未定元素属于 Θ 中某一个子集 A 的程度. 对于 Θ 的每个子集,可以指派一个概率,称为基本概率分配,定义如下:

定义1 令 Θ 为一论域集合,2^{Θ} 为 Θ 的所有子集构成的集合,称 $m: 2^{\Theta}\rightarrow[0,1]$ 为基本概率分配函数,它满足如下公理:

$$\sum_{A\in P(\Theta)} m(A)=1, m(\emptyset)=0. \tag{1}$$

证据理论的一个基本策略是将证据集合划分为两个或多个不相关的部分,并利用它们分别对辩识框架独立进行判断,然后用 Dempster 组合规则将它们组合起来. Dempster 组合规则的形式为:

$$\begin{cases} m(A)=\dfrac{1}{1-k}\sum\limits_{\substack{A_i,B_j\\ A_i\cap B_j=A}} m_1(A_i)m_2(B_j) \quad for \quad A\neq\emptyset \\ m(\emptyset)=0 \end{cases} \tag{2}$$

式(2)中的 k 为:

$$k=\sum_{A_i\cap B_j=\emptyset} m_1(A_i)m_2(B_j) \tag{3}$$

它反映了证据之间冲突的程度.

2 Dempster 组合规则存在的问题及现有的改进方法

在 Dempster 组合规则中,k 是一个用于衡量融合的各个证据之间冲突程度的系数. 如果 $k=1$,就不能使用 Dempster 组合规则进行信息融合;而当$k\rightarrow 1$时,即对高度冲突的证据进行正则化处理将会导致与直觉相悖的结果. 下面的例子说明了这一情况:

例1 设辩识框架 $\Theta=\{A,B,C\}$,有两个证据的基本概率分配如下:

m_1: $m_1(A)=0.99$, $m_1(B)=0.01$,

m_2: $m_2(B)=0.01$, $m_2(C)=0.99$,

由式(2)可以得到:

$k=0.99$, $m(A)=m(C)=0$, $m(B)=1$,

尽管 m_1 和 m_2 对 B 的支持程度都很低,但融合结果仍然认为命题 b 为真,这显然是有悖常理的.

在实际的军用信息融合系统中,由于自然或是人为的干扰常常会使某些传感器输出与实际情况相悖的信息,这些信息与其它传感器输出的正确信息往往冲突较大. 如何在证据高度冲突下实现多源信息的有效融合是一个迫切需要解决的问题,研究人员为此提出了许多方法. 总的说来,这些方法可以分为2大类.

第1类方法认为:证据高度冲突下使用 Dempster 组合规则产生不合理结论是由该规则的归一化步骤所产生的. 新的组合规则主要是解决如何将冲突重新分配的问题,这一问题又可以分为:(1)冲突应该重新分配给哪些子集;(2)在确定可接收冲突的子集后,冲突应该以什么比例分配给这些子集. 这一类解决方法的代表是 Lefevre 等人提出的统一信度函数组合方法[13]:

$$m(A)=\sum_{\substack{A_i,B_j\\ A_i\cap B_j=A}} m_1(A_i)m_2(B_j)+m^c(A) \quad \forall A\subseteq\Theta,$$

其中,$m^c(A)$ 表示冲突信息中分配给子集 A 的 mass,它又可以进一步写成:

$$\begin{cases} m^c(A)=w(A,m)\cdot m(\emptyset) & \forall A\subseteq P \\ m^c(A)=0 & 其它 \end{cases},$$

其中,且 P 为冲突重新分配的子集的集合,而 $w(A,m)$ 是权重且:

$$\sum_{A\subseteq 2^{\Theta}} w(A,m)=1,$$

它决定了分配给各个子集的冲突的大小.

通过设定冲突重新分配的子集的集合 P 和权重 $w(A,m)$,lefevre 方法可以引申出该类解决思路中的其它方法. 如果设 $P=\{\emptyset\}$,且 $w(\emptyset,m)=1$,则 lefevre 方法的方法就变为 Smets 的方法[11,12];如果设 $P=\{\Theta\}$,且 $w(\Theta,m)=1$,则 Lefevre 方法就变为 Yager 的方法[9];如果设 $P=\{\Theta\}$,且 $w(A,m)=\dfrac{m\cap(A)}{1-k}$,其中 k 冲突,$m\cap(A)$ 由式(2)中给出的. 则 Lefevre 方法就变为 Demspter 组合规则,Lefevre 进一步给出了一种利用梯度下降法以自动学习获得权重 $w(A,m)$ 的方法. 国内许多研究人员对冲突证据的融合提出了新方法[14,15],并比较了各种改进方法的鲁棒性[16]. 总的说来,这些方法没有超出 Lefevre 方法的框架.

第2类解决方法的思路是:Dempster 组合规则本身没有错,在证据高度冲突时应该首先对冲突证据进行预处理,然后再使用 Dempster 规则. 这两类解决方法的争论一直都在进行,Haenni 紧接着就对 Lefevre 的论文发展了他的看法[17]. 他认为:Lefevre 及其相关作者提出的方法是不对的. 主要原因可以归纳为如下几点:从工程实践的角度来看,各种对 Dempster 组合规则的改进并没有降低系统的计算量. 实际应用系统中要融合的证据可能有成百上千,未来降低系统的运算负载,普遍采用局域计算(local computation),由于这些改进方法都不满足结合率,因此无法进行局域计算. 此外,当证据数量很大时,

如何确定冲突分配的子集也是一个问题.从哲学的角度来看,当遇到"在模型x上使用方法y获得了一个不合理的结论z"问题时,Lefevre及其相关作者认为是方法y有问题,而Haenni则认为实际情况应该是模型x出了问题.Haenni以Smets的TBM模型为例指出:TBM模型的开世界问题(Open world)不是什么别的,正是模型不全面的一个例子.Haenni建议,当证据冲突时,应该对模型进行修改,比如,将原来的证据 m_1 和 m_2 修改为 m_1' 和 m_2' 再利用Dempster规则 $\oplus$ 对它们进行融合 $m_1' \oplus m_2'$;而不是将Dempster规则 $\oplus$ 修改为 $\oplus'$ 后再融合 $m_1 \oplus' m_2$.从数学的角度来看,Haenni认为Dempster规则具有坚实的数学基础,是对概率论中贝叶斯方法简单而直观的推广.

Murphy的方法就是一种修改模型而不变Demster组合规则的方法[18].Murphy分析了已有的改进方法,提出了一种证据平均组合规则,具体的步骤是:首先将证据的基本概率指派进行平均,之后再用Dempster组合规则进行信息融合.与其它方法相比较,该组合规则可以处理处突证据,且收敛速度较快(可参考文献[18]).但是Murphy的平均方法只是将多源信息进行简单的平均,没有考虑各个证据之间的相互关联,这是该方法的不足之处.

本文在Murphy方法的基础上,引入一个度量证据体间相似性程度的距离函数,并进一步获得系统中各个证据被其它证据所支持的程度,将该支持度作为证据的权重,对多源证据进行加权平均后再利用Dempster组合规则融合证据信息.本文提出的方法继承了Murphy方法的所有优点,并且具有更强的抗干扰能力,收敛速度更快.

3 新的组合方法

如前所述,Murphy方法只是将多源信息进行简单的平均,没有考虑各个证据之间的相互关联.本节我们将在Murphy方法的基础上提出一个新的证据组合方法.该方法的核心思想是:系统传感器所收集的多个证据应该具有不同的权重,如果一个证据被其它证据所支持,则该证据比较可信,其权重也较大,它对最终融合结论的影响也较大;反之,如果一个证据与其它证据的冲突都较大,则该证据的可信度较低,其权重也较低,它对最终融合结论的影响也较小.通过判断证据的可信度,对证据的基本概率指派进行加权平均后,再利用Dempster方法进行融合.

为了度量系统中各个证据间的相似性程度,我们引入了Jousselme等人给出了一个距离函数[19].

定义2 Θ 为一包含 N 个两两不同的命题的完备的辨识框架,$E_{P(\Theta)}$ 是 Θ 所有子集生成的空间.一个基本概率指派BPA是一个在 $E_{P(\Theta)}$ 中的座标系为 $m(A_i)$ 的向量 $\vec{m}$,

$$\sum_{i=1}^{2^N} m(A_i) = 1 \text{ and } m(A_i) \geqslant 0, i = 1,\cdots,2^N, A_i \in P(\Theta) \tag{1}$$

定义3 Θ 为一包含 N 个两两不同的命题的完备的辨识框架,m_1 和 m_2 是在辨识框架 Θ 上的两个BPA,则 m_1 和 m_2 的距离可以表示为:

$$d_{BPA}(m_1,m_2) = \sqrt{\frac{1}{2}(\vec{m}_1 - \vec{m}_2)\underline{\underline{D}}(\vec{m}_1 - \vec{m}_2)} \tag{2}$$

其中 $\underline{\underline{D}}$ 为一个 $2^N \times 2^N$ 矩阵,矩阵中的元素为:

$$D(A,B) = \frac{|A \cap B|}{|A \cup B|}, \quad A,B \in P(\Theta), \tag{3}$$

具体的计算方法是:

$$d_{BPA}(m_1,m_2) = \sqrt{\frac{1}{2}(\|\vec{m}_1\|^2 + \|\vec{m}_2\|^2 - 2<\vec{m}_1,\vec{m}_2>)},$$

其中 $\|\vec{m}\|^2 = <\vec{m},\vec{m}>$,$<\vec{m}_1,\vec{m}_2>$ 为两个向量的内积:

$$<\vec{m}_1,\vec{m}_2> = \sum_{i=1}^{2^N}\sum_{j=1}^{2^N} m_1(A_i)m_2(A_j)\frac{|A_i \cap A_j|}{|A_i \cup B_j|} \quad A_i,B_j \in P(\Theta),$$

设系统所收集的证据数目为 n,可以利用式(2)计算出证据体 m_i 和 m_j 之间的两两证据距离,并表示为一个距离矩阵:

$$DM = \begin{bmatrix} 0 & d_{12} & \cdots & d_{1j} & \cdots & d_{1n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots & \vdots \\ d_{i1} & d_{i2} & \cdots & d_{ij} & \cdots & d_{in} \\ \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots & \vdots \\ d_{n1} & d_{n2} & \cdots & d_{nj} & \cdots & 0 \end{bmatrix}$$

我们定义证据体 m_i 和 m_j 之间的相似性测度 $Sim(m_i,m_j)$ 为:

$$Sim(m_i,m_j) = 1 - d_{BPA}(m_i,m_j) \quad i,j = 1,2,\cdots,n, \tag{4}$$

其结果可以用一个相似性矩阵表示:

$$SM = \begin{bmatrix} 1 & S_{12} & \cdots & S_{1j} & \cdots & S_{1n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots & \vdots \\ S_{i1} & S_{i2} & \cdots & S_{ij} & \cdots & S_{in} \\ \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots & \vdots \\ S_{n1} & S_{n2} & \cdots & S_{nj} & \cdots & 1 \end{bmatrix}$$

当2个证据体之间的距离越小,它们的相似性程度就越大.我们指定系统中证据体 m_i 的支持度 $Sup(m_i)$ 为:

$$Sup(m_i) = \sum_{\substack{j=1\\j\neq i}}^{n} Sim(m_i,m_j) \quad i,j = 1,2,\cdots,n, \quad (5)$$

式(5)的计算是将相似性矩阵中每一行除自身的相似度之外的所有元素求和.可以看出:证据体 m_i 的支持度 $Sup(m_i)$ 反映的是 m_i 被其它证据所支持的程度,它是相似性测度的函数.如果一个证据体与其它证据体比较相似,则认为它们相互支持的程度也高,这些证据相互支持对方.如果一个证据与其它证据相似程度较低,则认为它们相互支持的程度也低.将支持度归一化后就得到可信度,可信度反映的是一个证据的可信程度.一般认为,一个证据被其它证据所支持的程度越高,该证据就越可信.如果一个证据不被其它证据所支持,则认为该证据的可信度较低.在求出一个证据 m_i 的支持度后,可以获得证据 m_i 的可信度 Crd_i 为:

$$Crd(m_i) = \frac{Sup(m_i)}{\sum_{i=1}^{n} Sup(m_i)} \quad i,j = 1,2,\cdots,n, \quad (6)$$

可以看出:

$$\sum_{i=1}^{n} Crd(m_i) = 1.$$

也就是可信度 $Crd(m_i)$ 可以作为证据 m_i 的权重.在获得各个证据的权重后,对证据进行加权平均再利用 Dempster 组合规则就可以有效地处理证据高度冲突的信息融合问题.

Murphy 的方法是:系统有 n 个证据时,直接将证据的基本概率指派进行平均后使用 Dempster 组合规则组合 $n-1$ 次.本方法考虑了证据之间的关联程度,各个证据由于可信度不同而有不同的权重,其步骤总结如下:(1)系统收集到 n 个证据,分别计算这些证据的两两距离.(2)计算这些证据的两两相似性.(3)求出各个证据的支持度和可信度.(4)利用可信度作为权重,对收集证据的基本概率指派进行加权平均.(5)使用 Dempster 组合规则融合加权平均证据.当系统有 n 个证据时,将加权平均证据组合 $n-1$ 次.

下面以一个算例来简单给出该方法的计算步骤:

例2 现在有3个证据体 m_1, m_2, m_3:

m_1: $m_1(A) = 0.7$ $m_1(B) = 0.1$ $m_1(C) = 0.2$,

m_2: $m_2(A) = 0.8$ $m_2(B) = 0.1$ $m_2(C) = 0.1$,

m_3: $m_3(A) = 0.1$ $m_3(B) = 0$ $m_3(C) = 0.9$.

根据前面的讨论,可以求出这3个证据体的 m_1, m_2, m_3 可信度:

$Crd_1 = 0.4177$, $Crd_2 = 0.3844$, $Crd_3 = 0.1978$.

则加权平均的证据为:

$m_{MAE}(A) = 0.4177 \times 0.7 + 0.3844 \times 0.8 + 0.1978 \times 0.1 = 0.6197$,

$m_{MAE}(B) = 0.4177 \times 0.1 + 0.3844 \times 0.1 + 0.1978 \times 0 = 0.0802$,

$m_{MAE}(C) = 0.4177 \times 0.2 + 0.3844 \times 0.1 + 0.1978 \times 0.9 = 0.3000$.

系统总共有3个证据,将加权平均证据组合为2次,最后的结果为:

$m(A) = 0.8963, m(B) = 0.0019, m(C) = 0.1017$.

4 数值算例

由于 DS 证据理论比传统的概率论能更好地处理不确定性,使得该方法在信息融合与目标识别领域有着广泛的应用[20,21].下面我们给出一个算例,通过对比 Dempster 方法[1]、Yager 方法[9]、孙全的改进方法[15]和 Murphy[18]的证据组合方法来说明来说明本文方法的有效性.

例3 现有5个证据如下,其中 $m(A)$、$m(B)$ 和 $m(C)$ 表示识别目标 A、B 和 C 的基本概率指派.

m_1:$m_1(A) = 0.5$, $m_1(B) = 0.2$, $m_1(C) = 0.3$,

m_2:$m_2(A) = 0$, $m_2(B) = 0.9$, $m_2(C) = 0.1$,

m_3:$m_3(A) = 0.55$, $m_3(B) = 0.1$, $m_3(C) = 0.35$, m_4:$m_4(A) = 0.55$, $m_4(B) = 0.1$, $m_4(C) = 0.35$, m_5:$m_5(A) = 0.55$, $m_5(B) = 0.1$, $m_5(C) = 0.35$,

各个方法融合的结果列在表1.从表1中可以看出:Dempster 方法无法有效处理冲突证据,$m(A)$ 始终为0,尽管以后收集到的证据都是支持目标 A 的,由于证据 m_2 否定了 A,系统不认为被识别的目标是 A. Yager 的结果中,不论以后收集多少支持 A 的证据,未知项 $m(X)$ 的数值始终在增加.孙全对 Yager 的改进方法可以部分克服原方法的缺点,表1中可以看出,随着支持 A 的证据越来越多,$m(A)$ 的数值有所增加,但是增加速度很慢,且未知项 $m(X)$ 的数值没有明显降低,系统无法作出决策.随着证据的增多,Murphy 的平均方法和本文的方法都能正确

表 1　三种证据组合方法的比较

Table 1 Comparison of the calculation results of the three combination rules

	m_1, m_2	m_1, m_2, m_3	m_1, m_2, m_3, m_4	m_1, m_2, m_3, m_4, m_5
Dempster-Shafer's combination rule	$m(A)=0$ $m(B)=0.8571$ $m(C)=0.1429$	$m(A)=0$ $m(B)=0.6316$ $m(C)=0.3684$	$m(A)=0$ $m(B)=0.3288$ $m(C)=0.6712$	$m(A)=0$ $m(B)=0.1228$ $m(C)=0.8772$
Yager's combination rule	$m(A)=0$ $m(B)=0.18$ $m(C)=0.03$ $m(X)=0.79$	$m(A)=0$ $m(B)=0.018$ $m(C)=0.0105$ $m(X)=0.9715$	$m(A)=0$ $m(B)=0.0018$ $m(C)=1.00368$ $m(X)=0.99452$	$m(A)=0$ $m(B)=0.00018$ $m(C)=0.00129$ $m(X)=0.99853$
Sun quan, et. al's combination rult	$m(A)=0.090$ $m(B)=0.377$ $m(C)=0.102$ $m(X)=0.431$	$m(A)=0.160$ $m(B)=0.201$ $m(C)=0.125$ $m(X)=0.486$	$m(A)=0.194$ $m(B)=0.160$ $m(C)=0.137$ $m(X)=0.509$	$m(A)=0.211$ $m(B)=0.138$ $m(C)=0.144$ $m(X)=0.507$
Mruphy's Average combination rule	$m(A)=0.1543$ $m(B)=0.7469$ $m(C)=0.0988$	$m(A)=0.3500$ $m(B)=0.5224$ $m(C)=0.1276$	$m(A)=0.6027$ $m(B)=0.2627$ $m(C)=0.1346$	$m(A)=0.7958$ $m(B)=0.0932$ $m(C)=0.1110$
Proposed modified average combination	$m(A)=0.1543$ $m(B)=0.7469$ $m(C)=0.0988$	$m(A)=0.5816$ $m(B)=0.2439$ $m(C)=0.1745$	$m(A)=0.8060$ $m(B)=0.0482$ $m(C)=0.1458$	$m(A)=0.8909$ $m(B)=0.0086$ $m(C)=0.1005$

的识别出目标 A. 但是由于 Murphy 没有考虑证据之间的相关性,在系统收集到 4 个证据时,Murphy 方法才识别出目标 A(对应表中的 m_1, m_2, m_3, m_4 列). 本文提出的方法在收集到第 3 个证据时就可以正确识别目标(对应表中的 m_1, m_2, m_3 列). 分析其原因可以发现:由于传感器本身不可靠或是敌人的干扰或是环境恶劣等因素,导致证据 2 与实际情况有较大的偏差. Murphy 通过将证据进行平均以"抵消"这一"坏值"的影响. 但是由于 Murphy 的方法只是对证据简单平均,在某些情况下(如本例中 $m_2(B)=0.9$,也就是 m_2 强烈支持目标为 B),系统需要更多的证据才能有效"抵消"收集的"坏值". 而本文的方法考虑了证据之间的相互关联的特性,考虑了各个证据的有效性,有效地降低了"坏值"对最终融合结果的影响,使得在比较少的证据下就能使结果收敛为正确的目标.

5　结束语

由于人为或自然环境等因素,信息融合系统中收集的证据常常有较大的冲突,这时使用传统的 Dempster 组合规则无法有效地处理这些冲突证据. 本文在分析了各种对 Dempster 组合规则改进的方法,提出了一种加权证据合成方法,该可以有效地处理干扰证据的情况. 且具有较快的收敛速度,提高了在证据冲突时融合结果的可靠性和合理性.

应该指出,本文提出的方法可以有效处理由于传感器输出信息不可靠而造成的冲突证据融合. 如何处理由于知识基不完善而导致证据间的较大冲突仍然是一个尚待解决的问题,也是我们下一步的研究方向.

REFERENCES

[1] Dempster A P. Upper and lower probabilities induced by a multi-valued mapping[J]. *Annual Math Statist*, 1967, **38**(4): 325—339

[2] Shafer G. *A Mathematical Theory of Evidence*[M]. Princeton University. Press, Princeton, 1976

[3] Yang J B. Singh M G. An evidential reasoning approach for multiple-attributed decision making with uncertainty [J]. *IEEE Transaction on System, Man and Cybernetics*, 1994, **24**(1): 1—18

[4] Yang J, Sen P. A general multilevel evaluation process for hybrid MADM with uncertainty[J]. *IEEE Transaction on System, Man and Cybernetics*, 1994, **24**(10): 1458—1473

[5] Drukopoulos E, Hsia Y T, Smets P. Transferable belief model for decision making in the evaluation based systems [J]. *IEEE Trans on System, Man and Cybernetics*, 1996, **26**(1): 698—712

[6] Walley P. Measure of uncertainty in expert system[J], *Artificial Intelligence*, 1996, **83**(1): 1—58

[7] Zadeh L. Asimple view of the Dempster-Shafer theory of evidence and its implication for the rule of combination[J]. *AI Magazine*, 1986, 7(1): 85—90

[8] KANG Yao-Hong. *The Theory of Data Fusion*[M], Xi'an: Xidian University Press(康耀红. 数据融合理论. 西安:西安电子科技大学出版社), 1997

[9] Yager R R. On the Dempster-Shafer framework and new combination rules[J]. *Information Science*, 1989, **41**(2):

93—137

[10] Dubois D, Prade H. Representation and combination of uncertainty with belief functions and possibility measures [J], *Computational Intelligence*, 1998(4): 244—264

[11] Smets P. The combination of evidence in the transfer belief model[J]. *IEEE Transaction on Pattern and Machine Intelligence.* 1990, **6**(5): 447—458

[12] Smets P, R. Kennes. The transfer belief model[J]. *Artificial Intelligence*, 1994, **66**(3): 191—234

[13] Lefevre E, Colot O, Vannoorenberghe P. Belief function combination and conflict management[J], *Information Fusion*, 2002, **3**(3): 149—162

[14] ZHANG Shan-Ying, PAN Quan, ZHANG Hong-Cai. A new kind of combination rule of evidence theory[J]. *Control and Decision.* (张山鹰,潘泉,张洪才. 一种新的证据推理组合规则,**控制与决策**), 2000, **15**(5): 540—544

[15] SUN Quan, YE Xiu-Qing, GU Wei-Kang. A new combination rule of evidence[J]. *Acta Electronica Sinica.* (孙全,叶秀清,顾伟康. 一种新的基于证据理论的合成公式. **电子学报**,) 2000, **28**(8): 117—119

[16] PAN Quan, ZHANG Shan-Ying, CHEN Yong-Mei, *et al.* Some research on robustness of evidence theory[J], *Acta Automatica Sinica*(潘泉,张山鹰,程咏梅等. 证据推理的鲁棒性研究,**自动化学报**,)2001, **27**(6): 4798—805

[17] Haenni R. Are alternatives to Dempster's rule of combination real alternatives?: Comments on "About the belief function combination and the conflict management problem" [J]. *Information Fusion*, 2002, **3**(4): 237—239

[18] Murphy C K, Combining belief functions when evidence conflicts[J], *Decision support systems*, 200, **29**(1): 1—9

[19] Jousselme A L, Grenier D, Bosse E. A new distance between two bodies of evidence[J]. *Information fusion*, 2001, **2**(1): 91—101

[20] WANG Yang, ZHENG Qin-Bo, ZHANG Jun-Ping, Target classification of the data fusion in multichannel using Dempster-Shafer method[J]. *Journal of Infrared Millimeter Waves* (汪洋,郑亲波,张钧屏. 用证据理论方法进行多波段数据融合的目标分类. **红外与毫米波学报**), 2002, **21**(3): 229—232

[21] LI Qiu-Hua, LI Ji-Cheng, SHEN Zhen-Kang, *et al.* A kind of method for IR small target recognition based on multi-sensors spatio-temporal information fusion [J], *Journal of Infrared Millimeter Waves*(李秋华,李吉成,沈振康等. 一种基于多传感器时间-空间信息融合的红外小目标识别方法. **红外与毫米波学报**,), 2002, **21**(3): 209—212