

文章编号: 1001-9014(2004)03-0237-04

一种光学图像的快速超分辨率重建方法

田岩, 柳健, 田金文

(华中科技大学 电子与信息工程系, 图像信息处理与智能控制教育部重点实验室, 湖北 武汉 430074)

摘要: 图像超分辨率重建技术旨在复原成像系统截止频率之外的信息, 提高图像的分辨率. 针对单幅光学图像, 提出了基于分层的超分辨率重建方法. 在算法的实施过程中, 提出一种级联模板的快速运算方法. 实验结果表明了方法的简洁和有效性.

关键词: 光学图像; 图像超分辨率; 快速算法

中图分类号: TP775 **文献标识码:** A

FAST SUPER RESOLUTION METHOD APPLIED TO OPTICAL IMAGE

TIAN Yan, LIU Jian, TIAN Jin Wen

(Electronic and Information Engineering Department, State Education Commission Lab
for Image Processing and Intelligent Control, HuaZhong Univ. of Sci. &Tech, Wuhan 430074, China)

Abstract: Image Super-resolution technique is the process of obtaining an image at a resolution higher than that afforded by the physical sensor. For optical images, a novel super-resolution method based on delaminating idea was proposed. To implement the new algorithm easily, an ally-template algorithm was suggested. Experiment results indicate the efficiency and feasibility of the novel method.

Key words: optical image; image super-resolution technique; fast algorithm

引言

所谓图像超分辨率技术, 是指在不改变探测系统的前提下, 采取某种方法突破成像系统的分辨率极限, 从而获取高于系统分辨率的图像观测. 这一思想最早由 Harris 和 Goodman 于 60 年代提出^[1], 其后, 许多学者对此进行了研究, 目前形成了一些行之有效的办法^[2-4]. 在超分辨率技术研究初期, 所做的工作都是基于单幅图像展开的, 即给定一幅退化图像, 利用一些方法改善图像分辨率. 研究发现基于序列和多幅图像的超分辨率重建效果比单幅的超分辨率重建更好, 因此, 目前许多工作集中在序列或多幅图像的超分辨率重建^[4].

然而, 在许多实际的应用领域中, 获取同一场景的图像序列是非常困难, 有时甚至是不可能的. 因此, 开展单幅图像的超分辨率重建研究, 在一些具体的应用中, 更具有实际的应用价值.

1 问题的建模

就典型的光学成像系统而言, 镜头的衍射效应和焦平面上的欠采样是造成获取图像分辨率降低的两个非常重要的因素. 因此忽略成像过程中其它因素, 我们提出式(1)所示的图像退化模型:

$$g = DPf + n, \quad (1)$$

这里, f 指理想图像, g 指观测图像, D 和 P 分别指衍射效应和欠采样的操作算子, 而 n 一般的假设为加性 Gauss 白噪声. 该模型作为一般的图像退化形式并不是十分完备和普适的, 但对于我们研究的超分辨率重建, 足以说明问题. 若令 $H = DP$, 则式(1)就成为一般的图像退化模型^[5]:

$$g = Hf + n \quad (2)$$

还有许多图像退化模型与上面的形式不同, 但这种模型是较为广泛的, 其它的有些形式是该模型的变体. 这里有两个问题需要指出:

收稿日期: 2003-03-12, 修回日期: 2004-02-11

Received date: 2003-03-12, revised date: 2004-02-11

作者简介: 田岩(1970-), 男, 山东微山人, 华中科技大学电子与信息工程系副教授, 博士, 主要从事图像处理、模式识别、机器视觉及微分方程在图像处理中的应用等方面的研究.

这里图像的退化模型与图像恢复中的图像退化模型形式上是相同的,但本质上有很大差异,这里的模型考虑了图像的欠采样,而在传统图像恢复的模型中并未明确地提出。

在式(2)中,当 H 可以准确的估计而为已知时,该问题是一个线性问题,目前文献中报道的大都是这种类型.在更实际的问题中, H 通常是未知的,此时的已知量仅仅是观测图像,而待求量不仅有理想图像 f 还包括图像降质函数 H ,这使得问题的求解难度大大增加,这里考虑前一种形式,即假定 H 精确已知或者可以采取一定的方法估计得到。

2 算法的提出

对于方程(2)的解法,数学上已有许多方法,以往的求解方法大都将 H 视作一个整体而后再采取相应的数学处理技巧(如矩阵 SVD 分解等)加以处理,对于这里的问题,注意到 H 原本就是 D 和 P 两部分的复合,因此本文提出一种分层处理的思想。

现记 $Pf = \tilde{f}$, 则方程(1)等价于下属方程组:

$$\begin{cases} g = Df + n \\ \tilde{f} = Pf \end{cases} \quad (3)$$

于是就完成了原问题的肢解,这样做的优点在于避免了 H 的复杂化,将其分离,分而“治”之,问题的复杂度得到极大的改观,此即所谓的分层方法。

为行文方便计,考虑一个一般形式的方程:

$$y = Ax + b, \quad (4)$$

对此方程,通常算子 A 奇异,不能直接求解,即便可逆,由于实际中 A 的阶数很大,其逆的运算非常复杂,因此也不可能采取直接求解.为此,一个常用的方法是构造如下的能量函数

$$L(x) = \frac{1}{2} (\|y - Ax\|_2^2 + \alpha \| \Lambda x \|_2^2), \quad (5)$$

进而得到:

$$(A^T A + \alpha \Lambda^T \Lambda)x = A^T y, \quad (6)$$

方程(6)进一步改写为:

$$\tilde{A}x = \tilde{b} \quad (7)$$

的形式,这里 $\tilde{A} = A^T A + \alpha \Lambda^T \Lambda$, $\tilde{b} = A^T y$, Λ 为一光滑算子如拉普拉斯算子等.方程(7)对应的最小化泛函为 $\tilde{L}(x) = \frac{1}{2} x^T \tilde{A}x - x^T \tilde{b}$.

关于方程(7)的求解,由于矩阵 \tilde{A} 的尺寸通常非常大,直接求解是不可能的,通常采取基于梯度的

迭代方法如最速下降法和共轭梯度法等.最速下降法的迭代公式为^[5]:

$$x_{k+1} = x_k + \alpha_k (\tilde{A}x_k - \tilde{b}), \quad (8)$$

式(8)中 α_k 的一个最佳的选择是 $\alpha_k = \frac{-d^T \tilde{A}d}{d^T \tilde{A}^T \tilde{A}d}$, 这

里 $d = \tilde{A}x_k - \tilde{b}$.

共轭梯度法从 $x_0 = 0$ 开始,并假定搜索方向为 $p_0 = \tilde{b}$. 算法的每一步是沿着已经搜索的方向与 \tilde{A} 成共轭的新方向 p_k 寻找 $\tilde{L}(x)$ 的极小值。

现在重述一下方程(1)的算法,大体说来,分为以下两步:

(a) 求解方程(3)中的第一式;这一步骤包括降噪和升采样.首先采用中值滤波进行降噪,得到 $\tilde{D}f$ 的估计值,其次采用双线性插值方法得到 \tilde{f} .

(b) 将求得的 \tilde{f} 代入式(3)中的第2式,然后利用梯度迭代法解之.在这一步骤中,具体的计算归为式(7),对于这样一个大型的矩阵,我们提出一种级联模板的运算方法.这种方法的大意是根据原退化矩阵的模板,得到其转置的模板,将所有的矩阵运算变成一连串的模板运算,称之为级连模板运算,这样在某种程度上简化了运算量.现阐述如次:

对于图像退化模型的一般形式(2),其矩阵形式按下述方法得到:设成像系统的点扩展函数为 $h(x, y)$, 具有 $K \times K$ 个元素,其中 $K = 2r + 1$, r 为一自然数, f, n, h, g 经过添零填充和周期延拓分别得到 f_e, n_e, h_e, g_e , 于是有:

$$g_e(x, y) = \sum_{m=0}^{M-1} \sum_{n=0}^{N-1} f_e(m, n) h_e(x - m + r, y - n + r) + n_e(x, y), \quad (9)$$

其中 $x = 0, 1, \dots, M-1, y = 0, 1, \dots, N-1$, M 和 N 分别是 x 和 y 方向上的延拓周期。

如果把式(9)用矩阵表示,即为 $g = Hf + n$, 其中 g, f, n 为 $M \times N$ 维列向量,这些列向量是由 $M \times N$ 维的函数矩阵 $g_e(x, y)$, $f_e(x, y)$ 和 $n_e(x, y)$ 的各个行向量堆积而成.记向量

$$\Delta_j = [h_e(j, r), h_e(j, r+1), \dots, h_e(j, M-1), h_e(j, 0), h_e(j, 1), \dots, h_e(j, r-1)]^T, (0 \leq j \leq N-1)$$

由 Δ_j 所生成的循环矩阵记作 $H_j = CycMatrix(\Delta_j)$, 又记向量 $L = [H_r, H_{r+1}, \dots, H_{M-1}, H_0, H_1, \dots, H_{r-1}]^T$, 显然 H 可表为 $H = CycMarix(L)$. 有如下定理:

定理:在上述假设下,当点扩展函数 $h(x,y)$ 中心对称时,有 $H = H^T$.

证明:记向量

$$\Delta_j^T = [h_c(j,r), h_c(j,r-1), \dots, h_c(j,0), h_c(j,M-1), h_c(j,M-2), \dots, h_c(j,r+1)]^T$$

$$L^T = [H_c^T, H_{c-1}^T, \dots, H_0^T, H_{M-1}^T, H_{M-2}^T, \dots, H_{r-1}^T]^T$$

其中 $H_j^T = \text{CycMatrix}(\Delta_j^T)$, $0 \leq j \leq N-1$, 则有 $H^T = \text{CycMatrix}(L^T)$. 当点扩展函数 $h(x,y)$ 中心对称时, 有 $h_c(j,r+l) = h_c(j,r-l)$, 其中 $l=0,1,2,\dots,r$; 当 $2r < i \leq N-1$ 时, 恒有 $h_c(j,r) = 0$. 因此对每一个分块循环矩阵有 $H_{r+l}^T = H_{r-l}^T$, 其中 $l=0,1,\dots,r$; 当 $2r < i \leq M-1$, 恒有 $H_i^T = H_i = 0$. 从而有 $H = H^T$.

对于普遍假设的图像退化系统点扩展函数为中心对称的情形,由上述定理可知:对任一数字图像 f , Hf 和 $H^T f$ 表示相同的作用效果.

前已提及,本文提出的超分辨率算法分为两个步骤,第1步采用文中方法可方便的实现,第2步最终归于式(8)的计算,而式(8)是由具有形式 $\bar{A}v$ 和 $\bar{A}^T v$ (v 是一向量)等运算复合而成,因此若能有效快捷的完成这些计算,则整个的算法将得到极大的优化.上述定理可用于本文算法的实现过程中,根据上述定理,对于中心对称的点扩展函数,它和它的转置

具有相同的作用效果.为了实现 $\bar{A}v$,只需使 \bar{A} 的模板在 v 上滑动,逐一做模板运算即可,在此基础上, $\bar{A}^T \bar{A}v$ 只不过再重复一次同样的过程.这就是本文提出的级联模板(Ally-template; AT)运算.

下面以一次傅立叶变换和一次级联模板运算为例,分析一下各自的复杂度.

设原始图像大小为 $M \times N$, 成像系统点扩展函数含 $K \times K$ 个元素(对应模板模板大小亦为 $K \times K$), $K=2r+1$, r 为一自然数,简单的计算可知:

$$O_{DFT} \cong o(M^2 \times N^2)$$

$$O_{FFT} \cong o\left(\frac{M \times N}{2} \log_2(M \times N)\right)$$

$$O_{AT} \cong o(M \times N \times K^2)$$

总结整个算法:即先采取分层策略,而后利用级联模板的运算方法,其主要优点有以下几点:

(a) 基于随机过程的极大后验估计法和极大似然法都必须假定图像服从 Gauss 分布,这一假定多少有些牵强,并且噪声的协方差矩阵及原图像的协方差矩阵都必须事先知道,显然估计结果的好坏将直接影响重建效果,这里的方法不必顾及

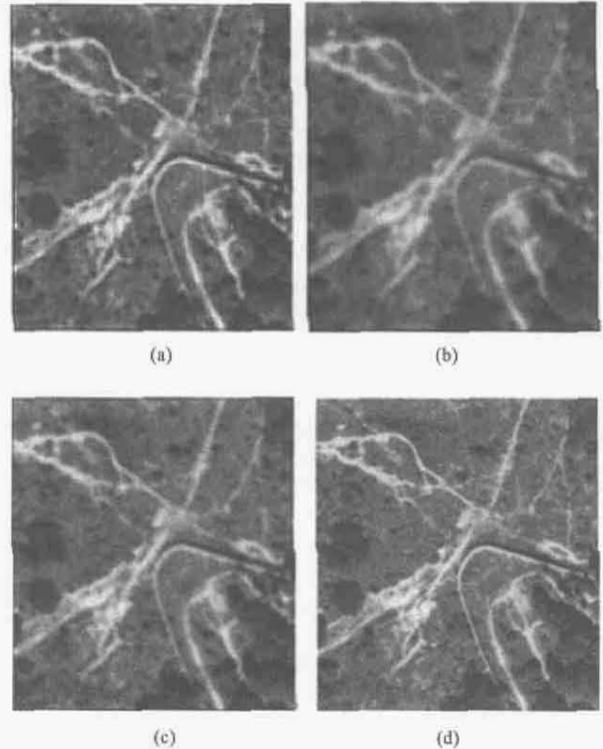


图1 某一地区局部子图的实验结果(a)退化影像(b)文献[4]方法的实验结果(c)文献[6]方法的实验结果(d)本文方法的实验结果

Fig. 1 The results for a sub-image of some area (a) the degrade image (b) the result by literature [4] (c) the result by literature[6] (d) the result by new method

此类问题.

(b) 目前见诸于文献的图像恢复方法大都是考虑某个具体的退化因素造成的退化或者是考虑一个统一的模型并且几乎没有工作将欠采样作为一个重要的退化因素来考虑,这里的模型显然不同.

(c) 分层策略提出,将退化过程按照成像机理分成不同步骤加以处理,级联模板运算的设计使得问题得以某种程度上的简化是该算法中的另一突出特点.这样可减少问题的复杂度,使算法简化.

3 仿真实验及分析

本节将本文算法和文献[4]中基于集合理论的凸集投影法(POCS)及文献[6]中基于概率理论的极大后验估计法(MAP)作对比试验来说明本文算法的有效性.图3.1(a)是大小为 224×250 的某城区部分子图.降采样(和升采样互为逆过程)率 D 设为 $2:1$,采用的模板半径为 2 ,且为下述 c_1 形式(这里图3.1(a)是由真实图像按上述采样率及 c_1 模板退化获得):

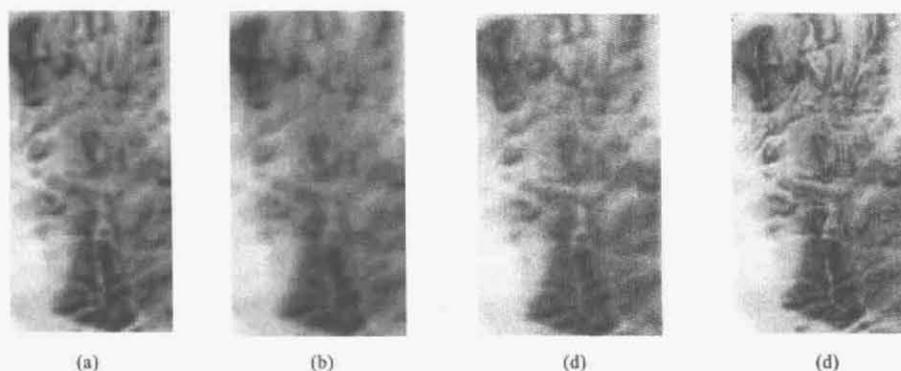


图2 某一光学云图的实验结果(a)退化影像(b)文献[4]方法的结果(c)文献[6]方法的结果(d)本文方法的结果
Fig.2 The result for some optical clouds image (a)The degrade image (b)the result by literature[4](c)the result by literature[6](d)the result by new method

$$c_1 = \frac{1}{27} \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 3 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 2 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$c_2 = \frac{1}{21} \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

图3.1(b)为[4]中方法处理结果,3.1(c)为按[6]中方法处理结果,3.1(d)为本文方法处理结果。同样的实验对另外一幅大小为 105×190 的光学图像处理,图3.2(a)~3.2(d)为原始图像及处理的结果,此时采用的模板如 c_2 所示(之所以采用模板 c_2 ,也是因为图3.2(a)由模板 c_2 退化产生)。

在上述实验中,重建后图像的分辨率均提高两倍。以第二幅图像为例,本文与文献[4]和文献[6]中的方法比较结果见表1。

表1 几种方法的比较

Table 1 The comparison for several methods

项目	方法		
	文[4]方法	文[6]方法	本文方法
SNR	3.2876dB	3.5497dB	3.7019db
相关性	0.7827	0.8980	0.9152
熵	3.3834	4.1516	4.3271
处理时间	1.1425s	0.9896s	0.8782

从这些不同的实验中不难看到,本文方法较之于文献[4]中的 POCS 估计和文献[6]中的 MAP 方

法有着一定的优势,本文方法估计的结果有着更好的视觉效果,算法的复杂度也有显著的改进,对其它图像的测试给出了类似的结果。

4 小结

本文研究了单幅图像的超分辨率重建方法,在完成退化图像的建模后,对比分析了本文的模型和经典图像恢复中模型的异同点,并针对该模型提出了分层的算法,在算法的具体实施过程中,对大型矩阵的计算,提出一种新的称之为级联模板的运算方法,该方法大大简化了方程计算的复杂度,实验结果表明了算法的有效性。

REFERENCES

- [1] Harris J L. Diffraction and resolving power[J]. *J. O. S. A.*, 1964, **54**(7): 931—936.
- [2] Rusforth C K. *In image reconstruction, theory and application*[M]. New York: Academic Press, 1987.
- [3] Henry Stark, Peyma Oskoui. High-resolution image recovery from image plane arrays: using convex projection[J]. *J. O. S. A.*, 1989, **6**(11): 1715—1726.
- [4] Elad M, Hel-Or Yacov. A fast super-resolution reconstruction algorithm for pure translational motion and common space-invariant blur[J]. *IEEE Trans. On Image Processing*, 2001, **10**(8): 1187—1193.
- [5] ZOU Mou-Yan. *De-convolution and signal restoration*[M]. Beijing: National defense industry press (邹谋炎. 反卷积和信号复原,北京:国防工业出版社), 2001.
- [6] Sung C P, Min K P, Moon G K. Super-resolution image reconstruction: a technical overview[J]. *IEEE. Signal Processing Magazine*, 2003, **20**(3): 21—36.