

基于广义形态变换的由切片重建三维物体方法*

刘文予 朱光喜

(华中科技大学电子与信息工程系, 图象信息处理与智能控制教育部重点实验室, 湖北, 武汉, 430074)

摘要 提出了基于广义形态变换的由切片重建三维多面体的方法. 该方法首先对多边形进行凸剖分, 然后建立凸多边形的匹配, 利用广义形态变换对中间形状进行插值, 与其它方法相比, 该方法可对不同拓扑结构(包括有孔和分岔的情况)的切片进行重建. 实验结果表明, 该方法重建效果好, 不需人工干预, 可自动实现, 对孔和分岔出现的位置定位精度高, 重建的多面体与原始物体误差较小, 实用性强, 可广泛用于生物医学工程.

关键词 广义形态变换, 三维重建, 切片, 匹配, 凸剖分.

3D OBJECT CONSTRUCTION FROM SLICE BASED ON GENERALIZED MORPHOLOGIC TRANSFORMATION *

LIU Wen-Yu ZHU Guang-Xi

(Department of Electronics and Information Engineering,

Key Laboratory of Education Ministry for Image Processing and Intelligent Control
Huazhong University of Science and Technology, Wuhan, Hubei 430074, China)

Abstract By decomposed polygons into convex subsets, and matched the convex subsets, new method of 3D objects construction from slice is proposed. The middle slices can be interpolated by generalized morphologic transformation. The morphology operators have special advantages if used to process two objects construction that have different topologic structure (including holey object and fork object). Experiments show that this method has a smoothness boundary of construction, high precision, lower cost of calculation and no need user alternation. It is a practicably method for 3D object construction and it can be widely used in medicine engineering.

Key words generalized morphologic transformation, 3D object construction, slice, matching, convex decomposing.

引言

由二维切片重建三维物体在医学图像处理、考古及物体造型中有广泛的应用前景. 这个问题可简单描述为一系列相互平行的多边形(称为切片), 由这些多边形重建三维表面, 三维表面的切面应与给定的多边形重合. 由于此类问题应用的广泛性, 许多研究者在这方面进行了深入的研究^[1-3]. 这类问题的复杂性在于相互平行的多边形可能具有不同的拓扑结构, 如有的多边形包含有孔, 有些多边形可能没有孔. 早期的三维重建算法主要集中在切片大体相似的基础上, 即它们具有相同的拓扑, 但各个切片

多边形的顶点数可能不同, 因此, 研究的重点放在不同顶点数的多边形如何内插上. 近年来, 由于研究的不断深入, 一些研究者把注意力集中在非同拓扑结构的切片重建三维物体上. Tatiana^[4]提出的利用多边形的变形来解决非同拓扑结构的切片重建三维物体是近年来较好的一种方法, 可以实现由有孔切片变化到无孔切片的三维重建, 但孔出现的位置是由人工指定, 这样会带来很大误差, 并且对拓扑结构相差太大的切片的重建会带来病态问题.

本文给出了一种基于广义形态变换的由切片重建三维多面体的新方法. 该方法首先对多边形进行凸部分, 然后建立凸多边形的匹配, 利用广义形态变

* 国家自然科学基金(批准号 69973018, 60273099)资助项目
稿件收到日期 2002 - 06 - 01, 修改稿收到日期 2002 - 12 - 21

* The project supported by the National Natrual Science Foundation of China(No. 69973018, 60273099)

Received 2002 - 06 - 01, revised 2002 - 12 - 21

换对中间形状进行插值. 与其它方法相比, 该方法可对不同拓扑结构(包括有孔和分岔的情况)的切片进行重建, 重建精度可以控制.

1 基于广义形态变换的三维重建

2.1 基本原理

由切片重建三维物体通常有一个预处理过程, 即首先提取边缘, 再量化得到多边形, 不同的多边形还需经过对准. 我们假定预处理的工作已完成, 得到的是对准后的多边形, 假定多边形与 x, y 坐标平行, z 表示切片的高度, 各个切片的 z 坐标已知.

如果能实现任意 2 个切片之间的三维重建, 则由一系列切片重建三维的问题将迎刃而解, 因此我们把重点放在由 2 个切片重建三维物体的问题上.

对于 2 个非同拓扑结构的切片, 如果能产生一系列的由一个切片连续光滑地变化到另一个切片的中间过程, 则所有的中间过程构成重建后的三维物体. 基于形态学的物体变换较好地描述了自然界中的变形过程, 实验中已证明经过不断执行形态变换将一个形态变到另一个形态的过程非常接近自然的变形过程^[5], 因为形态算子是一种全局算子, 可以不断地增加和减少点、边、面去逼近另一物体.

设多边形 A 与 B 只有形状的变化, 没有平移、比例和旋转变换, 令

$$C(r) = rA \oplus (1-r)B. \quad (1)$$

式中 \oplus 表示形态和算子, 当实数 r 从 1 变到 0, $C(r)$ 实现从 A 连续变到 B ^[5], 由于形态算子对 A, B 没有任何限制, 故式(1)对于不同拓扑结构的物体也适用. 但式(1)只对凸物体适用, 即式(1)只适合于凸同拓扑结构的物体, 对于有孔和凹物体的变形会产生病态的变形结果. 我们的想法是首先对有孔及凹多边形进行凸剖分, 得到一系列的凸多边形, 分别对对应的凸多边形进行变形, 然后对一系列的凸多边形的变形结果进行合并, 得到凹多边形的连续光滑地变化到另一个凹多边形的结果, 这样可以解决非同拓扑结构物体的变形.

设把任意多边形 A 剖分成 m 个不相交的凸多边形 A_1, A_2, \dots, A_m , 把 B 剖分成 n 个不相交的凸多边形 B_1, B_2, \dots, B_n , 称 A_i, B_i 为 A, B 的子凸集. 文献[6]中, 我们给出多边形的凸剖分算法, 该算法可以给出多边形的最优剖分, 即多边形经过剖分后不相交的凸多边形的个数最少. 凸剖分算法的时间复杂度为 $O(N^2)$, 其中 N 为多边形的顶点数. 显然, 经过凸剖分后, 2 个多边形的子凸集必须进行匹配. 设 A 的某

个子凸集 A_i 与 B 中的某个子凸集 B_j 匹配, 也即 B_j 是由 A_i 变形得到. 由于 m 与 n 不相等, 匹配是一对多和多对一的匹配关系, 则 A 中的任一子凸集按某种最短距离原则与 B 中的某个子凸集存在对应关系, 同样 B 的任一子凸集在 A 中都有像. 为使变形中不出现病态, 各子凸集匹配不能自相交.

定义 1 对 A, B 的所有子凸集 $A_i (1 \leq i \leq m)$ 和 $B_j (1 \leq j \leq n)$, 如果 i, j 匹配, 则称 A_i 与 B_j 存在映射关系, 所有的映射关系称为 A, B 的凸分解匹配.

子凸集的凸分解匹配可用公式表示为

$$\min \sum_{\substack{\text{对所有 } i, j \text{ 存在映射关系} \\ \text{且 } A_i (1 \leq i \leq m) \text{ 和 } B_j (1 \leq j \leq n)}} \|A_i - B_j\|$$

的匹配不能自相交}. \quad (2)

式中 $\|\bullet\|$ 表示 Euclid 距离, 这种匹配是结构关系的匹配, 我们采用基于不自相交的双向松弛迭代法^[7]求解式(2).

有了子凸集的凸分解匹配, 根据前面的分析, 把一系列的凸多边形的变形结果进行合并, 得到凹多边形的变形结果. 设 A, B 的凸分解匹配中 A_i 与 B_j 存在的映射关系, r 为实数, $r \in [0, 1]$, 令

$$C'(r) = \cup_{\substack{\text{对所有 } i, j \text{ 存在映射关系}}} (rA_i \oplus (1-r)B_j). \quad (3)$$

称 $C'(r)$ 为 A, B 的变形多边形, 式(3)为广义形态变换.

二维凸多边形有快速形态和算法, 具体如下^[8]. 凸多边形的形态和算法 设 $C = A \oplus B$, A, B 都是凸多边形. 1) 把 A 中的边按逆时针方向角大小排序, 把 B 中的边按逆时针方向角大小排序; 2) 按顺序合并 A, B 中的边, 形成一个新的序列, 此序列即为 C .

定理 1^[9] $C'(r) \subseteq rA \oplus (1-r)B$, 对任何 $0 \leq r \leq 1$ 成立.

定理 2^[9] 设 B 是 A 经平移和比例变换得到, 则 $C'(r)$ 表示 A, B 之间的线性内插.

定理 1, 2 表明, 广义形态变换 $C'(r)$ 是形态变换 $C(r)$ 的一个子集, 它代表多边形 A, B 之间的线性内插, 因此, 广义形态变换 $C'(r)$ 是一个好的变形过程, 并且能解决非同拓扑结构凹多边形的变形问题. A, B 凸剖分越多, $C'(r)$ 越能充分体现 A, B 的细节, 但会产生不光顺的结果. 实验中我们取多边形的最大凸剖分, 即剖分后凸多边形的个数最少, 这样可以使内插的多边形边界光滑, 并且大大减少子凸多边形的匹配和广义形态变换的计算量.

2.2 算法实现

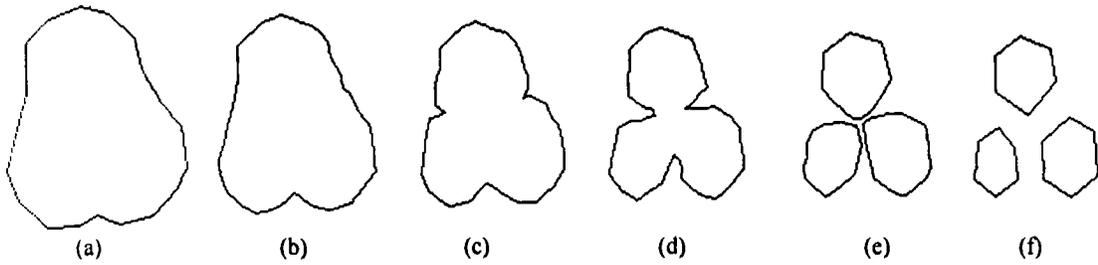


图1 1个多边形与3个分离的多边形重建三维物体的过程,(b)(c)(d)(e)为广义形态变换结果

Fig. 1 Processing of construction 3D object from one polygon and three separate polygons, (b)(c)(d)(e) is the result of generalized morphologic transformation

首先对多边形进行凸剖分,然后进行子凸集的匹配,因为切片都是二维多边形,凸剖分和匹配都是在二维空间进行的.设给定的2个多边形 A, B , 它们的 z 坐标分别为 z_1 和 z_2 , 根据广义形态变换原理,如果对 A, B 利用式(3)进行广义形态变换,当参数 r 选取连续数,则得到一个多面体,这个多面体,即为重建的三维物体.

具体实现中可以用体素来表示多面体,设 $z = |z_1 - z_2|$, 当 r 以 $\frac{1}{z+1}$ 的步长采样,并对 $C'(r)$ 进行 x, y 坐标方向采样,则得到重建的三维物体能体现切片间的拓扑结构的变化.这个重建的三维物体是用体素来表示的,即三维空间的八叉树表示,重建的三维物体有较高的精度,包括孔出现的位置和分岔出现的位置,都可由广义形态变换直接给出.

在大部分的应用中,要求重建的三维物体用多面体来表示,即要精确的表示多面体的顶点和面,因此下面我们讨论如何得到三维物体的多面体表示.

利用式(3)我们可以得到一系列的平行内插多边形,这些平行的多边形即为 A 和 B 的形状轮廓的变化,多边形边界上的点都为三维物体的顶点,并且在 x, y 方向都已形成边,下面我们只需在 z 方向把这些顶点用边相连,则得到重建的三维物体.

在广义形态变换中,首先必须对 A, B 进行凸剖分,然后进行匹配,两匹配的凸多边形 A_i, B_j 经广义形态变换得到一个凸多边形 C_i , 设 A_i 在 A 的边界上

的顶点为 $P_1, P_2, \dots, P_m, C_i$ 的顶点为 Q_1, Q_2, \dots, Q_n , 我们要找 A_i 上的顶点与 C_i 上的顶点间的对应关系,由于都是凸多边形,这个对应关系非常简单,即最近距离的2个顶点匹配.

$P_i \leftrightarrow Q_j \triangleq \min \{d(P_i, Q_j) \mid P_i \in A, Q_j \in C_i\}$. (4)
 $P_i \leftrightarrow Q_j$ 表示 P_i 与其 Q_j 顶点匹配, $d(P_i, Q_j)$ 表示 P_i 到 Q_j 间的 Euclid 距离. 连接 P_i, Q_j , 则 $P_i Q_j$ 是重建的三维物体的一条边.

2 几点讨论

2.1 由于内插的多边形 C_i 的顶点数会多于 A, B , 对三维物体可以进一步简化. 即把 C_i 上相距很近的点合并成1个点,合并的原则是如果 C_i 上相邻的2个点间的距离小于 A, B 中相邻两点距离最小值的 $1/4$, 则进行合并.

2.2 参数 r 的取值对三维重建结果的精度有影响,特别是对孔的位置及大小影响较大. r 划分越细,即 r 取值越多,重建精度越高,但重建的三维物体越复杂. r 可由用户指定. A, B 形状差异越大, r 应划分越多,通常把 r 取四等分即可.

2.3 如果 A, B 非同拓扑结构,则无论 r 划分几等份,一定有1个 C_i 和 C_{i+1} 不同拓扑结构,我们把 C_i 和 C_{i+1} 称为跳变区,此时对 C_i 和 C_{i+1} 不能用式(1)直接进行线性匹配. 假设 C_i 无孔, C_{i+1} 中有一孔,对

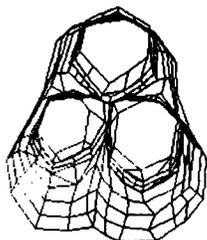


图2 为对图1中的切片重建的多面体

Fig. 2 Reconstruction polyhedron from slice in Fig. 1

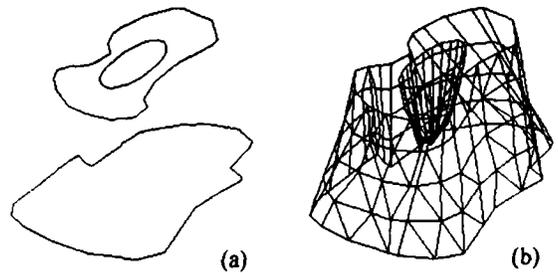


图3 (a)原始切片,其中1个有孔,(b)为重建的多面体
 Fig. 3 (a) is original slice, one slice with a hole, (b) is reconstruction polyhedron from two slice in (a)

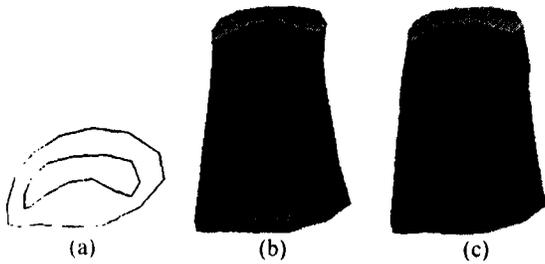


图4 (a)从原始多面体的顶部和底部取出的2个切片,(b)原始多面体,(c)为重建的多面体

Fig.4 (a) is two slices from top and bottom of polyhedron in (b), (b) is original polyhedron, and (c) is the reconstruction polyhedron

C_i 和 C_{i+1} 的外边界按式(3)进行匹配, C_i 到 C_{i+1} 之间会产生一个新的内插顶点, C_{i+1} 中的孔则与内插顶点进行匹配, 把 C_{i+1} 中的孔当作一个多边形, 多边形上的所有点都与内插顶点形成边, 内插顶点的 z 坐标为 C_i 和 C_{i+1} 的 z 坐标均值, 内插顶点的 x, y 坐标为孔多边形的凸包重心, 即假定孔从 C_i 和 C_{i+1} 的中值时刻开始出现. 如果 C_i 中有 2 个分离的多边形, C_{i+1} 中只有 1 个多边形, 可以按式(3)直接进行匹配. 如果 C_i 和 C_{i+1} 相差很大, 把 C_i 和 C_{i+1} 再做一次内插.

2.4 广义形态变换的变形能力强于式(1)的变形能力, 跳变区的位置可以由式(3)完全确定, 跳变区的位置完全依赖于原始 2 个多边形的形状、大小和位置, 不需人工指定.

3 实验结果及结论

由于切片之间的信息完全丢失, 因此完全重建原始物体不可能. 由于三维物体的复杂性, 目前还没有一种定量的重建误差评价方法, 重建结果的好坏主要由人进行主观评价.

图1为1个多边形与3个分离的多边形重建三维物体的过程, (a)、(f)为原始切片, 取自文献[4], (b)、(c)、(d)、(e)为广义形态变换结果, 实验中取4个内插结果, 注意三维物体中分岔的出现位置与 A, B 的形状有关, 从(d)到(e)由于是跳变区产生分裂, 故可直接用式(4)进行顶点匹配, 图2为基于广义形态变换对图1中的切片重建的多面体, 可见重建的多面体较好地反映了分岔的变化. 图3为1个有孔多边形与1个无孔多边形重建三维物体的结果, 产生1个新的内插顶点, 注意三维物体中孔和内插顶点出现的位置与 A, B 的形状有关. 文献[4]中的方法无论 A, B 是何形状, 分叉和孔的出现都在 $A,$

B 高度的 $1/2$ 处出现, 并且是线性内插, 这与实际情况不符. 图4给出重建结果与实际结果的比较, 图4(a)是从原始多面体的顶部和底部取出的2个切片, 图4(b)为原始多面体, 图4(c)为重建多面体的结果, 可见重建的结果与原物体相差不大.

由图2和图3可见, 基于广义形态变换的三维重建方法可解决任意非同拓扑结构的切片重建, 重建的三维物体边界光滑, 重建的结果好于文献[4]中给出的结果.

由切片重建三维物体在许多领域应用广泛, 本文给出了一种基于广义形态变换的由切片重建三维多面体的方法. 该方法首先对多边形进行凸剖分, 然后建立凸多边形的匹配, 利用广义形态变换对中间形状进行插值. 与其它方法相比, 该方法可对不同拓扑结构(包括有孔和分岔的情况)的切片进行重建. 实验结果表明, 该方法重建效果好, 不需人工干预, 可自动实现, 对孔和分岔出现的位置定位精度高, 重建的多面体与原始物体误差较小, 是一种较实用的方法.

REFERENCES

- [1] Bajaj C, Coyle E, Lin K. Arbitrary topology shape reconstruction from planar cross sections. *Graphical Models and Image Processing*, 1996, **58**: 524—543
- [2] Barequet G, Shapiro D, Tal A. Multi-level sensitive reconstruction of polyhedral surfaces from parallel slices. *The Visual Computer*, 2000, **16**: 116—133
- [3] Barequet G, Sharir M. Piecewise-linear interpolation between polygonal slices. *Computer Vision and Image Understanding*, 1996, **63**: 251—272
- [4] Tatiana S, Vitaly S, Gill B, et al. Blending polygonal shapes with different topologies. *Computers & Graphics*, 2001, **25**(2): 29—39
- [5] Kaul A, Rossignac J. Solid-interpolating deformations: construction and animation of PIPS. *Computer & Graphics*, 1992, **16**(1): 107—115
- [6] Wang Fei, Liu Wenyu. A fast algorithm for object convex decomposition. In: *Proceedings of the Seventh International Conference on Computer Aided Design and Computer Graphics, Kunming*. Hong Kong: International Academic Publishers, 2001, 298—301
- [7] LIU Wen-Yu, WAN Fei, ZHU Guang-Xi. A novel method of Chinese font composition based on morphology. *Chinese Journal of Computers* (刘文予, 万菲, 朱光喜. 基于形态学的新的汉字字型自动生成方法. *计算机学报*) 1999, **22**(3): 235—240
- [8] Ghosh P K. A unified computational framework for minkowski operations. *Computer & Graphics*, 1993, **17**(4): 357—378
- [9] LIU Wen-Yu, ZHU Guang-Xi. A novel method for description nonrigid body motion with generalized morpho-interpolation. *Journal of Software* (刘文予, 朱光喜. 基于广义形态内插的非刚体运动描述方法. *软件学报*), 2001, **12**(10): 1544—1551