDE 算法在波形分解中的参数优化效果, 本文使用预估参数的不优化、改进 LM 优化^[17]、L-BFGS 优化^[18]、GA 优化^[21]、PSO 优化^[22]、DE 优化算法作为比较, 先从拟合精度包括拟合误差和拟合结果示意进

表 1 不同优化算法拟合误差及时间

Table 1 Fitting accuracy and running time of different optimization algorithms

优化算法	不优化	LM	L-BFGS	GA	PSO	DE	MDE
误差	160.462 1	68.968 5	66.076 1	101.773 6	98.054 9	65.562 5	59.867 1
时间/s	0.857 2	319.355 6	129.689 0	320.503 0	265.888 0	237.773 0	293.809 0

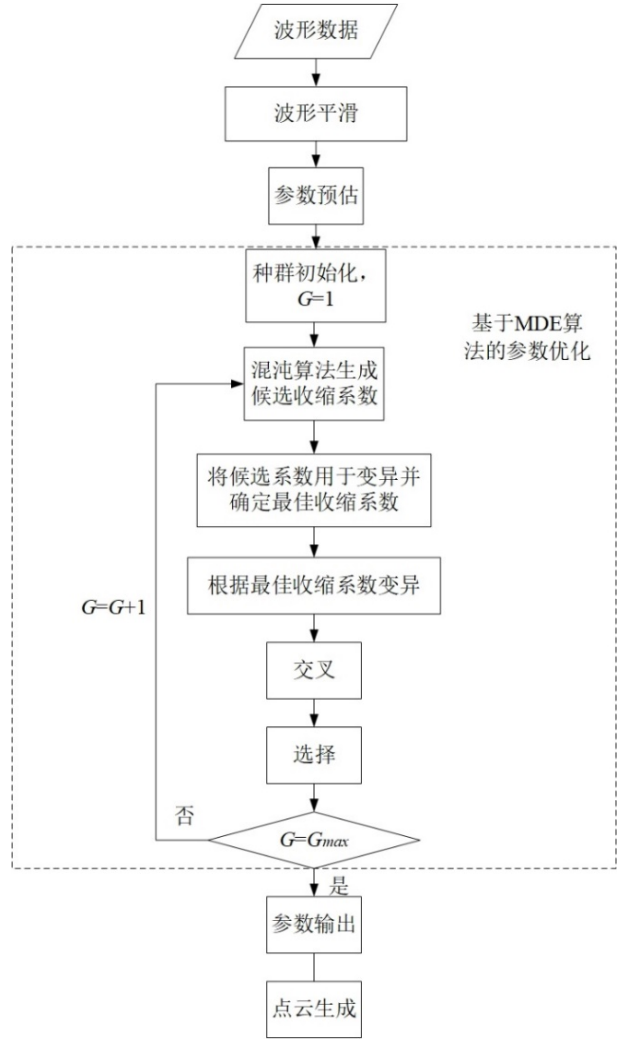


图 2 结合 MDE 算法的波形分解流程图

Fig. 2 Waveform decomposition flowchart combined with MDE algorithm

行比较; 随后又和包括系统点云在内的各算法点云进行了位置精度比较。

$$err = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N \sum_{i=1}^m |f(x_i) - y_i| \quad (9)$$

表 1 是 7 种方法的拟合误差和计算时间, 表中的数据是将各算法用于参数优化, 完成对 1000 条数据波形分解统计而来。GA、PSO、DE 算法的个体数和迭代次数都为 100; 由于 MDE 算法中收缩系数的选择增加了计算时间, 因此设 MDE 算法个体数为 60, 迭代次数为 80。在时间方面, L-BFGS 算法耗时

最短,仅为 129.689 0 秒, MDE 算法为 293.809 0 秒, 优于 LM 与 GA 算法, 而慢于 DE、PSO 与 L-BFGS 算法。拟合误差根据公式(9)计算得出, 其中 err 即拟合误差, m 为采样点的个数, N 为总波形个数, $f(x_i)$ 为采样点 x_i 处的子波形叠加值, y_i 为去噪后 x_i 处的 DN 值。由表中数据可见, MDE 算法拟合误差最小, DE 算法误差略大于 MDE 算法, GA 算法和 PSO 算法的拟合结果并不理想, 原因是与 DE 算法相比, 这两种算法的收敛速度较慢, 迭代结束时仍未收敛到全局最优, 在实验中继续增加迭代次数, GA 算法和 PSO 算法的精度将会有所提高。虽然 MDE 算法在几种比较算法中计算时间不是最快的, 但是其具有更小的拟合误差, 因此具有良好的整体表现。

图 3~图 5 是 3 组基于各优化算法波形拟合结果图, 同时为了比较广义高斯模型 (generalized Gaussian model, GMM) 与高斯模型 (Gaussian model, GM) 的拟合情况, 将 MDE 算法同时用于高斯函数与广义高斯函数。由图可见, MDE 算法优化的波形拟合结果更接近原波形, 在波形的最高点和波形的肩部 (图中画圈处) 相比于其他算法都有更好的拟合效果。图 3(c) 与 4(c) 的 L-BFGS 算法在波形最高处有明显放大。而不优化、LM 算法与 L-BFGS 算法在肩部的拟合效果均逊于 DE 与 MDE 算法。相比于 MDE 算法中的高斯函数, 广义高斯函数的形状参数控制了肩部的上升或下降趋势, 也提升了拟合效果。结合拟合误差和波形拟合结果图来看, MDE 算

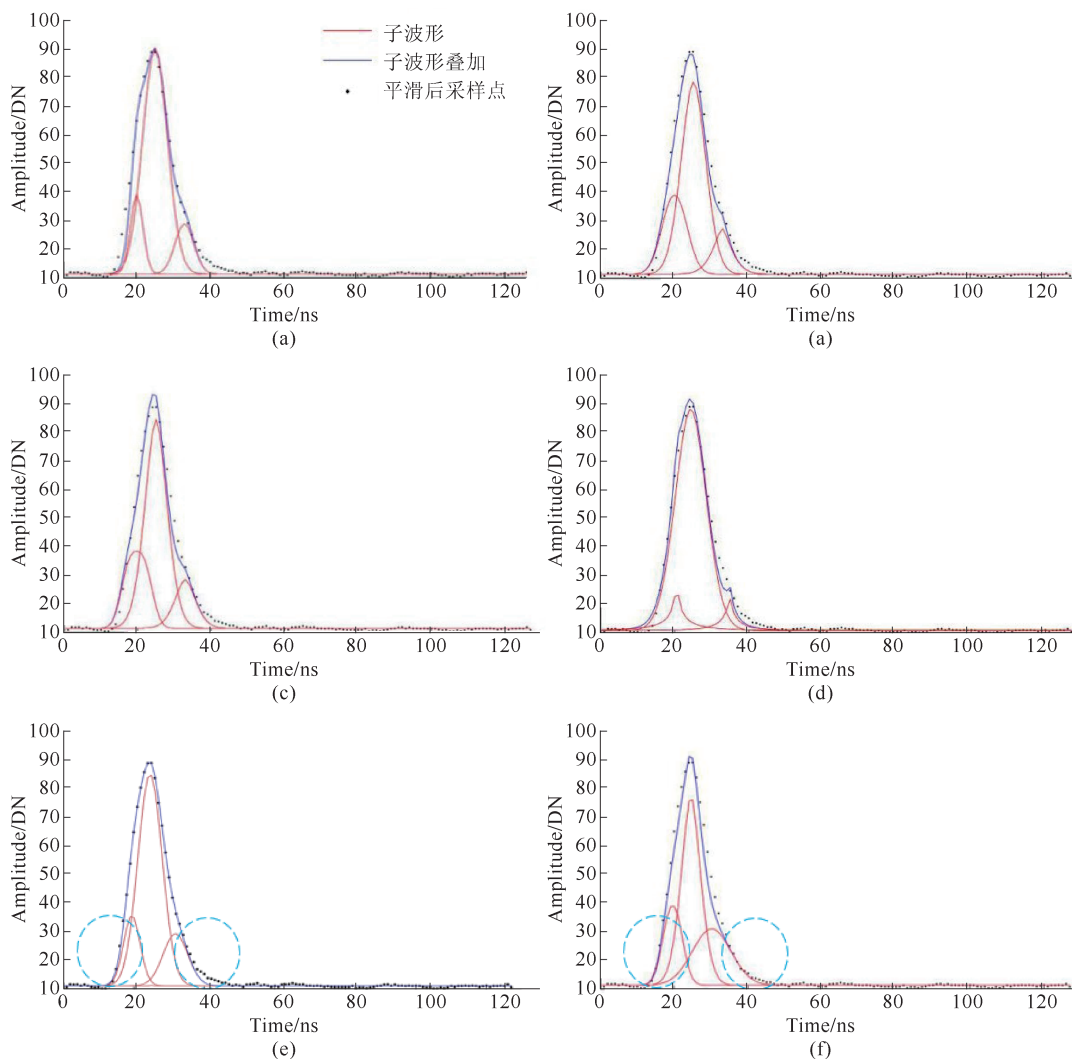


图 3 第一组波形拟合结果 (a) 不优化, (b) 基于 GGM 的 LM 优化, (c) 基于 GGM 的 L-BFGS 优化, (d) 基于 GGM 的 DE 优化, (e) 基于 GM 的 MDE 优化, (f) 基于 GGM 的 MDE 优化

Fig.3 The first set of waveform fitting results (a) non-optimization, (b) LM optimization based on GGM, (c) L-BFGS optimization based on GGM, (d) DE optimization based on GGM, (e) MDE optimization based on GM, (f) MDE optimization based on GGM

法能获得更高的拟合精度。

图7是利用本文方法分解出的研究区域点云,生成点云的波形分量同样需要满足1.2中的阈值条件。研究区域以平地为主,分布少量的建筑物与树木,系统点云数量为871075,分解出的点云数量为935 835,区域面积699 585.67 m²,点云密度1.25 pts/m²,分解的最大回波次数为6。波形分解增加了对弱回波和重叠波的提取能力,增加了点云密度,尤其是树木密集的区域。图8为研究区内同一棵树木的系统点云与分解点云对比,点云数分别为202和298,由图8(a)可见,相比于系统点云,分解点云更加密集;对两组点云进行比较提取分解后新增的

点云,结果如图8(b)所示。进一步比较拟合精度相近的LM、L-BFGS、DE与MDE算法解算出的点云与系统点云的位置精度,取研究区域中建筑物的平顶与人字顶进行局部对比,获得两组共10份点云数据(图9、10),蓝色圆圈标记的是在系统点云和MDE算法分解点云中不存在的部分噪声点。由图可以看出,LM算法的分解结果较为杂乱,分解出的噪声点较多,L-BFGS、DE、MDE的点云结果依次更为整齐规律,但系统点云、DE点云与MDE点云的整齐程度较为接近。对10份屋顶数据采用参考文献[41]的方法进行拟合,每份数据拟合5次,取点云到屋顶拟合平面距离均值的中位数作为该算法的屋顶拟合

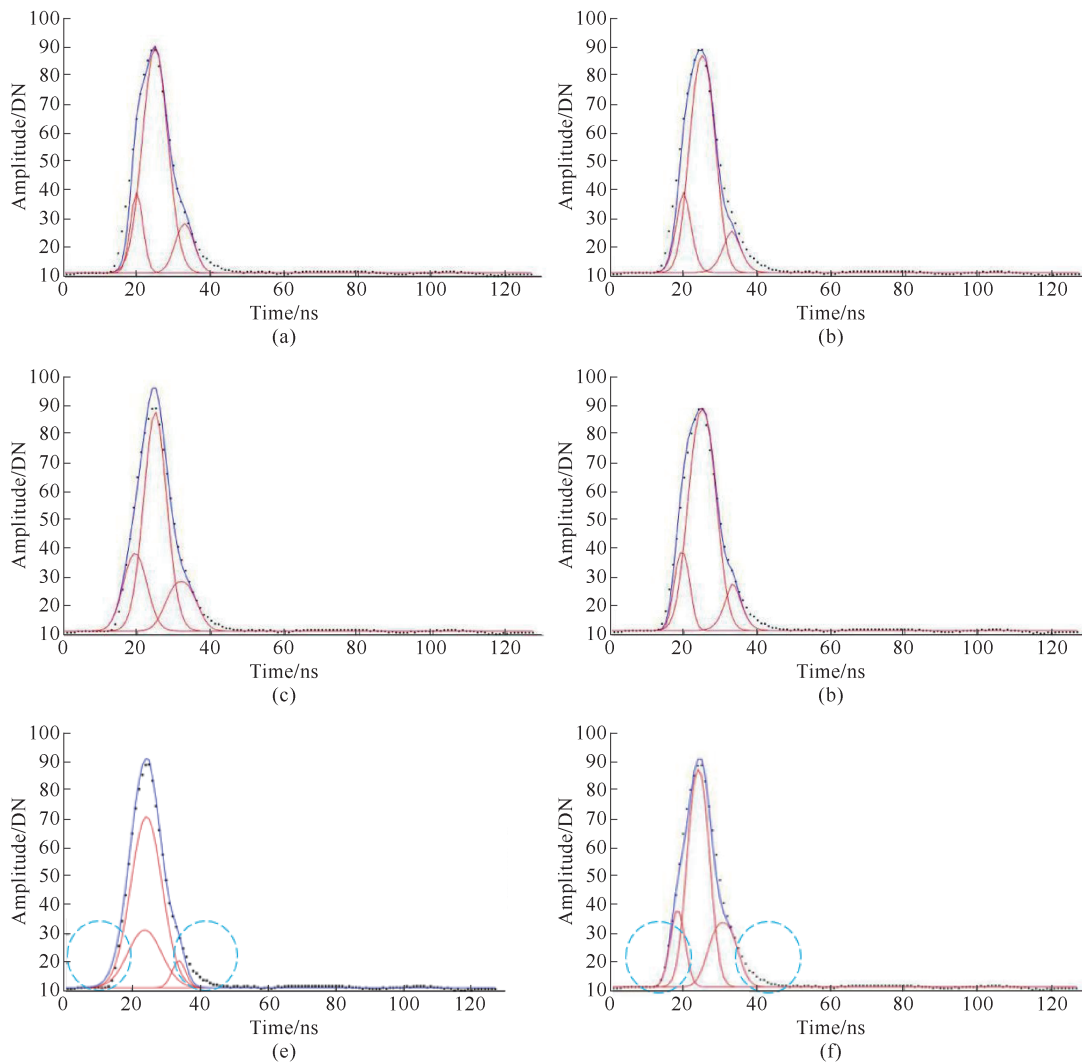


图4 第二组波形拟合结果 (a)不优化,(b)基于GGM的LM优化,(c)基于GGM的L-BFGS优化,(d)基于GGM的优化,(e)基于GM的MDE优化,(f)基于GGM的MDE优化

Fig.4 The second set of waveform fitting result (a) non-optimization, (b) LM optimization based on GGM, (c) L-BFGS optimization based on GGM, (d) DE optimization based on GGM, (e) MDE optimization based on GM, (f) MDE optimization based on GGM

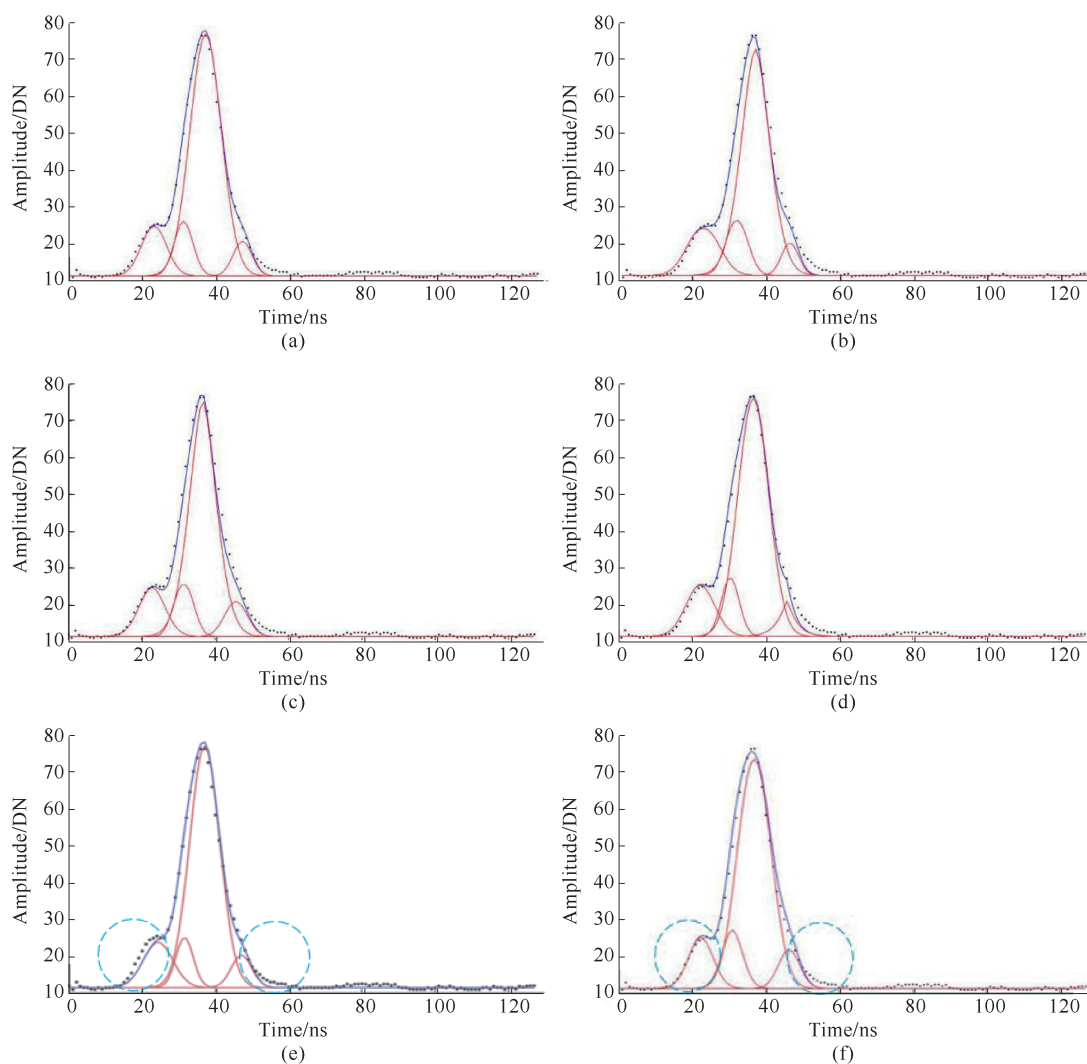


图5 第三组波形拟合结果 (a)不优化,(b)基于GGM的LM优化,(c)基于GGM的L-BFGS优化,(d)基于GGM的DE优化,(e)基于GM的MDE优化,(f)基于GGM的MDE优化

Fig.5 The third set of waveform fitting results (a) non-optimization, (b) LM optimization based on GGM, (c) L-BFGS optimization based on GGM, (d) DE optimization based on GGM, (e) MDE optimization based on GM, (f) MDE optimization based on GGM



图6 研究区域示意图

Fig. 6 Study area

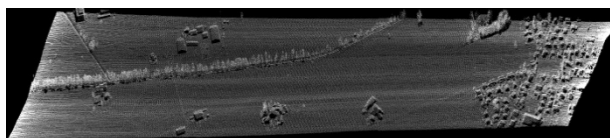


图7 波形分解的点云解算结果

Fig. 7 Point cloud of waveform decomposition

误差,结果见表2。与表1的拟合精度与图9、10点云分解目视结果相同,几种比较算法中,屋顶拟合误差由大到小分别为LM、L-BFGS、DE与MDE算法,DE算法点云的拟合误差与系统点云接近,MDE算法点云的拟合误差则小于系统点云。由此可见基于MDE算法的波形分解方法所生成的点云具有更高的位置精度。

3 结论与展望

针对参数优化易陷入局部最优,拟合精度受限的问题,提出了一种基于改进差分进化算法的机载LiDAR波形分解方法。在使用广义高斯模型的基础上,对原始波形数据进行滤波并预估参数后,将

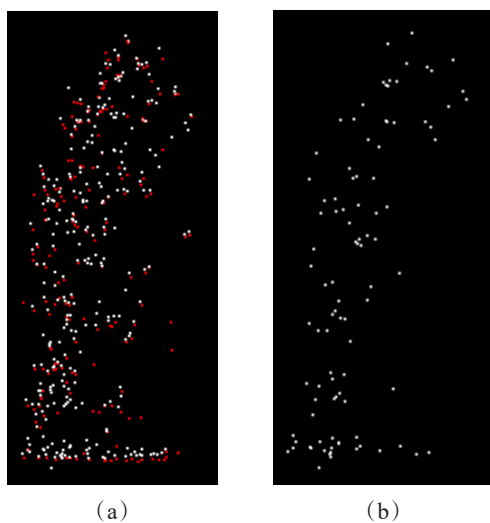


图8 系统点云与分解点云对比 (a) 系统点云(红)与分解点云(白),(b)分解后新增的点云

Fig.8 Comparison of system and decomposed point cloud (a) system point cloud(red) and decomposed point cloud(white), (b) new point cloud after decomposition

表2 各算法屋顶拟合误差

Table 2 Roof fitting error of each algorithm

	系统	LM	L-BFGS	DE	MDE
平顶/cm	6.668 9	8.779 3	7.261 2	6.874 2	6.627 1
人字形屋顶/ cm	8.855 1	9.582 0	8.682 9	8.352 6	8.531 1

MDE算法用于参数优化,并将分解结果与其他优化算法进行了对比。实验结果证明本文的分解方法在拟合精度和点云定位精度上都有良好效果,并且具有较快运算速度,具有一定优势。未来将进一步研

究如何加快算法的收敛速度以及如何更好地确定和减少分解出的噪声点。

Reference

- [1] Mallet C, Bretar F. Full-waveform topographic lidar: State-of-the-art [J]. *ISPRS Journal of Photogrammetry and Remote Sensing*, 2009, **64**(1): 1-16.
- [2] Li Peng-Cheng. The Technology of Terrain and Building Reconstruction Using Airborne Full-Waveform LiDAR Data [D]. PLA Information Engineering University, (李鹏程. 机载全波形LiDAR数据的地形与建筑物重建技术. 解放军信息工程大学), 2015.
- [3] Mandlbürger G, Hauer C, Wieser M, et al. Topo-bathymetric LiDAR for monitoring river morphodynamics and in-stream habitats—A case study at the Pielach River [J]. *Remote Sensing*, 2015, **7**(5): 6160-6195.
- [4] Allouis T, Durrieu S, Coueron P. A new method for incorporating hillslope effects to improve canopy-height estimates from large-footprint LIDAR waveforms [J]. *IEEE Geoscience and Remote Sensing Letters*, 2012, **9**(4): 730-734.
- [5] Wagner W, Ullrich A, Melzer T, et al. From single-pulse to full-waveform airborne laser scanners: Potential and practical challenges [J]. *International Archives Photogrammetry, Remote Sensing*, 2004, **35**(B3): 414-419.
- [6] Wu J, Van Aardt J A N, Asner G P. A comparison of signal deconvolution algorithms based on small-footprint LiDAR waveform simulation [C]. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 2011, **49**(6): 2402-2414.
- [7] Bruggisser M, Roncat A, Michael E S, et al. Retrieval of higher order statistical moments from full-waveform LiDAR data for tree species classification [J]. *Remote Sensing of Environment*, 2017, **196**(16): 28-41.
- [8] Abady L, Bailly J S, Baghdadi N, et al. Assessment of quadrilateral fitting of the water column contribution in Lidar waveforms on bathymetry estimates [J]. *IEEE Geoscience and Remote Sensing Letters*, 2014, **11**(4): 813-817.
- [9] Mallet C, Bretar F, Roux M, et al. Relevance assessment

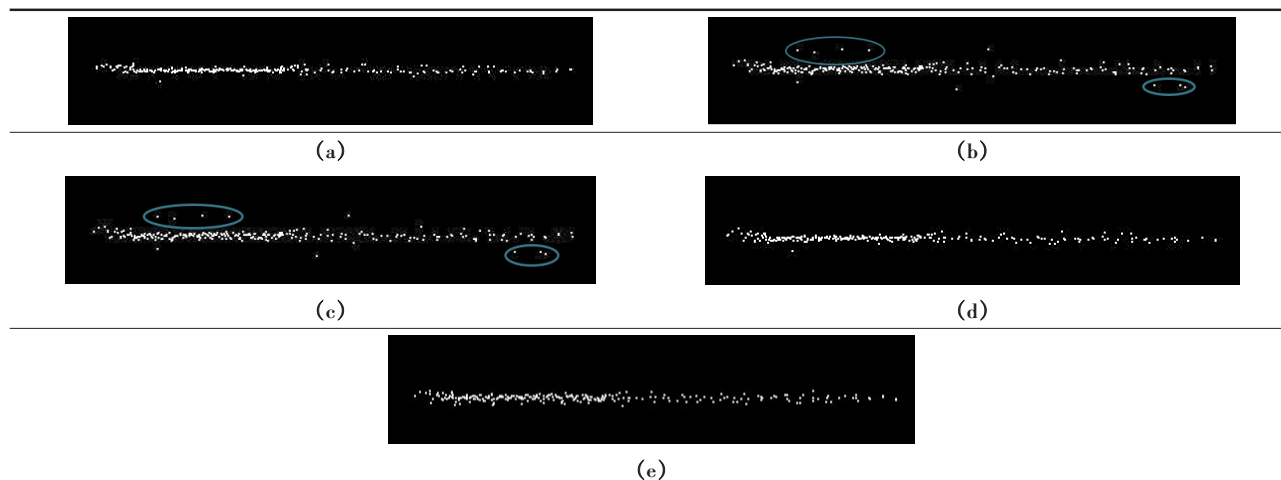


图9 平顶点云分解算结果 (a)系统,(b) LM,(c) L-BFGS,(d) DE,(e) MDE

Fig.9 Point cloud of flat roof (a)system, (b) LM, (c) L-BFGS, (d) DE, (e) MDE

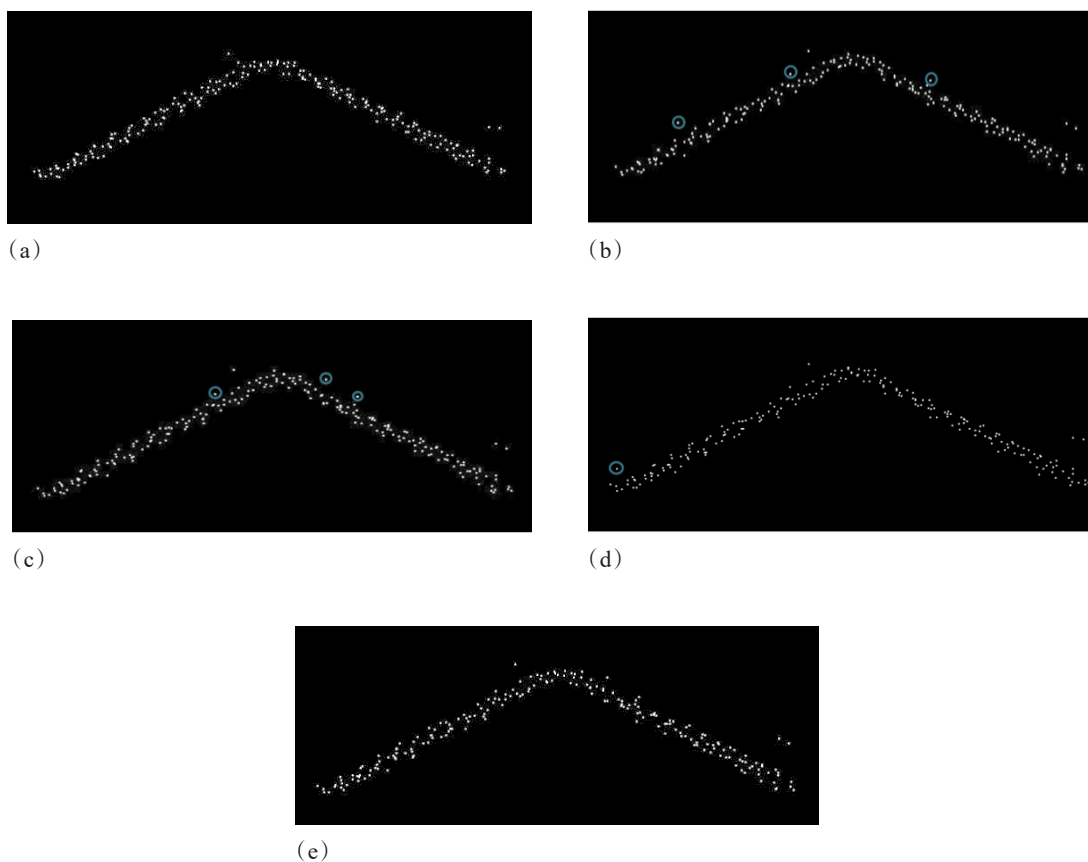


图 10 人字顶点云解算结果 (a)系统,(b) LM,(c) L-BFGS,(d) DE,(e) MDE

Fig.10 Point cloud of gabled roof (a)system, (b) LM, (c) L-BFGS, (d) DE, (e) MDE

- of full-waveform lidar data for urban area classification[J]. *ISPRS journal of photogrammetry and remote sensing*, 2011, **66**(6): S71-S84.
- [10] Chauve A, Mallet c, Bretar F, *et al.* Processing full-waveform Lidar data: modelling raw signals [J]. *International Archives of Photogrammetry, Remote Sensing and Spatial Information Sciences*, 36 (Part 3/W52), 2008: 102-107.
- [11] Hmida S B, Kallel A, Gastellu-Etchegorry J P, *et al.* Crop biophysical properties estimation based on LiDAR full-waveform inversion using the DART RTM [J]. *IEEE Journal of Selected Topics in Applied Earth Observations and Remote Sensing*, 2017, **10**(11):4853-4868.
- [12] Mountrakis G, Li Y. A linearly approximated iterative Gaussian decomposition method for waveform LiDAR processing[J]. *ISPRS Journal of Photogrammetry and Remote Sensing*, 2017, **129**: 200-211.
- [13] Yang Xue-Bo, Wang Cheng, Xi Xiao-Huan, *et al.* Wavelet transform of Gaussian progressive decomposition method for full-waveform LiDAR data [J]. *J. Infrared Millim. Waves* (杨学博, 王成, 习晓环, 等. 大光斑 LiDAR 全波形数据小波变换的高斯递进分解, *红外与毫米波学报*), 2017, **036**(6):749-755.
- [14] Li Q, Zhou W, Li C. Use of Airborne LiDAR To Estimate Forest Stand Characteristics [J]. *Iop Conference Series*, 2014, **17**:012252.
- [15] Xu F, Li F, Wang Y. Modified Levenberg - Marquardt-based optimization method for LiDAR waveform decomposition [J]. *IEEE Geoscience and Remote Sensing Letters*, 2016, **13**(4):1-5.
- [16] Lai Xu-Dong, Qin Nan-Nan, Han Xiao-Shuang, *et al.* Iterative decomposition method for small foot-print LiDAR waveform [J]. *J. Infrared Millim. Waves* (赖旭东, 秦楠楠, 韩晓爽, 等. 一种迭代的小光斑 LiDAR 波形分解方法, *红外与毫米波学报*), 2013, **32**(04): 319-324.
- [17] Chang F C, Huang H C. A refactoring method for cache-efficient swarm intelligence algorithms [J]. *Information Sciences*, 2012, **192**: 39-49.
- [18] Slowik A, Kwasnicka H. Nature inspired methods and their industry applications—swarm intelligence algorithms [J]. *IEEE Transactions on Industrial Informatics*, 2017, **14**(3): 1004-1015.
- [19] Alomari A, Phillips W, Aslam N, *et al.* Swarm intelligence optimization techniques for obstacle-avoidance mobility-assisted localization in wireless sensor networks [J]. *IEEE Access*, 2018, **6**: 22368-22385.
- [20] Phoa, Hing F K. A Swarm Intelligence Based (SIB) method for optimization in designs of experiments [J]. *Natural Computing*, 2017, **16**: 597-605.
- [21] Oliveira A A A, Centeno J A S, Hainosz F S. Point cloud generation from Gaussian decomposition of the waveform laser signal with genetic algorithms [J]. *Boletim de*

- Ciências Geodésicas*, 2018, **24**(2): 270–287.
- [22] Li D, Xu L, Li X. Full-waveform LiDAR echo decomposition based on wavelet decomposition and particle swarm optimization [J]. *Measurement Science and Technology*, 2017, **28**(4):045205.
- [23] Goudarzi S, Hassan W H, Mohammad H A. Comparison between hybridized algorithm of GA – SA and ABC, GA, DE and PSO for vertical-handover in heterogeneous wireless networks[J]. *Sādhanā*, 2016, **41**(7):727–753.
- [24] Pano V, Ouyang P R. Comparative study of GA, PSO, and DE for tuning position domain PID controller [C]. IEEE International Conference on Robotics & Biomimetics. 2015: 1254–1259.
- [25] Panduro M A, Brizuela C A. A comparative analysis of the performance of GA, PSO and DE for circular antenna arrays [C]. IEEE Antennas & Propagation Society International Symposium. IEEE, 2009: 1–4.
- [26] Wang Fang, Li Mei-An, Duan Wei-Jun, *et al.* Cloud computing task scheduling based on dynamically adaptive ant colony algorithm [J]. *Journal of Computer Applications* (王芳, 李美安, 段卫军. 基于动态自适应蚁群算法的云计算任务调度. 计算机应用), 2013, **33**(11): 3160–3162+3196.
- [27] He Liang. Research on small-footprint ALS full-waveform data processing technology [D]. University of Electronic Science and Technology of China(何亮. 小光斑 ALS 全波形数据处理技术研究. 电子科技大学), 2015.
- [28] Lai X, Zheng M. A denoising method for LiDAR full-waveform data [J]. *Mathematical Problems in Engineering*, 2015, 2015(1): 1–8.
- [29] Zhu J, Zhang Z, Hu X, *et al.* Analysis and application of LiDAR waveform data using a progressive waveform decomposition method [J]. *ISPRS–International Archives of the Photogrammetry, Remote Sensing and Spatial Information Sciences*, 2011, XXXVIII–5/W12: 31–36.
- [30] Słota M. Decomposition techniques for full-waveform airborne laser scanning data [J]. *Geomatics and Environmental Engineering*, 2014, **8**(1): 61–74.
- [31] Xu Guang-Cai. Research on Airborne LIDAR waveform data processing and classifying [D]. Nanjing Forestry University (徐光彩. 机载 LIDAR 波形数据处理及分类研究, 南京林业大学), 2010.
- [32] Meng Zhi-Li, Xu Jing-Zhong. A lateral Gaussian decomposition method of airborne lidar full-waveform data [J]. *Geomatics and Information Science of Wuhan University*(孟志立, 徐景中. 机载激光雷达波形数据横向高斯分解方法. 武汉大学学报(信息科学版)), 2018, **043**(001): 81–86, 100.
- [33] Yu X, Cai M, Cao J. A novel mutation differential evolution for global optimization [J]. *Journal of Intelligent and Fuzzy Systems*, 2015, **28**(3): 1047–1060.
- [34] Wang J, Liao J, Zhou Y, *et al.* Differential evolution enhanced with multiobjective sorting-based mutation operators [J]. *IEEE Transactions on Cybernetics*, 2017, **44**(12): 2792–2805.
- [35] Price K, Storn R M, Lampinen J A. Differential evolution: a practical approach to global optimization [M]. Springer Science & Business Media, 2006.
- [36] Fister I, Perc M, Kamal S M, *et al.* A review of chaos-based firefly algorithms [J]. *Applied Mathematics and Computation*, 2015, **252**: 155–165.
- [37] Shen Y. A chaos genetic algorithm based extended Kalman filter for the available capacity evaluation of lithium-ion batteries [J]. *Electrochimica Acta*, 2018, **264**: 400–409.
- [38] Sayed G I, Khoriba G, Haggag M H, *et al.* A novel chaotic salp swarm algorithm for global optimization and feature selection [J]. *Applied Intelligence*, 2018, **48**(10): 3462–3481.
- [39] Zhang Wu-Ming, Zhong Yuexian. Camera calibration based on improved differential evolution algorithm [J]. *OPTICAL TECHNIQUE* (张吴明, 钟约先. 基于改进差分进化算法的相机标定研究. 光学技术), 2004, **30**(06): 720–723.
- [40] Zhang Q, Yuan M, Song R. Robot trajectory planning method based on genetic chaos optimization algorithm [C]. 2017 18th International Conference on Advanced Robotics (ICAR). IEEE, 2017: 602–607.
- [41] Xu B, Jiang W, Shan J, *et al.* Investigation on the weighted ransac approaches for building roof plane segmentation from lidar point clouds [J]. *Remote Sensing*, 2016, **8**(1): 5.