

文章编号: 1001 - 9014(2009)06 - 0461 - 05

单幅 SAR 遥感影像定位的几何分析

邢帅, 徐青, 何钰, 蓝朝桢

(信息工程大学 测绘学院, 河南 郑州 450052)

摘要: 在数字高程模型 (DEM) 支持下的单幅影像迭代定位方法 (IPM) 是利用单幅遥感影像进行目标定位或修测地图的主要方法。一直以来, SAR 影像 IPM 的几何意义都不甚明了。依据 SAR 影像距离投影的原理, 对 SAR 影像 IPM 的计算过程进行了几何分析, 提出以地面倾角和起始高程点入射角作为已知量, 推导了其近似的收敛条件以及收敛速度计算公式, 并分析得到地面倾角和起始高程值是影响 SAR 影像 IPM 收敛性和收敛速度的主要因素。最后, 分别利用模拟数据和真实数据对几何分析的结论进行了实验验证。实验结果表明, 理论分析结论正确合理, 有助于深入分析 SAR 影像上像点与地面点的几何关系。

关键词: 单幅影像迭代定位方法; SAR 影像; 数字高程模型

中图分类号: P237 **文献标识码:** A

GEOMETRIC ANALYSIS OF SINGLE SAR REMOTE SENSING IMAGE POSITIONING

XING Shuai, XU Qing, HE Yu, LAN Chao-Zhen

(Institute of Surveying and Mapping, Information Engineering University, Zhengzhou 450052, China)

Abstract: The iterative positioning method (IPM) based on digital elevation model (DEM) is an important way in object positioning or map revision with single remote sensing image. The geometry principle of synthetic aperture radar (SAR)-IPM has not been clear so far. In this study, the iterative calculation process of SAR-IPM was analyzed by using geometry theory based on distant projection of SAR image. Two known variables, slope obliquity and incidence angle of initial position, were chosen to derive the approximate convergence criterion and the convergence speed function. It is found that slope obliquity and incidence angle are leading factors for the convergence and convergence speed of SAR-IPM. Experiment results with simulated data and real data have proved that the approximate convergence criterion is accurate and reasonable, and the convergence speed function is correct. The result will help to analyze the geometry relation between the SAR image point and the corresponding ground point.

Key words: iterative positioning method with single image; SAR image; digital elevation model (DEM)

引言

利用单幅影像进行目标定位 (简称单像定位) 是摄影测量与遥感中的一项重要内容。单像定位过程除影像外还需要一些辅助条件, 这些条件主要可以分为两类: 一类是引入外部数据, 如数字高程模型 (digital elevation model, DEM)^[1]; 另一类是增加约束条件, 如已知高程、加入地球模型方程^[2,3]、假设地面平坦^[4]等。

根据第一类条件形成的在 DEM 支持下的单幅影像迭代定位方法 (iterative positioning method,

IPM) 是单像定位中最常用的方法。文献 [5~7] 均对利用单幅像片进行目标定位的原理、存在问题以及解决方法进行了分析, 但其研究对象仅限于光学影像, 并未涉及其它类型影像。

相对于光学传感器, 由于 SAR 影像上像点与相应地面点间的关系比较复杂, 对 SAR 影像 IPM 的研究目前仅限于代数计算过程^[8,9], 其几何意义尚不明确。事实上, 根据 SAR 的成像原理, 不仅可以确定 SAR 影像上像点与相应地面点间的几何关系, 还可以分析 SAR 影像 IPM 的计算过程, 得到相应的收敛条件, 估计其计算效率, 为提出新的 SAR 影像 IPM

收稿日期: 2008 - 12 - 21, 修回日期: 2009 - 06 - 18

Received date: 2008 - 12 - 21, revised date: 2009 - 06 - 18

基金项目: 国家自然科学基金项目 (40771142), 国家西部 1: 50000 地形图空白区测图工程项目“合成孔径雷达影像制图技术”, 上海市博士后科研资助计划, 北京大学为新基金, 信息工程大学测绘学院课题 (Y0801)。

作者简介: 邢帅 (1979-), 男, 河南信阳人, 博士, 讲师, 研究方向为遥感图像处理、数字摄影测量, Email: xing972403@163.com

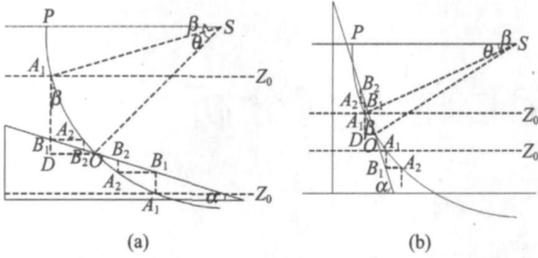


图1 SAR影像IPM迭代过程的示意图(正视情况) (a)收敛情况 (b)发散情况
Fig.1 Sketch map of iterative procedure of SAR-IPM on planar surface (profile of a fore-viewed slope) (a) convergence (b) divergence

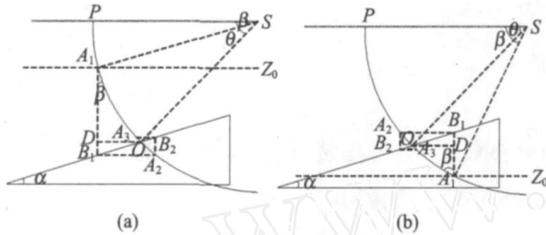


图2 SAR影像IPM迭代过程的示意图(后视情况) (a) A_1 高于 O 的情况 (b) A_1 低于 O 的情况
Fig.2 Sketch map of iterative procedure of SAR-IPM on planar surface (profile of a back-viewed slope) (a) the elevation value of point A_1 is higher than point O (b) the elevation value of point A_1 is lower than point O

算法提供理论支持. 本文按照上述思想,对 SAR 影像 IPM 进行了几何分析,推导了其收敛条件以及收敛速度计算式,并进行了仿真实验和真实数据实验.

1 SAR影像 IPM 的几何分析

单幅 SAR 影像 IPM 方法的计算过程如图 1 和 2 所示. 图上 SAR 影像的投影光线为过 O 点,以 S 为中心, OS (O 点的斜距) 为半径的圆弧,而光学影像的投影光线为过 S, O 点的直线,正是这一变化使得 SAR 影像 IPM 的迭代过程变得更加复杂.

为了使几何分析过程更加清晰,本文首先分析理想地面,即光滑斜面情况下 SAR 影像 IPM 的计算过程,然后再讨论一般地形的情况.

1.1 收敛条件分析

假设传感器的位置以及地面情况如图 1 和 2 所示,此时地面是光滑斜面,则 SAR 影像 IPM 的迭代过程如两图所示. 图 1 为正视情况的剖面图,图 2 为后视情况的剖面图. 图 1 (a) 和 (b) 上均同时显示了高程初始值 Z_0 取在地面点 O 上方和下方的两种迭代情况,图 2 (a) 和 (b) 则分别描述了 Z_0 取在地面点

O 上方和下方的两种迭代情况.

在图 1 和图 2 中, S 为 SAR 天线中心, P 为等效像点, O 是像点对应的地面点,其入射角为 α , 线段 OS 为 O 点的斜距. 给定一个起始高程 Z_0 , 该高程面与投影光线 OP 交于点 A_1 , A_1 对应的内插地面点为 B_1 , 由 B_1 确定新的高程面并与 OP 交于点 A_2 , 循环迭代形成投影点序列 $\{A_n\}$. 由于投影光线为弧线, 因此收敛的情况应根据 $\{OA_n\}$ 序列来分析, 但弧长 OA_i ($i=1, 2, \dots, n$) 是与相邻两个投影点对应入射角的差值有关, 这使得直接分析 OA 变得非常复杂, 且不利于得到确定的结论. 考虑到一般情况下, OA 较 OS 为一小值, 故做出如下假设: $OA_1 = OA_1$, 且其它投影点 A_i ($i=2, \dots, n$) 均在线段 OA_1 上. OA_1 表示 OA_1 对应的弦长, 此时投影点序列变为 $\{OA_n\}$.

以图 1 (a) 为例, 设起始投影点 A_1 的入射角 $\angle OA_1B_1 = \alpha_1$, $OA_1 = d$, 地面倾角 $\angle B_1OD = \alpha$, D 为 A_1B_1 或其延长线与 O 点高程面的交点, 则由图中几何关系可以得到

$$A_1A_2 = A_1B_1 / \cos \alpha_1 = d(1 - \tan \alpha \cdot \tan \alpha_1) \quad (1)$$

$$OA_2 = OA_1 - A_1A_2 = d - d(1 - \tan \alpha \cdot \tan \alpha_1) \quad (2)$$

同理可得

$$A_2A_3 = d(1 - \tan \alpha \cdot \tan \alpha_1) \cdot (\tan \alpha \cdot \tan \alpha_1) \quad (3)$$

$$OA_3 = d \cdot (\tan \alpha \cdot \tan \alpha_1)^2 \quad (4)$$

因此, 可以得到 $\{A_{n-1}A_n\}$ 和 $\{OA_n\}$ 序列

$$A_{n-1}A_n = d(1 - \tan \alpha \cdot \tan \alpha_1) \cdot (\tan \alpha \cdot \tan \alpha_1)^{n-2} \quad (5)$$

$$n = 2, 3, \dots \quad (6)$$

$$OA_n = d \cdot (\tan \alpha \cdot \tan \alpha_1)^{n-1} \quad n = 1, 2, \dots \quad (7)$$

由式 (1) (2) 可以看出, $\{A_{n-1}A_n\}$ 和 $\{OA_n\}$ 均是以 $\tan \alpha \cdot \tan \alpha_1$ 为变化率的等比数列, 两者都可以用来分析 IPM 的收敛条件, 但由于 O 点是未知的, 因此这里选择了 $\{A_{n-1}A_n\}$ 数列.

分析 IPM 收敛的条件即计算 $\{A_{n-1}A_n\}$ 数列的极限. 根据式 (1), $\{A_{n-1}A_n\}$ 数列的极限可以分以下三种情况来讨论.

(a) $|\tan \alpha \cdot \tan \alpha_1| < 1$ 的情况

由式 (1) (2) 可知, $\alpha_1 \in [0, \pi/2]$ 可以得到此时 $1 > \tan \alpha \cdot \tan \alpha_1 > 0$, 即

$$\cos(\alpha - \alpha_1) > 0 \text{ 且 } \cos(\alpha + \alpha_1) > \cos(\alpha - \alpha_1).$$

因此得到: 只有 $\alpha_1 \in [0, \pi/2]$ 且 $|\alpha - \alpha_1| \in [0, \pi/2]$ 时, $\lim_{n \rightarrow \infty} A_{n-1}A_n$ 为 0.

(b) $|\tan \alpha \cdot \tan \alpha_1| = 1$ 的情况

此时 $\lim_{n \rightarrow \infty} A_{n-1}A_n$ 恒等于 0 且 $\beta + \alpha = \pi/2$.

(c) $|\beta - \alpha| > \pi/2$ 时

此时可推导出

$$\cos(\beta - \alpha) < 0 \text{ 或 } \cos(\beta + \alpha) < 0$$

根据 $\beta \in [0, \pi/2]$, $\cos(\beta - \alpha) < 0$ 不可能成立. 因此由 $\cos(\beta + \alpha) < 0$ 得到 $\beta + \alpha \in (\pi/2, \pi]$, 此时 $\lim_{n \rightarrow \infty} A_{n-1}A_n$ 为无穷大.

综合以上三种情况, 得到

$$\lim_{n \rightarrow \infty} A_{n-1}A_n = \begin{cases} 0 & \beta + \alpha \in [0, \frac{\pi}{2}) \\ 0 & \beta + \alpha = \frac{\pi}{2} \\ \infty & \beta + \alpha \in (\frac{\pi}{2}, \pi] \end{cases} \quad (3)$$

上述分析是针对正视的情况, 而在后视情况下, $\{A_{n-1}A_n\}$ 数列变为

$$A_{n-1}A_n = d(1 + \tan \beta \cdot \tan \alpha) \cdot (\tan \beta \cdot \tan \alpha)^{n-2}$$

计算其极限可得

$$\lim_{n \rightarrow \infty} A_{n-1}A_n = \begin{cases} 0 & \beta + \alpha \in [0, \frac{\pi}{2}) \\ 2d & \beta + \alpha = \frac{\pi}{2} \\ \infty & \beta + \alpha \in (\frac{\pi}{2}, \pi] \end{cases} \quad (4)$$

综合式 (3) 和式 (4) 可得

$$\lim_{n \rightarrow \infty} A_{n-1}A_n = \begin{cases} 0 & \beta + \alpha \in [0, \frac{\pi}{2}) \\ \begin{cases} 0 & \text{正视} \\ 2d & \text{后视} \end{cases} & \beta + \alpha = \frac{\pi}{2} \\ \infty & \beta + \alpha \in (\frac{\pi}{2}, \pi] \end{cases} \quad (5)$$

综上所述, 对于光滑斜面的情况, SAR 影像 IFM 的近似收敛条件为 $\beta + \alpha \in [0, \pi/2)$. 从图 1 和图 2 还可以看出, SAR 影像 IFM 的收敛情况是: 正视情况下由地面点一侧单调收敛, 后视情况下由地面点两侧振荡收敛.

1.2 收敛速度分析

设定阈值为 T , 当 $A_{n-1}A_n$ 小于 T 时迭代收敛, 即

$$d(1 \mp \tan \beta \cdot \tan \alpha) \cdot (\tan \beta \cdot \tan \alpha)^{n-2} < T \quad (6)$$

其中“-”和“+”分别代表正视和后视的情况.

设 R 为 O 点对应的斜距, 其可以根据像点坐标以及斜距分辨率确定, 且 $OS = A_iS = R$. 设 O 点对应的入射角 $\angle OSP = \alpha$, 则可以得到

$$d = \sqrt{2R^2 [1 - \cos(\beta - \alpha)]}$$

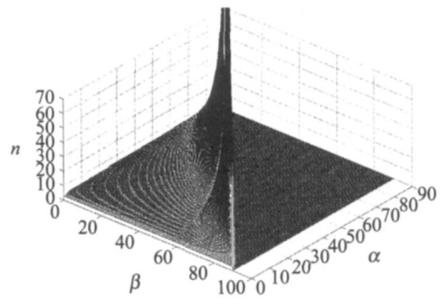


图 3 以地面倾角 α 和入射角 β 为变量的收敛速度计算结果
Fig 3 Result of convergence speed as function of obliquity α and incidence angle

$$= 2R \left| \sin \frac{\beta - \alpha}{2} \right|$$

将其代入式 (6) 得到

$$2R \left| \sin \frac{\beta - \alpha}{2} \right| (1 \mp \tan \beta \cdot \tan \alpha) \cdot (\tan \beta \cdot \tan \alpha)^{n-2} < T \quad (7)$$

由式 (7) 计算得到的收敛速度为

$$n = \begin{cases} \left\lceil \frac{\ln \left(\frac{T}{2R \left| \sin \frac{\beta - \alpha}{2} \right| |1 \mp \tan \beta \cdot \tan \alpha|} \right)}{\ln(\tan \beta \cdot \tan \alpha)} \right\rceil + 3 & \beta + \alpha \in [0, \frac{\pi}{2}) \\ \text{发散} & \beta + \alpha \in (\frac{\pi}{2}, \pi] \end{cases} \quad (8)$$

其中, $\ln(x)$ 是对数函数, $\lceil x \rceil$ 是对 x 取整.

式 (8) 为 SAR 影像 IFM 的收敛速度近似计算公式. 由于至少需要三次迭代, 因此计算收敛度量时至少需要三个投影点.

如图 3 所示, 当 $\beta + \alpha \in [0, \pi/2)$ 时, n 为无穷大或者是负数, 迭代发散. 当 $\beta + \alpha \in [0, \pi/2]$ 时, n 为正数且数列 $\{A_{n-1}A_n\}$ 收敛. 此时收敛速度主要取决于 α 和 β , 如果 $\beta + \alpha$ 接近于 0, 迭代过程收敛很快, 而当 $\beta + \alpha$ 接近于 $\pi/2$ 时, 迭代速度明显减慢.

从式 (8) 可以看出, 影响收敛速度的因素有四个: (1) 斜面倾角 α ; (2) O 点的入射角 β ; (3) 收敛阈值 T ; (4) 初始投影点的入射角 α . 对固定像点而言, 前两个因素是确定的, 第三个因素可以根据精度要求事先设定, 只有 T 需要通过设置高程初始值 Z_0 来人为设定. 因此, 对于 SAR 影像 IFM, Z_0 的取值是决定收敛情况的关键因素.

1.3 一般地形的收敛情况

对于一般地形情况, α 和 β 角不再是一个常量, 但如果此时认为“ OA 较 OS 为一小值”的假设依然成立, 那么仍然可以弦长 OA_1 代替 OA , 则其它投影点 $A_i (i=2, \dots, n)$ 仍在 OA_1 上, 那么 α 角将不变.

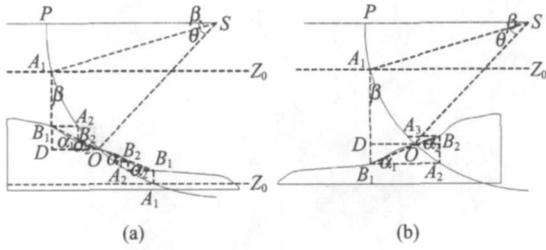


图4 一般地形时 SAR 影像 IPM 迭代过程的示意图 (a) 正视情况 (b) 后视情况

Fig.4 Sketch map of iterative procedure of SAR-IPM on general surface (a) profile of a fore-viewed slope (b) profile of a back-viewed slope

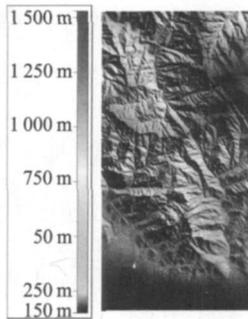


图5 真实的 DEM
Fig.5 Real DEM

如图 4(a)、(b)所示,一般地形时也可分为正视与后视两种情况.设内插地面点与 O 点连线的倾角依次为: B_1O 为 α_1 , B_2O 为 α_2 , ..., B_nO 为 α_n , 则任意相邻两个投影点间的距离可以表示为:

$$A_{n-1}A_n = d \cdot \prod_{i=1}^{n-2} (\text{tg } \alpha_i \cdot \text{tg } \alpha_{i+1}) \cdot (1 \mp \text{tg } \alpha_{n-1} \cdot \text{tg } \alpha_n) \quad (9)$$

($n = 2, 3, 4, \dots$)

由式 (9)可以看出,如果所有的 α_i 角均满足 $\text{tg } \alpha_i \cdot \text{tg } \alpha_{i+1} < 1$, 则 $\lim_{n \rightarrow \infty} A_{n-1}A_n = 0$ 因此,一般地形情况下, SAR 影像 IPM 的近似收敛条件为所有的 α_i 角均满足 $\alpha_i + \alpha_{i+1} \in [0, \pi/2]$, 但当某些 α_i 角不满足该条件时,迭代过程依然有可能收敛.近似收敛速度由于 α_i 角的不同而很难准确计算,但可由式 (8) 给出一个估计值.

2 实验结果与分析

2.1 仿真实验

本文构建了一组与文献 [7] 中相似的模拟 DEM 数据和 SAR 影像统计了实际计算和理论分析中阴影区、超限区、发散区和收敛区的点数以及它们在 DEM 中所占的百分比,其结果列于表 1.

从表 1 中的数据可以看出,理论判断收敛但实际计算发散的点数仅占 DEM 总点数的 1.0%, 而理

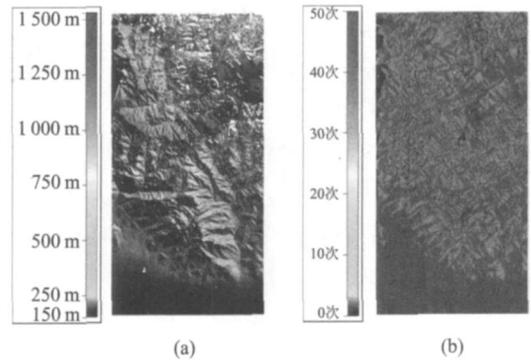


图6 SAR 影像 IPM 的实际计算结果 (a) IPM 计算得到的 DEM (b) 迭代次数

Fig.9 Practical results of SAR-IPM (a) DEM calculated by SAR-IPM (b) iteration number map

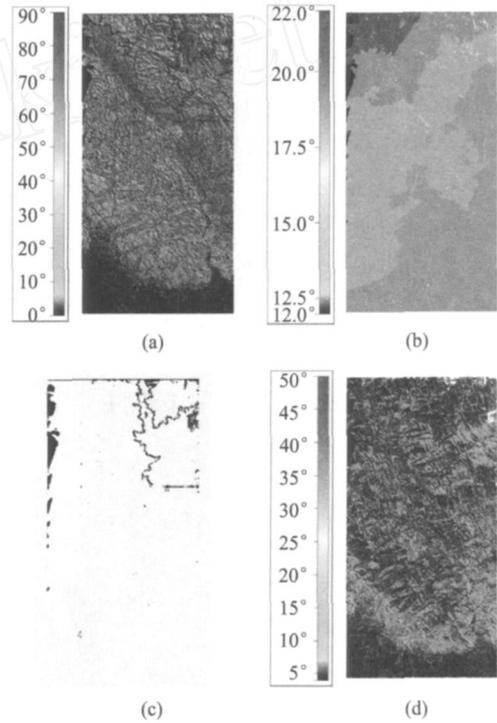


图7 SAR 影像 IPM 的理论计算结果 (a) 倾角 α (b) 入射角 β (c) 收敛情况 (d) 迭代次数

Fig.11 Theoretical analysis results of SAR-IPM (a) α map (b) β map (c) modeled convergent areas (d) iteration number map

论判断发散但实际计算收敛的点数占 DEM 总点数的 12.8%, 这个结果说明理论判断收敛的点在实际计算中基本上都是收敛的, 但很多实际计算收敛的点被理论判断为发散. 分析造成实际值与理论值存在较大差异的原因可能是 SAR 影像投影光线的形式较光学影像更易使迭代过程中地面倾角发生剧烈变化, 而实验中将收敛判据设为“迭代过程中所有倾角满足 $\alpha_i + \alpha_{i+1} \in [0, \pi/2]$ ”是合理的但过于严格, 因此造成很多迭代次数较多但实际上收敛的点理论

上被判定为发散点.进一步的实验结果表明,在适当放宽了收敛判据后,理论估计结果与实际统计结果非常接近.

2.2 真实数据实验

IPM的实际计算结果如图6所示,理论计算结果如图7所示,图6和图7中的黑色区域为阴影区.

观察图6(a)可以发现,除却阴影区和发散区,计算得到的DEM与图5基本是一致的.而图6(b)显示,在真实地形情况下,SAR影像IPM计算性能很好,尽管该地区高差较大,但绝大部分像点的计算都是收敛的,发散点只是集中在少数高程变化剧烈的区域.

从图7(a)可以看出,尽管地面的坡度变化比较剧烈,但由于是机载SAR平台,因此影像上各点的入射角并不大.由判据 $\theta \in [0, \theta_0/2)$ 得到了每个点的收敛情况,如图7(c)所示,图7(c)中红色部分为发散点.可以看出,发散点的数量并不多,且主要集中在区域右上角的两条山谷中.再对比图7(c)和图6(b)可以看出,理论上判断的收敛情况与实际计算结果非常接近,但此时理论计算的发散点要少于实际计算结果,这与仿真实验的结果有所不同.这说明真实地形较模拟地形情况更加复杂,尤其是在山区,地形起伏非常剧烈,且在迭代过程中会出现地形遮挡的情况,造成了理论计算结果与实际计算结果存在差异,但这部分判断错误的点占整个DEM的比例很小.

再观察表2中的统计结果可以发现,真实地形条件下SAR影像IPM的性能很好,表2中的误差项可以说明真实地形的复杂性对IPM存在显著影响,收敛判据设为“迭代过程中所有倾角满足 $\theta \in [0, \theta_0/2)$ 是合理的,但该判据没有考虑迭代过程中出现地形遮挡的情况,使得判断结果存在微小的误差.

3 结论

上述仿真实验和真实数据实验的结果一致表明,根据地面倾角和起始高程点入射角两个已知量提出的SAR影像IPM的近似收敛条件 $\theta \in [0, \theta_0/2)$ 是合理的,该条件是从SAR的成像几何原理推导得到的,这也反映出完全从几何角度来分析SAR影像的摄影测量问题是可行的.本文推导的SAR影像IPM近似收敛条件,可以作为利用单幅SAR影像进行地形图修测前的任务评估工具,对于任务的可行性以及最终结果的质量提供较为可靠的评估结果,有助于提高地形图修测任务的成功率以及节约成本.

表1 IPM实际计算和理论分析中各类型点的统计结果(模拟的DEM)

Table 1 Statics of various types of pixels in practical and theoretical results of IPM (simulated DEM)

类型	DEM区域	阴影区	超限区	发散区	收敛区	误差
实际计算	355209 (100%)	5406 (1.5%)	61809 (17.4%)	45422 (12.8%)	242572 (68.3%)	3657 (1.0%)
理论分析				87390 (24.6%)	200604 (56.5%)	45625 (12.8%)

注:表中数据项上方为数目,单位为个,下方为占总点数的百分比

表2 IPM实际计算和理论分析中各类型点的统计结果(真实的DEM)

Table 2 Statistical results of various types of pixels in practical and theoretical results of IPM (real DEM)

类型	DEM区域	阴影区	超限区	发散区	收敛区	误差
实际计算	1786215 (100%)	16159 (0.9%)	11716 (0.6%)	127304 (7.1%)	1631036 (91.4%)	119558 (6.7%)
理论分析				12079 (0.7%)	1746261 (97.8%)	4333 (0.2%)

注:表中数据项上方为数目,单位为个,下方为占总点数的百分比

REFERENCES

- [1] ZHANG Zu-Xun, ZHANG Jian-Qing. *Digital Photogrammetry* [M]. Wuhan University of Surveying Science and Technology Press (张祖勋, 张剑清. 数字摄影测量学. 武汉: 武汉测绘科技大学出版社,) 1996, 76—77.
- [2] YANG Jie, PAN Bin, LI De-Ren, et al. Location of spaceborne SAR imagery without reference points [J]. *Geomatics and Information Science of Wuhan University* (杨杰, 潘斌, 李德仁等. 无地面控制点的星载 SAR 影像直接对地定位研究. 武汉大学学报·信息科学版), 2006, 31(2): 144—147.
- [3] <http://www.spotimage.fr/> SPOT Satellite Geometry Handbook S-NT-73-12-SI 2002. 01. 15.
- [4] ZHANG Guo. *Rectification for High Resolution Remote Sensing Image Under Lack of Ground Control Points* [D]. Wuhan University (张过. 缺少控制点的高分辨率卫星遥感影像几何纠正. 武汉: 武汉大学), 2005, 1—6.
- [5] WANG Zhi-Zhua. *Principles of Photogrammetry* [M]. Surveying and Mapping Press (王之卓. 摄影测量原理. 武汉: 测绘出版社), 1979. 530—538.
- [6] GUO Hai-Tao. *Research on Mono-plotting and Revision Based on Mono Satellite Remote Sensing Image* [D]. Information Engineering University (郭海涛. 基于卫星遥感影像的单片测图与修测技术的研究. 郑州: 信息工程大学), 2002, 36—38.
- [7] Sheng YW. Theoretical analysis of the iterative photogrammetric method to determining ground coordinates from photo coordinates and a DEM [J]. *Photogrammetric Engineering & Remote Sensing*, 2005, 71(7): 863—761.
- [8] GAO Li. *Method and Practice of SAR Photogrammetry Processing* [D]. Information Engineering University (高力. SAR 摄影测量处理的基本方法和实践. 郑州: 信息工程大学), 2004, 26—27.
- [9] XIAO Guo-Chao, ZHU Cai-Ying. *Radar Remote Sensing* [M]. Earthquake Press (肖国超, 朱彩英. 雷达摄影测量. 北京: 地震出版社), 2001, 54—56.