

由左手媒质构成的新的频率选择表面

方维海, 徐善驾

(中国科学技术大学 电子工程与信息科学系, 安徽 合肥 230027)

摘要:采用多模网络理论与严格模匹配相结合的方法,详细分析了新的由左手媒质构成的周期结构的频率选择特性.着重研究了结构参数对表面选择特性的影响.对左手和右手周期结构的频率选择特性作了比较,并对一些现象做了解释.分析结果表明:左手周期结构具有比右手周期结构大得多的全反射谱带宽.该研究结果对于精确设计新的毫米波频率选择表面有一定的参考价值.

关键词:左手媒质;介质周期结构;频率选择表面;多模网络

中图分类号:TN811+.7 TN822+.3 **文献标识码:**A

NEW FREQUENCY SELECTIVE SURFACE COMPOSED OF LEFT-HANDED MATERIALS

FANG Wei-Hai, XU Shan-Jia

(Department of Electronics Engineering and Information Science, University of Science & Technology of China, Hefei 230027, China)

Abstract: The frequency selective characteristics of a new dielectric periodic structure composed of left handed materials were carefully studied by a method which combines the multimode network theory with the rigorous mode matching method. The emphasis was laid on the investigation of the variations of the frequency selective characteristics with structure parameters. The comparisons for the frequency selective properties between RHM and LHM gratings were also shown with some explanations. It is indicated that the bandwidth of the total reflection spectrum for the LHM gratings is much larger than that for the RHM ones. The calculated results are of significance for accurate design of the new millimeter wave frequency selective surface.

Key words: left-handed material (LHM); dielectric periodic structure; frequency selective surfaces (FSSs); multimode network

引言

由于介质周期结构具有损耗低,耗材少,可以通过改变结构参数灵活调节其工作频率等优点,它被广泛运用于毫米波频段的频率选择表面(frequency selective surfaces, FSSs)^[1].构成周期结构的介质材料的性质对周期结构的频率选择特性有很重要的影响.在以前文献中,普遍采用右手媒质(right-handed material, RHM),其磁导率和介电常数都为正值.早在1967年, Veslago 就提出了左手媒质(Left-handed material, LHM)的概念^[2],左手媒质的磁导率和介电常数都为负值.

本文运用多模网络理论和严格的模匹配相结合

的方法^[3],系统分析了平面波沿主平面斜入射时由左手媒质构成的介质周期结构的散射特性.着重研究了结构参数对表面选择特性的影响.对左手和右手周期结构的特性作了比较,并对一些有趣的现象做了解释.

1 理论分析

分析的周期结构及其参数如图1所示,周期层是由左手媒质 ϵ_2, μ_2 和右手媒质 ϵ_1, μ_1 交替构成的无限周期阵列,其沿 y 方向无限延伸.衬底介质 ϵ_d, μ_d 可以为左手媒质也可以是右手媒质.上半无限大空间 ϵ_a, μ_a 和下半无限大空间 ϵ_s, μ_s 为空气区域,其中, ϵ 表示介质的介电常数, μ 表示介质的磁导率.

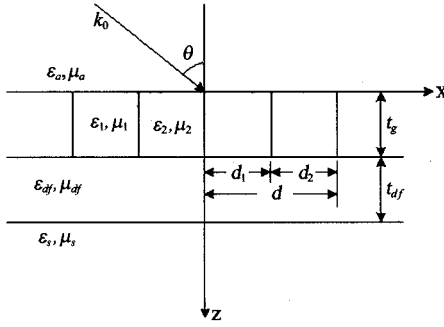


图1 左手介质周期结构

Fig. 1 Dielectric periodic structure composed of LHM

t_g, t_{df} 分别为周期层和衬底的厚度. θ 为入射波与 z 轴的夹角, d 为周期.

当 TE 或 TM 平面波沿主平面斜入射时, 根据 Floquet 定理, 在周期层中将激励起无限多个 TE 或 TM 本征模式和相应的空间谐波, 它们沿 z 向的传播常数为 k_{zn} ($n=0, \pm 1, \pm 2, \dots$), 沿 x 向的基波传播常数为

$$k_{x0} = k_0 \sin \theta \quad (1)$$

每一个本征模式包含无限个空间谐波, 第 n 次空间谐波沿 x 方向的传播常数与基波传播常数之间满足 Floquet 关系

$$k_{xn} = k_{x0} + 2n\pi/d, (n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots) \quad (2)$$

为了满足 Floquet 边界条件, 在各均匀区域中, 电磁场也包含无限个空间谐波, 而且各次空间谐波沿 x 方向的传播常数也等于 k_{xn} ; 这样沿 z 向的传播常数 k_{zn}^l 满足

$$K_{zn}^{(l)2} = k_0^2 \varepsilon_l \mu_l - k_{xn}^2, \quad (3)$$

其中, $l = a, df, s$.

运用多模网络理论, 整个结构可以等效为一个多模网络, 每个区域的场可以分别求解相应本征值问题得到.

以 TE 波斜入射为例, 将每层中的切向场表示成矩阵方程的形式如下

$$\mathbf{E}_y^{(a)}(x, z) = \exp(-ik_x x - ik_z^{(a)} z) \mathbf{a}_{\text{inc}} + \exp(-ik_x x + ik_z^{(a)} z) \mathbf{R} \mathbf{a}_{\text{inc}}, \quad (4)$$

$$-\mathbf{H}_x^{(a)}(x, z) = \mathbf{Y}^{(a)} [\exp(-ik_x x - ik_z^{(a)} z) \mathbf{a}_{\text{inc}} - \exp(-ik_x x + ik_z^{(a)} z) \mathbf{R} \mathbf{a}_{\text{inc}}], \quad (5)$$

$$\mathbf{E}_y^{(g)}(x, z) = \mathbf{V} [\exp(-ik_x x - ik_z^{(g)} z) \mathbf{f}^{(g)} + \exp(-ik_x x + ik_z^{(g)} z) \mathbf{b}^{(g)}], \quad (6)$$

$$-\mathbf{H}_x^{(g)}(x, z) = \mathbf{I} [\exp(-ik_x x - ik_z^{(g)} z) \mathbf{z} \mathbf{f}^{(g)} - \exp(-ik_x x + ik_z^{(g)} z) \mathbf{b}^{(g)}], \quad (7)$$

$$\mathbf{E}_y^{(df)}(x, z) = [\exp(-ik_x x - ik_z^{(df)}(z - t_g))] \mathbf{f}^{(df)}$$

$$+ \exp[-ik_x x + ik_z^{(df)}(z - t_g)] \mathbf{b}^{(df)}, \quad (8)$$

$$-\mathbf{H}_x^{(df)}(x, z) = \mathbf{Y}^{(df)} \exp[-ik_x x - ik_z^{(df)}(z - t_g)] \mathbf{f}^{(df)} - \mathbf{Y}^{df} \exp[-ik_x x + ik_z^{(df)}(z - t_g)] \mathbf{b}^{(df)}, \quad (9)$$

$$\mathbf{E}_y^{(s)}(x, z) = \exp[-ik_x x - ik_z^{(s)}(z - t_g - t_{df})] \mathbf{T} \mathbf{a}_{\text{inc}}, \quad (10)$$

$$-\mathbf{H}_x^{(s)}(x, z) = \mathbf{Y}^{(s)} \exp[-ik_x x - ik_z^{(s)}(z - t_g - t_{df})] \mathbf{T} \mathbf{a}_{\text{inc}}, \quad (11)$$

式中, $\mathbf{E}_y^{(l)}(x, z), \mathbf{H}_x^{(l)}(x, z)$ 是由 l 区域中电磁场的各次空间谐波构成的列向量, 其中 $l = a, g, df, s$, \mathbf{a}_{inc} 为由入射波各次空间谐波构成的列向量, $\mathbf{R} \mathbf{a}_{\text{inc}}, \mathbf{T} \mathbf{a}_{\text{inc}}$ 分别为待求的反射系数、透射系数组成的列向量, $\mathbf{k}_x, \mathbf{k}_z^{(l)}, \mathbf{Y}^{(l)}$ 分别为各次空间谐波沿 x 方向的传播常数 k_{xn} , 沿 z 方向的传播常数 $k_{zn}^{(l)}$ 以及特性导纳 $Y_n^{(l)}$ 组成的对角阵, 其中 $Y_n^{(l)}$ 由下式确定

$$Y_n^{(l)} = \begin{cases} k_{zn}^{(l)} / \omega \mu_0 \mu_l, & \text{for TE} \\ \omega \varepsilon_0 \varepsilon_l / k_{zn}^{(l)}, & \text{for TM} \end{cases} \quad l = a, df, s \quad (12)$$

$\mathbf{f}^{(l)}, \mathbf{b}^{(l)}, l = a, df, s$ 分别是均匀区域中各次空间谐波的前向波和后向波组成的列向量. $\mathbf{k}_z^{(g)}$ 为周期层中由 m 次模的传播常数 $k_{zn}^{(g)}$ 组成的对角阵, 它可以通过求解色散方程获得. $\mathbf{f}^{(g)}, \mathbf{b}^{(g)}$ 为周期层中各次模式的前向波和后向波组成的列向量.

根据切向场连续的边界条件, 即在 $z=0, t_g, t_g + t_{df}$ 处切向场连续, 可以得到下面的方程.

在 $z=0$ 处, 满足

$$\begin{bmatrix} \mathbf{R} \mathbf{a}_{\text{inc}} \\ \mathbf{a}_{\text{inc}} \end{bmatrix} = \mathbf{T}_{a,g} \begin{bmatrix} \mathbf{b}^{(g)} \\ \mathbf{f}^{(g)} \end{bmatrix}, \quad (13)$$

其中

$$\mathbf{T}_{a,g} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} \mathbf{V} + (\mathbf{Y}^{(a)})^{-1} \mathbf{I} & \mathbf{V} - (\mathbf{Y}^{(a)})^{-1} \mathbf{I} \\ \mathbf{V} - (\mathbf{Y}^{(a)})^{-1} \mathbf{I} & \mathbf{V} + (\mathbf{Y}^{(a)})^{-1} \mathbf{I} \end{bmatrix}, \quad (14)$$

在 $z=t_g$ 处, 满足

$$\begin{bmatrix} \mathbf{b}^{(g)} \\ \mathbf{f}^{(g)} \end{bmatrix} = \mathbf{T}_{g,df} \begin{bmatrix} \mathbf{b}^{(df)} \\ \mathbf{f}^{(df)} \end{bmatrix}, \quad (15)$$

其中

$$\mathbf{T}_{g,df} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} \mathbf{k}^{(g)}(\mathbf{V}^{-1} + \mathbf{I}^{-1} \mathbf{Y}^{(df)}) & \mathbf{k}^{(g)}(\mathbf{V}^{-1} - \mathbf{I}^{-1} \mathbf{Y}^{(df)}) \\ [\mathbf{k}^{(g)}]^{-1}(\mathbf{V}^{-1} - \mathbf{I}^{-1} \mathbf{Y}^{(df)}) & [\mathbf{k}^{(g)}]^{-1}(\mathbf{V}^{-1} + \mathbf{I}^{-1} \mathbf{Y}^{(df)}) \end{bmatrix}, \quad (16)$$

$$\mathbf{k}^{(g)} = \exp(-ik_z^{(g)} t_g), \quad (17)$$

在 $z=t_g + t_{df}$ 处, 满足

$$\mathbf{b}^{(df)} = \mathbf{k}^{(df)} \mathbf{R}^{df,s} \mathbf{k}^{(df)} \mathbf{f}^{(df)}, \quad (18)$$

$$\mathbf{T} \mathbf{a}_{\text{inc}} = (\mathbf{I} + \mathbf{R}^{df,s}) \mathbf{k}^{(df)} \mathbf{f}^{(df)}, \quad (19)$$

$$\mathbf{k}^{(df)} = \exp(-ik_z^{(df)} t_{df}), \quad (20)$$

$$\mathbf{R}^{df,s} = (\mathbf{Y}^{(df)} + \mathbf{Y}^{(s)})^{-1} (\mathbf{Y}^{(df)} - \mathbf{Y}^{(s)}) \quad (21)$$

联列上述矩阵方程,可以得到反射系数和传输系数向量

$$\mathbf{R}\mathbf{a}_{\text{inc}} = (\mathbf{T}_{11}^{a,df} \mathbf{k}^{(df)} \mathbf{R}^{df,s} \mathbf{k}^{(df)} + \mathbf{T}_{12}^{a,df}) \cdot (\mathbf{T}_{21}^{a,df} \mathbf{k}^{(df)} \mathbf{R}^{df,s} \mathbf{k}^{(df)} + \mathbf{T}_{22}^{a,df})^{-1} \mathbf{a}_{\text{inc}} \quad (22)$$

$$\mathbf{T}\mathbf{a}_{\text{inc}} = (\mathbf{1} + \mathbf{R}^{df,s}) \mathbf{k}^{(df)} \cdot (\mathbf{T}_{21}^{a,df} \mathbf{k}^{(df)} \mathbf{R}^{df,s} \mathbf{k}^{(df)} + \mathbf{T}_{22}^{a,df})^{-1} \mathbf{a}_{\text{inc}} \quad (23)$$

其中

$$\mathbf{T}^{a,df} = \mathbf{T}^{a,g} \mathbf{T}^{g,df} = \begin{bmatrix} \mathbf{T}_{11}^{a,df} & \mathbf{T}_{12}^{a,df} \\ \mathbf{T}_{21}^{a,df} & \mathbf{T}_{22}^{a,df} \end{bmatrix} \quad (24)$$

2 数值结果

这一节给出左手周期结构的频率选择特性随其结构参数变化的数值结果,并同右手周期结构的频率选择特性作了比较,对一些有趣的现象进行了物理解释。

众所周知,左手媒质的磁导率 $\mu_r(\omega)$ 和介电常数 $\varepsilon_r(\omega)$ 必然是随频率变化的见文献[4,5],这里选择如下的频变模型[4]:

$$\mu_r(\omega) = 1 - \frac{\omega_{mp}^2 - \omega_{mo}^2}{\omega^2 - \omega_{mo}^2 + j\omega\gamma_m} \quad (25)$$

$$\varepsilon_r(\omega) = 1 - \frac{\omega_{ep}^2 - \omega_{e0}^2}{\omega^2 - \omega_{e0}^2 + j\omega\gamma_e} \quad (26)$$

其中, ω_{mp} , ω_{ep} 分别是磁等离子体频率和电等离子体频率, ω_{mo} , ω_{e0} 分别是磁谐振频率和电谐振频率, γ_m , γ_e 分别是磁阻尼常数和电阻尼常数。

在本文中,我们选择一组左手媒质频变参数: $\omega_{mp}/2\pi = 25\text{GHZ}$, $\omega_{mo}/2\pi = 0$, $\gamma_m = 0$, $\omega_{ep}/2\pi = 25\text{GHZ}$, $\omega_{e0}/2\pi = 0$, $\gamma_e = 0$ 。其周期结构各参数为: $\varepsilon_a = \varepsilon_s = 1.0$, $\mu_a = \mu_s = 1.0$, $\varepsilon_1 = 3.4$, $\mu_1 = 1.0$, $\varepsilon_2 = \varepsilon(\omega)$, $\mu_2 = \mu(\omega)$, $d = 12\text{mm}$, $\text{tg} = 2.3d$, $t_{df} = 0.0$, $\theta = 45^\circ$, $d/\lambda = 0.458 \sim 0.55$ 或频率 $f = 11.45 \sim 13.75\text{GHz}$ 。其中,周期层中 $\varepsilon_2 = \varepsilon(\omega)$, $\mu_2 = \mu(\omega)$ 为左手媒质。

为了便于同右手媒质构成的周期结构相比较,选择一组右手参数 ε_2, μ_2 , 其值取为左手媒质情况下在所研究的频段内的磁导率和介电常数的中间值的绝对值,即, $\varepsilon_2 = \mu_2 = 3.0365$ 。

图2为基模的功率反射系数随频率的变化曲线,其中频率用归一化值 d/λ 表示。

图2中,实线表示 ε_2, μ_2 为左手媒质的结果,虚线表示 ε_2, μ_2 为右手媒质的结果。由图可见,左手媒质构成的周期结构的反射谱带宽远大于右手媒质的情况。左手媒质的第一反射峰带宽为 466MHz, 相对

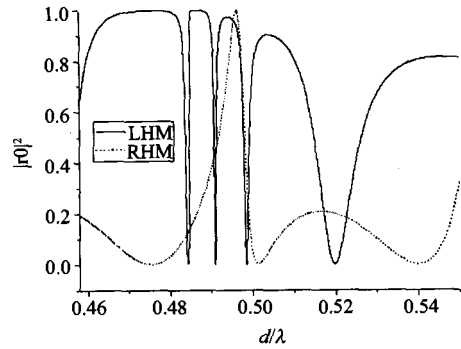


图2 左右手媒质基模功率反射系数随频率变化的比较
Fig.2 Comparisons of the power reflection coefficients for $n=0$ space harmonic between RHM and LHM gratings

带宽 3.9%, 而右手媒质的反射峰带宽只有 35MHz, 相对带宽仅 0.28%, 约为左手媒质构成的周期结构反射谱带宽的十分之一。而且,从图中可以看出,左手周期结构反射峰的个数明显增加。这是因为在左手周期结构中,存在复数模式^[6],这使得满足相位匹配条件的模式增加,因而反射峰数目也增多。

如何解释左手媒质周期结构的反射谱带宽比右手的情况明显增宽呢? 我们知道,周期结构中的全反射是由入射波的直接反射波与导模的 -1 次空间谐波再辐射所产生的平面波的强烈耦合所造成的,即要产生全反射必须满足相位匹配条件

$$|\beta_{g-1}| = k_0 \sin \theta \quad (27)$$

其中, $|\beta_{g-1}| = 2\pi/d - \beta_{g0}$, β_{g0}, β_{g-1} , 为 g 次导模的 0 次、 -1 次空间谐波。随着频率的增大, β_{g0} 增大,导致相位不再匹配,从而全反射消失。与右手媒质的介电常数和磁导率不随频率变化的特性不同,在左手介质构成的周期结构中,如图3所示,其介电常数和磁导率的乘积 $\varepsilon(\omega)\mu(\omega)$ 随频率的增大而减小,这样,它就减缓了 β_{g0} 随频率增大的速度,使得满足相位匹配条件的频率范围增大,从而造成了左手媒质构成的周期结构的反射谱带宽比右手的明显增宽。

图4给出了基模在不同周期层厚度下功率反射系数随频率的变化曲线。由图可见,随着周期层厚度的增大,反射峰数目是增多的。这是因为随着周期层厚度的增大结构的左手特性也随之增强的缘故。上面已经说明了左手特性越强,反射峰数目越多的道理,这里不再赘述。

当衬底为右手媒质时,选择 $\varepsilon_{df} = 3.0365$, $\mu_{df} = 1$, 图5为第一反射峰的功率反射系数随衬底厚度的变化曲线,由图可见,随衬底厚度的增大,第一反射峰带宽逐渐减小。为了清楚起见,特别给出了第一反射

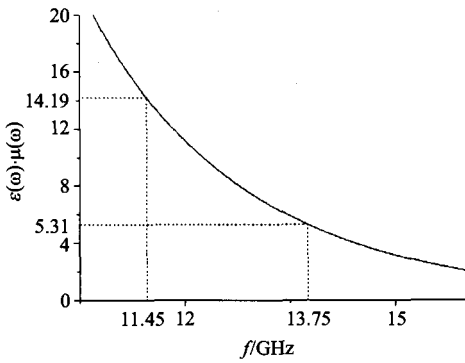


图3 左手媒质的频变特性
Fig.3 Characteristics of frequency variation for the LHM

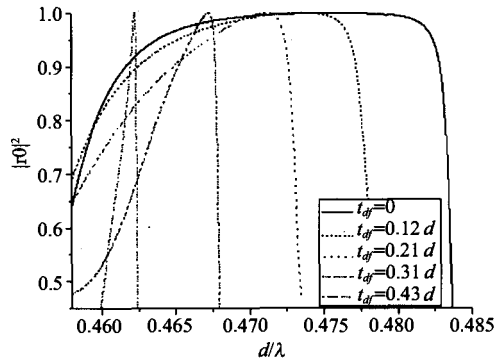


图5 第一反射峰的功率反射系数随衬底厚度的变化
Fig.5 Variations of the first maximum power reflection coefficients with different thicknesses of the substrates

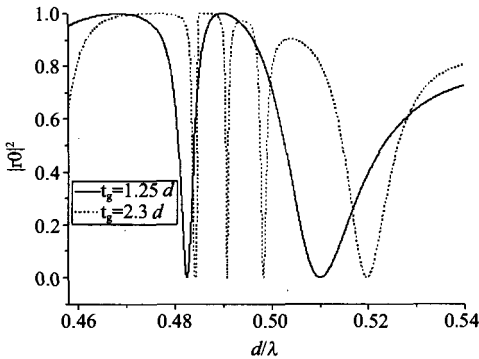


图4 不同周期层厚度下基模功率反射系数随频率的变化
Fig.4 Variations of the power reflection coefficients of the $n=0$ space harmonic with frequency for different thicknesses of periodic layers

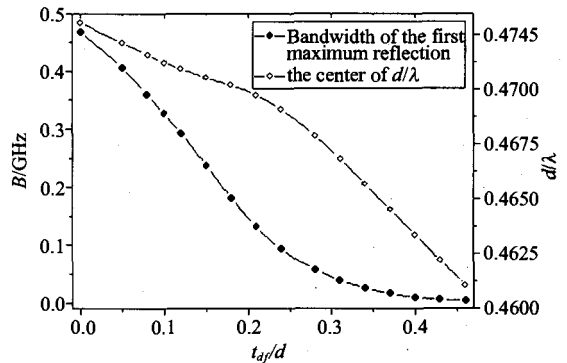


图6 第一反射峰带宽和中心波长随衬底厚度的变化
Fig.6 Variations of the bandwidth and the center wavelength d/λ of the first maximum reflection with different thicknesses of the substrates

峰带宽 B 和中心波长 d/λ 随衬底厚度的变化曲线, 如图 6. 因为衬底为右手媒质, 随着衬底的增大, 左手媒质的影响逐渐削弱, 而右手媒质的作用不断增大, 所以反射谱带宽也跟着减小. 同时, 随着衬底厚度的增大反射峰的中心频率向低频方向移动. 这是因为当 t_d 增大时, 模式的 β_{g0} 增大, 这样 $|\beta_{g-1}| = 2\pi/d - \beta_{g0}$ 减小, 所以由相位匹配条件 $|\beta_{g-1}| = k_0 \sin\theta$ 可知, 达到相位匹配时的频率减小, 结果反射谱中心频率也随之减小.

3 结语

本文运用多模网络理论和严格的模匹配技术相结合的方法详细分析了左手媒质构成的周期结构的频率选择特性及其随结构参数的变化规律, 讨论了产生这种特性的物理原因. 分析结果表明左手周期结构具有比右手周期结构大得多的全反射谱带宽, 并且其全反射峰的数目也增加. 可以通过改变结构参数灵活地改变其频率选择特性, 这对于毫米波频率选择表面的应用有一定的参考价值.

REFERENCES

- [1] XU Shan-Jia, LIU Jian, ZHENG Jian-Chen. The effect of radiation on transmission of quasi-periodic multi-layer planar dielectric gratings[J]. *J. Infrared Millim. Waves* (徐善驾, 刘建, 郑建成. 辐射对准周期多层平板介质栅传输特性的影响. *红外与毫米波学报*), 1998, 17(1): 1-6.
- [2] Veselago V G. The electrodynamics of substances with simultaneously negative values of ϵ and μ [J]. *Usp. Fiz. Nauk.*, 1967, 92:517-526.
- [3] WU Zhan-Zhan, XU Shan-Jia. Rigorous mode matching analysis of transmission characteristics for periodic dielectric structures[J]. *J. Infrared Millim. Waves* (伍瞻瞻, 徐善驾. 周期介质结构传输特性的严格模匹配分析. *红外与毫米波学报*), 2004, 23(1): 21-26.
- [4] Shelby R A, Smith D R, Schultz S. Experimental verification of a negative index of refraction[J]. *Science*, April, 2001, 292: 77-79.
- [5] Smith D R, Kroll N. Negative refractive index in left handed materials[J]. *Physical Review Letters*, 2000, 85: 2933-2936.
- [6] Vahidpour M, Shahabadi M. Existence of complex modes in gratings composed of left-handed materials[J]. *Antennas and Propagation Society International Symposium, IEEE*, 2005, 3A: 241-244.