

文章编号:1001-9014(2009)01-0077-04

# 基于遗传算法的多小波自适应去噪方法研究

章琳<sup>1</sup>, 方志军<sup>2</sup>, 汪胜前<sup>1</sup>, 杨凡<sup>1</sup>, 刘国栋<sup>1</sup>

(1. 江西科技师范学院 光电子与通信重点实验室, 江西 南昌 330013;

2. 江西财经大学 信息管理学院, 江西 南昌 330013)

**摘要:** 针对噪声在多小波分解后的尺度性以及图像本身的特性, 提出了一种基于遗传算法的多小波自适应去噪算法, 该方法能通过遗传算法自适应地寻求去噪后图像的最小均方误差. 实验结果表明, 该算法优于传统算法, 不仅能有效滤除图像的噪声, 而且能较好地保留图像的边缘信息, 具有更加理想的去噪效果.

**关键词:** 图像去噪; 自适应阈值; 遗传算法; 图像特性

**中图分类号:** TN911.73 **文献标识码:** A

## MULTIWAVELET ADAPTIVE DENOISING METHOD BASED ON GENETIC ALGORITHM

ZHANG Lin<sup>1</sup>, FANG Zhi-Jun<sup>2</sup>, WANG Sheng-Qian<sup>1</sup>, YANG Fan<sup>1</sup>, LIU Guo-Dong<sup>1</sup>

(1. Key Laboratory of Optic-electronic & Communication, Jiangxi Science & Technology Normal University, Nanchang 330013, China;

2. School of Information Technology, Jiangxi University of Finance & Economics, Nanchang 330013, China)

**Abstract:** Aiming at the scaling of the noise after multiwavelet decomposition and the characteristic of image, a multiwavelet adaptive denoising method was proposed based on genetic algorithm. This method can adaptively look for the least RMSE of the denoised image according to genetic algorithm. The experimental results show that this algorithm is superior to the traditional methods. It can not only remove the noise of image, but remain the better edge of image, and this method has more perfect denoising effects.

**Key words:** image denoising; adaptive threshold; genetic algorithm; image characteristic

## 引言

自小波问世以来,就由于其自身所具备的良好时频特性受到广大学者的青睐,现已形成了一个独立的研究体系,并广泛应用于图像处理<sup>[1,2]</sup>、信号压缩、医学诊断、声音识别等领域.小波变换由于具有多分辨率、低熵性、去相关性以及选基灵活性的特点<sup>[3]</sup>,使得当它应用于图像去噪时,小波变换的算法能达到最大均方误差最小意义上的较好效果,这是传统去噪方法无法达到的;但单小波也存在无法同时满足正交性、对称性与正则性等特性的缺陷.多小波是在小波基础上发展起来的,它是由一个以上的函数作为尺度函数生成的小波,它将单小波中由单个尺度函数生成的多分辨率空间扩展为由多小

波的多个尺度函数生成.它既保有了单小波的诸多优点,又将正交性、光滑性、紧支性、对称性等完美地结合起来<sup>[4]</sup>,因此得到广泛关注.

目前,人们对去噪方法的研究主要集中在两方面:阈值和收缩函数的确定.常用的一些去噪方法在确定阈值时很少会考虑图像自身的特性,因此导致该算法存在很大局限性,无法达到理想的去噪效果.本文正是基于这种考虑,提出了一种基于遗传算法的多小波自适应去噪算法,该算法中的阈值充分考虑了图像的自身特性,使其可以根据图像本身的特点及多小波的多分辨率特性自适应调整,获得理想的去噪效果.

## 1 多小波变换

收稿日期:2008-03-29,修回日期:2008-06-18

基金项目:国家自然科学基金资助项目(60662003,60462003)

作者简介:章琳(1982-),女,江西南昌人,助教,硕士,主要研究方向为图像处理及数字通信.

Received date: 2008-03-29, revised date: 2008-06-18

多小波与单小波不同,它有  $S(S \geq 2)$  个尺度函数和小波函数,令  $\phi_r(x) \in L(R^2)$  ( $1 \leq r \leq S$ ) 为多小波尺度函数,  $\psi_r(x) \in L(R^2)$  为对应小波函数. 与小波一样,多小波也是基于多分辨分析(MRA)的,根据多分辨分析思想,  $\phi_r(x)$ 、 $\psi_r(x)$  分别经过伸缩平移后生成子空间  $V_j, W_j$  [5]:

$$V_j = \overline{\text{span}\left\{2^{-j/2}\phi_r\left(\frac{t}{2^j} - k\right), k \in Z\right\}} \quad (1)$$

$$W_j = \overline{\text{span}\left\{2^{-j/2}\psi_r\left(\frac{t}{2^j} - k\right), k \in Z\right\}} \quad (2)$$

其中,  $V_j$  满足单调性  $\dots \subset V_2 \subset V_1 \subset V_0 \subset V_{-1} \subset \dots$  以及逼近性  $\bigcup_{j \in Z} V_j = L^2(R)$ 、 $\bigcap_{j \in Z} V_j = \{0\}$ ,  $W_j$  满足  $\bigoplus_{j \in Z} W_j = L^2(R)$ ,  $W_j$  是  $V_j$  的正交补空间,满足  $V_{j-1} = V_j \oplus W_j, V_j \cap W_j = \emptyset$ .

则多小波变换可表示为 [5]:

$$\phi(x) = \sqrt{2} \sum_{k=0}^{L-1} H_k(\phi(2x - k)) \quad (3)$$

$$\psi(x) = \sqrt{2} \sum_{k=0}^{L-1} G_k(\psi(2x - k)) \quad (4)$$

其中,  $H_k, G_k$  ( $0 \leq k \leq L-1$ ) 分别表示  $S \times S$  低通滤波器矩阵和高通滤波器矩阵;  $\phi(x) = [\phi_1(x), \phi_2(x), \dots, \phi_s(x)]^T$  为多尺度函数;  $\psi(x) = [\psi_1(x), \psi_2(x), \dots, \psi_s(x)]^T$  为多小波函数.

## 2 基于图像特性的自适应阈值

一般的图像去噪法都是基于小波系数简单的统计特性来估计小波收缩阈值的,其经典阈值为 [6]:

$$\lambda = \sigma \sqrt{2 \ln N} \quad (5)$$

其中,  $N$  为图像像素数,  $\sigma$  为噪声标准方差. 该阈值是基于一种普遍的统计特征而得到的,是小波最佳收缩阈值的上限,但并不是最佳阈值. 它仅考虑了图像的噪声特性,而没有考虑到图像本身的特性. 不同的图像在经过小波或多小波变换后,其信息分布是不同的. 在小波域中,对于纹理和边缘较少的图像,其绝大部分信息集中在低频子带,高频子带中噪声占主要成分,这时若选取较大的收缩阈值将有利于噪声的消除;而对于纹理和边缘较丰富的图像,随着纹理和边缘的增加,表示图像奇异特性的信息也将小波域高频子带中增多,此时应恰当降低收缩阈值以便更好地保留图像的这部分信息 [7].

假设一幅含噪图像  $f(x, y)$  为:

$$f(x, y) = g(x, y) + \sigma \cdot \eta \quad (6)$$

其中  $g(x, y)$  为原始信号,  $\sigma$  为噪声标准方差,  $\eta$  为

高斯白噪声,服从  $N(0, 1)$  正态分布. 在文献 [8] 中, Donoho 提出两个滤波的前提条件:

(1) 光滑性:在大概率情况下,  $\hat{g}$  至少和  $g$  有同样的光滑度;

(2) 适应性:  $\hat{g}$  是最小均方差估计.

由条件(1)可知,当  $N \rightarrow \infty$  时,下式几乎以趋近于 1 的概率成立:

$$\|\hat{g}\|_F \leq C_1 \|g\|_F \quad (7)$$

其中,  $C_1$  为一常数,且依赖于函数空间  $F$ ,而这在小波域中则意味着:

$$\|\hat{\theta}_{i,j}\| \leq \|\theta_{i,j}\| \quad (8)$$

成立,其中  $1 \leq i \leq N$  为像素位置,  $j$  为分解尺度,  $\theta_{i,j}$  为真实信号在尺度  $j$  下的第  $i$  个小波系数.

而对于条件(2),我们可理解为对  $E\{|\hat{g} - g|^2\}$  求最小值,这也可等价于求  $E\{\|\hat{\theta} - \theta\|_F^2\}$  的最小值 [8],这里的  $\hat{\theta}, \theta$  表示系数向量. 而我们去噪的目的其实就是要寻找一个估计  $\hat{\theta}$ ,使

$$E\{\|\hat{\theta} - \theta\|_F^2\} \quad (9)$$

具有最小均方根误差.

进一步地,由式(6)、(8)和(9)可知,当  $N \rightarrow \infty$  时,下式以接近 1 的概率成立 [8]:

$$\|\eta\|_F \leq \sqrt{2 \ln N} \quad (10)$$

在(10)两边同乘一个噪声方差  $\sigma$ ,可得:

$$\sigma \cdot \|\eta\|_F \leq \sigma \cdot \sqrt{2 \ln N} \quad (11)$$

由上可知,式(11)左边为图像噪声,右边为前面所提到的经典阈值的上限,其说明图像噪声都不会超过经典阈值的上限.

常用小波去噪法大多取经典阈值,由上可知这必定会滤掉部分有用的信息. 因此根据式(11),本文提出一种基于图像特性的阈值:

$$\lambda = c \times \sigma \times \sqrt{2 \ln N} \quad (12)$$

其中,系数  $c$  是与图像本身有关的特性,满足  $0 < c \leq 1.0$ .

Xu [9] 于 1994 年提出了空域相关滤波的算法,其中提到:信号的突变点在不同尺度的同一位置都有较大的峰值出现,噪声能量会随着尺度的增大而减小,即噪声在经过小波或多小波变换后其强度呈现一种随分解尺度  $j$  增大而降低的特性,那么在确定阈值时就需要考虑这种层间系数的相关特性,不能为所有分解层选取同一阈值,因此我们对式(12)做进一步的改进:

$$\lambda = c \times \sigma \times \sqrt{2 \ln N / 2^{j-1}} \quad (13)$$

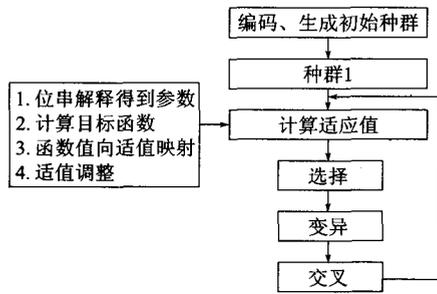


图1 遗传算法基本流程图  
Fig.1 The basic flow chat of GA

该阈值不仅考虑了图像本身的特质,而且还考虑了经过多小波变换后层间系数的特性. 现在的关键在于系数  $c$  的确定,为此,我们特将其与遗传算法相结合,以求到  $c$  的最优或近似最优解.

### 3 基于遗传算法的阈值优化

遗传算法(GA)是20世纪70年代由Holland提出的一种模仿生物进化过程的优化方法,它借鉴了Darwin的进化论和Mendel的遗传学说,将Darwin的适者生存论和随机交换理论相结合;适者生存论能消除解中的不适应因素,而随机交换理论则利用了原有解中的已有知识,加快了对优化解的搜索过程<sup>[10]</sup>. 遗传算法的基本流程图如图1所示:

本文提出的基于遗传算法的多小波自适应去噪法步骤可描述如下:

1) 确定实际问题参数集,该算法求的是系数  $c$  的最优解或近似最优解,故实际问题参数集就是系数  $c$ ;

2) 对解空间中的解数据(系数  $c$ )进行编码,这里采用实数编码,选择它是因为该方法使与问题域相关的启发信息的引入更加方便,可增加遗传算法的搜索能力;

3) 经过实数编码后会随机产生一个分布均匀的初始串数据结构,组成一个初始种群(Population),这里选择的初始种群大小为10;选择10是因为选择较大数目的初始种群可在搜索空间中的更多点搜索,因而容易找到全局最优解,但种群数量太大又会增加每次迭代运算所需的时间;综合考虑多次仿真实验结果和算法性能,我们选择10;

4) 算法中定义的适应度函数是以系数  $c$  为输入参数,去噪图像的噪声方差为输出参数的多小波自适应去噪函数,该函数中图像噪声方差的估计采用由Donoho提出的估计方法<sup>[11]</sup>:

$$\hat{\sigma}_n = \frac{\text{median}(|w_{i,j}|)}{0.6745}, w_{i,j} \in HH_1; \quad (14)$$

5) 按两两配对原则将群体中个体配对并执行交叉操作;依照个体适应度大小,应用选择运算(selection),获得良性个体群,算法采用的交叉算法为算术交叉;变异算法为非均匀变异;选择算法为最优个体保留法;

6) 根据设定的变异概率进行变异操作(mutation),得到新一代个体,算法选择的变异概率为0.1,选择大一点的变异概率可避免产生早熟收敛现象;

7) 对产生的新一代个体进行结果统计,选择优异个体,淘汰较差个体,并将优异个体保留作为下次迭代的父代个体;

8) 判断终止条件,若满足则算法中止,否则转向4,算法的终止条件是迭代次数为35(根据多次实验,选择35可在运算时间较少的前提下,基本符合优化的预期要求).

### 4 实验结果分析

实验利用多幅大小为  $256 \times 256$  或  $512 \times 512$  的标准图像进行测试. 分别对各图像加入  $\text{SNR} = 6$  的高斯白噪声. 实验中将传统小波、多小波去噪法与本文提出的去噪法进行对比,结果见表1;其中小波选择db2小波,多小波选择Sa4多小波,从结果可看出多小波方法要优于小波方法,而本文提出的图像去噪法效果最优. 另外为了从视觉上更好地说明去噪后图像的效果,图2给出了Lenna图像去噪后的重构图像. 从图中可看出,本文提出的算法相比传统算法效果都要好,不但边缘保留地比较好,而且也是最清晰.

### 5 结论

本文提出了一种基于遗传算法的多小波自适应去噪法,该方法充分考虑了图像本身的特性,通过将图像奇异性与遗传算法相结合帮助我们寻求到具有最优或近似最优RMSE的去噪阈值. 结果表明,该算法比传统去噪法具有更好的去噪效果,不仅有效抑

表1 图像RMSE对比结果

Table 1 Image RMSE contrastive results

	小波	多小波	本文算法
Lenna	7.0659	7.0213	6.7039
Man	7.5047	7.2995	6.6558
Woman1	6.6668	6.5380	6.1617
Stanwick	14.6856	14.5788	11.9482

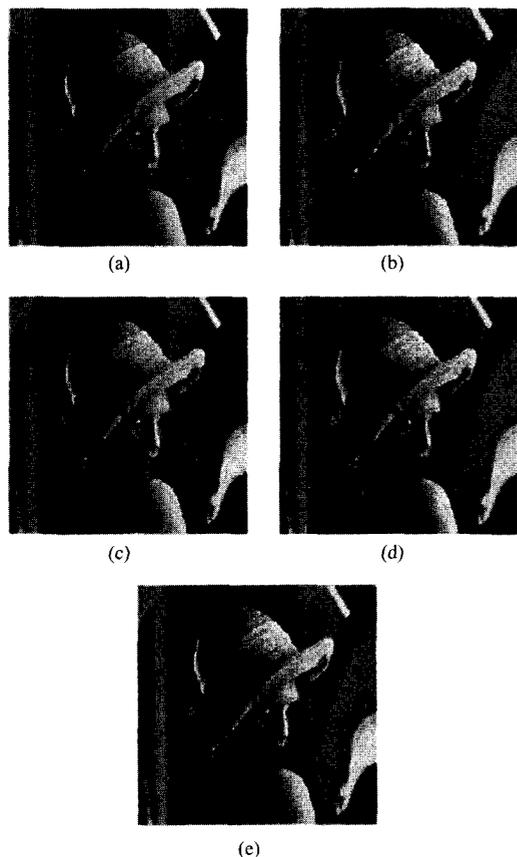


图2 Lenna 重构效果对比图 (a)原始图像 (b)加噪图像 (c)小波去噪 (d)多小波去噪 (e)遗传算法去噪

Fig.2 Contrastive chart of reconstructive Lenna (a) original image (b) noised image (c) wavelet denoising (d) multiwavelet denoising (e) GA adaptive denoising

制了噪声,而且保留了尽量多的图像细节。

## REFERENCES

- [1] YANG Xiao-Hui, JIN Hai-Yan, JIAO Li-Cheng. Adaptive image fusion algorithm for infrared and visible light images based on dt-cwt[J]. *J. Infrared Millim. Waves* (杨晓慧, 金海燕, 焦李成. 基于 DT-CWT 的红外与可见光图像自适应融合. *红外与毫米波学报*), 2007, 26(6):419—424.
- [2] AN Zhi-Yong, CUI Jiang-Tao, ZENG Zhi-Yong, et al. Image retrieval based on radon and wavelet transform[J]. *J. Infrared Millim. Waves* (安志勇, 崔江涛, 曾智勇, 等. 基于 Radon 和小波变换的图像检索. *红外与毫米波学报*), 2008, 27(2):148—151.
- [3] XIE Jie-Cheng, ZHANG Da-Li, XU Wen-Li. Overview on wavelet image denoising[J]. *Journal of Image and Graphics* (谢杰成, 张大力, 徐文立. 小波图象去噪综述. *中国图象图形学报*), 2002, 7(3):209—217.
- [4] FEI Pei-Yan, GUO Bao-Long. A study on multiwavelet-based image denoising[J]. *Journal of Image and Graphics* (费佩燕, 郭宝龙. 基于多小波的图象去噪技术研究. *中国图象图形学报*), 2005, 10(1):107—112.
- [5] Strela V, Walden A. Signal and image denoising via wavelet thresholding: orthogonal and biorthogonal, scalar and multiple wavelet transforms[R]. Imperial College, 1998.
- [6] Chambolle A, Deore R A, Lee Nam-Yong, et al. Nonlinear wavelet image processing: variational problems, compression, and noise removal through wavelet shrinkage[J]. *IEEE Trans on Image Processing*, 1998, 7(3):319—335.
- [7] WANG Sheng-Qian. Image Wavelet Sparse Representation and Shrinkage Denoising Algorithm[D]. Shanghai: Shanghai Jiao Tong University (汪胜前. 图像的小波稀疏表示及收缩去噪算法. 上海交通大学), 2002.
- [8] Donoho D L. De-denoising by soft-thresholding[J]. *IEEE trans on information theory*, 1995, 41(3):613—627.
- [9] Xu Yan-Sun. Wavelet transform domain filter: a spatially selective noise filtration technique[J]. *IEEE Trans on Image Processing*, 1994, 3(6):747—758.
- [10] SU Xiao-Hong, YANG Bo, WANG Ya-Dong. A genetic algorithm based on evolutionarily stable strategy[J]. *Journal of Software* (苏小红, 杨博, 王亚东. 基于进化稳定策略的遗传算法. *软件学报*), 2003, 14(11):1863—1868.
- [11] Donoho D L, Johnstone I M. Ideal spatial adaptation via wavelet shrinkage[J]. *Biometrika*, 1994, 81:425—455.

## 《红外与毫米波学报》网上投稿系统投入使用公告

为了方便作者投稿、查询稿件,提高编辑部工作效率,本刊专门建立网站并购买了远程稿件处理系统。从2009年1月1日开始,请作者务必通过网上投稿,网址为:<http://journal.sitp.ac.cn/>;除特殊情况外本刊一般不再接收纸质稿件和E-mail投稿。2009年1月1日之前所投的稿件可通过E-mail或电话至编辑部咨询相关事宜。

投稿流程如下:

1. 作者注册(作者注册信息提交后,系统会自动发送一封激活帐号的电子邮件,请一定要准确填写您的E-mail地址);
2. 激活后登陆系统,进入稿件管理菜单,选择投稿,按要求提交即可。

《红外与毫米波学报》编辑部

2009年1月1日