# 交换关联势对 FP-LMTO 计算 SnTe 晶格常数及能带结构的影响<sup>\*</sup>

# 郭旭光 陈效双 陆 卫

(中国科学院上海技术物理研究所,红外物理国家重点实验室,上海,200083)

摘要 用基于第一性原理的全势能线性 Muffin-Tin 轨道组合(FP-LMTO)方法计算了 SnTe 的总能,给出了体系平衡时的晶格常数及其能带结构,并讨论了取不同的交换关联势对计算结果的影响. 关键词 FP-LMTO,交换关联势,能带结构,SnTe.

# EFFECT OF EXCHANGE-CORRELATION POTENTIAL ON LATTICE PARAMETER AND BAND STRUCTURE CALCULATION OF SnTe WITH FP-LMTO METHOD\*

GUO Xu-Guang CHEN Xiao-Shuang LU Wei

(National Laboratory of Infrared Physics, Shanghai Institute for Technical Physics, Chinese Academy of Sciences, Shanghai, 200083)

. . . . .

**Abstract** The total energy and the electronic band structure of SnTe were calculated with the FP-LMTO method based on first principles. The lattice constant and band structure were deduced from the lowest energy point of total energy. The effects of different exchange-correlation potentials on both total energy and electronic band structure are discussed. **Key words** FP-LMTO method, exchange-correlation potential, band structure, SnTe.

## 引言

随着计算机计算速度的提高及存储容量的扩 大,基于第一性原理的数值计算方法在计算凝聚态 物理领域变得愈发重要,无论在基础研究层面还是 在应用开发层面都有其广阔的应用前景<sup>[1]</sup>.

1975 年 Anderson 建立起来的 LMTO 方法<sup>[2]</sup>,较 早实现了基于第一性原理的电子能带结构及相关特 性的自恰计算.在此基础上出现了原子球近似 LM-TO(LMTO-ASA)、紧束缚 LMTO(TB-LMTO)、全电子 势 LMTO(FP-LMTO)等方法,其中 FP-LMTO 计算精 度较高,与近几年出现的基于密度泛函微扰理论的 线性响应 LMTO(LR-LMTO)相配合,可用于计算晶 格振动、电声子相互作用等<sup>[3]</sup>.

SnTe 是具有铁电相变的结构最简单的半导体 材料,其相变温度强烈依赖于载流子浓度<sup>[4]</sup>,了解 其电子结构是理解这些材料特性的基础.我们用 FP-LMTO 方法计算了 SnTe 的总能,并讨论了交换 并联势对体系平衡的晶格常数和电子结构的影响.

#### 1 基本理论

在绝热近似下,无论原子、分子、团簇还是固体 都可作为多电子体系来进行处理.然而密度泛函理 论认为,多电子体系的基态物理性质可以用电子密 度函数来描述<sup>[5]</sup>.在此基础上 Kohn 和 Sham 在处理 多电子动能对密度的泛函时,将相互作用项归入到 交换关联势中<sup>[6]</sup>.此时多电子体系可用单电子 K-S 方程来描述.交换关联作用可以利用量子蒙特卡洛 法(QMC)对其进行准确地描述<sup>[8]</sup>,考虑到问题的复 杂程度,目前基于第一性原理总能计算的各种方法 中均采用局域密度近似(LDA)来处理交换关联势 *V<sub>w</sub>*,即

<sup>\*</sup> 中国科学院"百人计划"基金(批准号 200102)和国家重点基础研 究(批准号 G1998061404)资助项目

稿件收到日期 2002 - 02 - 02,修改稿收到日期 2002 - 08 - 03

<sup>\*</sup> The project supported by one-hundred-person project of Chinese Academy of Sciences (No. 200102) and Grant for State Key Program for Basic Research of China(No. G1998061404) Received 2002 - 02 - 02, revised 2002 - 08 - 03



图 1 无交换关联势时 SnTe 总能与晶格常数关系 Fig. 1 Dependence of the total energy on the lattice parameter of SnTe without  $V_{ee}$ 

$$V_{xc}(r) = \frac{\delta E_{xc}[n(r)]}{\delta n(r)}, \qquad (1)$$

其中 E<sub>xx</sub>为交换并联能,n(r)为电子密度,

在 LDA 下有

$$E_{xc}[n(r)] = \int \varepsilon_{xc}(r)n(r)d^{3}r, \qquad (2)$$

 $\varepsilon_{xc}(r)$ 是密度为 n(r)的均匀电子气中每个电子具有的交换关联能.

此时有

$$\frac{\delta E_{xc}[n(r)]}{\delta n(r)} = \frac{\partial [n(r)\varepsilon_{xc}(r)]}{\partial n(r)}.$$
(3)

LDA 近似忽略了在 r 点附近电子气不均匀对单 电子交换关联能的影响,考虑电子密度不均匀的影 响,对 V<sub>x</sub>中交换势部分进行广义梯度近似(GGA),有

$$V_{xc} = \frac{\delta E_{xc}[n(r)]}{\delta n(r)} = \frac{\partial [n(r)\varepsilon_{xc}(r)]}{\partial n(r)} - \frac{\partial [n(r)\varepsilon_{xc}(r)]}{\partial \nabla n(r)}.$$
(4)

FP-LMTO 是基于密度泛函理论的计算固体能 带结构的一种理论计算方法.其基本思想简述如下: 将空间划分为两个区域,以各原子为中心做互不交 叠的球,球内为 MT 球区,其余为间隙区.给定初始 电子密度分布  $\rho_0(\mathbf{r})$ ,解泊松方程,得到势函数;在 MT 球区,取势函数的球对称部分,解径向薛定谔方 程,其解作为球内基函数.在间隙区,由于势函数变 化较平缓,仅需解亥姆霍兹方程即可,其解为贝塞尔 函数及汉克尔函数的线性组合,将其作为间隙区的 基函数,同时保证相应的基函数在 MT 球面上连续 可微.利用 Rayleigh-Ritz 变分原理解 K-S 方程,求出 电子波函数,得到新的电子密度分布  $\rho_1(\mathbf{r})$ . 对以上



图 2 取 KSG 交换关联势及 GGA 校正时 SnTe 总能和晶格常数关系

Fig. 2 Dependence of the total energy on the lattice parameter of SnTe for KSG  $V_{sc}$  and KSG + GGA  $V_{sc}$ 

过程进行叠代,可求得问题的自恰解,关于 FP-LM-TO 的详细阐述,见文献[9]~[12].

# 2 计算结果及讨论

SnTe 高温相属 NaCl 结构,其结晶学原胞为 Sn 原子与 Te 原子分别占据一套面心立方格子,嵌套而 成. SnTe 为直接带隙窄禁带半导体,最小能隙位于 布里渊区 L 点,值约为 0.26 eV<sup>[13]</sup>.其固体物理学原 胞取法如下:按 Sn 原子面心立方格子取固体物理学 原胞,并保留体心位置的 Te 原子.

Sn 原子价电子取 4d<sup>10</sup>5s<sup>2</sup>5p<sup>2</sup>,其余电子为芯态, 不与价电子产生杂化<sup>[14]</sup>;Te 原子价电子取 5s<sup>2</sup>5p<sup>4</sup>, 4d 电子取为半芯态,与价电子产生轻度杂化,其余 电子为芯态.



在计算中,由于交换关联势需近似处理,探讨不

图 3 取 PW91 和 GGA 校正时 SnTe 总能和晶格常数关系 Fig. 3 Dependence of the total energy on the lattice parameter of SnTe for PW91 V<sub>e</sub>, and PW91 + GGA V<sub>e</sub>

同交换关联近似对计算结果的影响是必要的.我们 选取了2种交换关联近似:一种是较早出现的 Kohn-Sham-Gaspar 交换近似(KSG),不包括关联作 用:另一种是 Perdew 和 Wang1991 年提出的拟合均 匀电子气的 Monte-Carlo 数值计算结果得到的解析 型交换关联势(PW91). 同时我们还考察了 Perdew 和 Wang 于 1991 年和 1996 年提出的广义梯度近似 (GGA91、GGA96)对计算结果的影响.

#### 2.1 交换关联势对晶格常数计算的影响

SnTe 的晶格常数实验值为 0.633 nm<sup>[15]</sup>,为了 得到其计算值,在实验值附近均匀选取若干点作为 体系的晶格常数,分别计算体系的总能,总能取得极 小值时对应的晶格常数作为体系平衡时的晶格常 数.结果见图 1~3. 不同交换关联势下晶格常数及 交换关联能见表1.

在体系平衡位置附近,晶格常数的改变所导致总 能的改变主要来自长程库仑相互作用的变化,因此这 一变化应较平缓,由此可得图1与实际情况有较大差 别,而图2和3定性符合这一趋势.可以认为作为小 量而存在的交换关联作用对电子密度分布有较大影 响,进而对体系总能与晶格常数关系产生影响.

表1表明,同样在 LDA 框架下,不同近似处理 对晶格常数的计算精度的影响非常大,同时考虑交 换关联作用使晶格常数不同程度上趋向实验值. GGA 校正使晶格常数的计算精度降低,结合交换关 联能的计算值考虑,可能是因为交换关联作用使电 子在空间上趋向彼此分离,忽略此作用,使晶格常数 计算值偏小;而在固体中电子密度变化较缓[16], GGA 校正可能高估了密度梯度的影响,进而高估了 交换并联作用,导致晶格常数计算值偏大.

还需要指出的是,相对于图1与图2和3的巨 大差别,忽略交换关联作用并没有给晶格常数的计 算带来大的误差,这似乎也表明交换关联作用从能

表1 不同交换关联势对晶格常数的影响 Т

albe 1 The effect of different $V_{xc}$ on lattice parameter				
V <sub>xc</sub>	$E_{xc}$ (Ry)	Lattice parameter(nm)	Error(%)	
No V <sub>xc</sub>	0.0	0. 614	- 3. 00	
KSG	- 641. 8	0. 643	1.58	
KSG + GGA91	- 674. 7	0. 695	9. 79	
KSG + GGA96	-671.8	0. 695	9.79	
PW91	- 660. 9	0.631	- 0. 32	
PW91 + GGA91	- 686. 9	0.648	2.37	
PW91 + CGA96	- 683 1	0 647	2 21	



图 4 无交换关联势时 SnTe 能带结构和态密度 Fig. 4 Energy band and state density of SnTe without  $V_{ac}$ 

量的角度考虑是小量,但其对电子密度分布有很大 的影响.

#### 2.2 交换关联势对能带结构计算的影响

在其它参数不变的情况下,我们考察了上述两种 交换关联势和相应的 GGA91、GGA96 校正共 6 种情 况对计算能带结构的影响,相应的晶格常数取表1所 示的计算值,对 SnTe 的能带结构计算结果见图 4~6, 费米能级位于 0Ry 处. SnTe 带隙实验值约为 0.26 eV,从能带结构中获得的带隙值及误差见表2.

从得到的能带结构看,图4与图5和6差别较 大,最明显的是其带隙消失,价带底端第2条色散曲 线对应的 Sn(5s) 电子态参与成键, 与文献 [17] 不 符.图 5(a)和图 6(a)~(c)所示能带结构的价带部 分除了能量有所差别外,其形状一致性较好,底端第 1条色散曲线对应未成键的 Te(5s) 电子态, 第2条 色散曲线对应 Sn(5s)电子态,与 Te(5p)电子态发 生轻度杂化,图5(b)和(c)中Sn(5s)电子态没有与 其它态杂化,价带其余部分为 Sn(5p)、Te(5p) 成键 电子态.导带部分图5(a)和6(a)~(c)结构相似, 与图 5(b)和(c)差别较大.图 5(a)和(6)所示能带

表 2	GGA	、校正(	Vrc	: PW9	1)对带隙的	影	向
Table	2	Effect	of	GGA	correction	on	energy

(V.:.: PW91)	W91)
--------------	------

V <sub>xc</sub>	$E_g(eV)$	Error(%)
No V <sub>xc</sub>	0.00	有定性上的差异
KSG	0.076	- 70. 77
KSG + GGA91	0. 614	136.1
KSG + GGA96	0. 619	138. 1
PW91	0. 200	- 23, 08
PW91 + GGA91	0. 116	- 55. 38
PW91 + GGA96	0. 101	- 61. 15

bandgap



图 5 取 KSG 和 KSG + GGA 交换关联势时 SnTe 能带结构和态密度(a) KSG V<sub>xc</sub> (b) KSG + GGA91 V<sub>xc</sub> (c) KSG + GGA96 V<sub>xc</sub>

Fig. 5 Energy band and state density of SnTe with  $V_{xc}$  to be KSG and KSG + GGA(a) KSG  $V_{xc}$  (b) KSG + GGA91  $V_{xc}$  (c) KSG + GGA96  $V_{xc}$ 

结构与文献[17]一致.

从带隙值来看,各种交换关联近似带来的误差 都很大,这就是 DFT 结合 LDA 框架下计算电子结构 带隙值偏小问题,一般认为与 LDA 忽略了交换关联 作用的非局域性有关.计算结果表明 KSC + GCA 给 出的带隙值偏大,结合 KSC + GCA 计算所得的晶格 常数、能带结构的较大偏差,表明在本文情况下 GCA 与 KSC 交换势不能很好的匹配工作.

PW91 近似给出了很好的晶格常数和能带结构 及带隙值,但是用 PW91 + GGA 并没有给出比 PW91 更好的理论结果,这与 KSG + GGA 的情况不同,对 此可以认为本文情况下 GGA 近似的作用不大.文献 [18]认为,在半导体及过渡金属体材料性质计算 中,进行 GGA 校正的理由并不明确,而在有限尺度 系统中,GGA 校正使离解能、分子键能等计算精度 提高,这与本文的结果一致.

### 3 结语

我们用 FP-LMTO 对 SnTe 的总能及能带结构进 行计算,利用 PW91 交换关联势得到了很好的晶格 常数及能带结构.对两种交换关联势及 GGA 进行了 讨论,结果表明不同交换关联势对计算结果有较大 影响,LDA 近似下的较精确的交换关联势能够给出 准确的晶格常数及能带结构,但是带隙偏小,而 GGA 校正对能带结构的分布无太大影响,不能克服 带隙偏小的问题.GGA 在多大程度上恢复了交换关 联势的非局域性仍然是人们探索的问题.

**致谢:**作者之一陈效双感谢德国马克斯普朗克研究 所的 S. Y. Savrasov 博士的帮助和讨论.

#### REFERNCES

[1] HUANG Mei-Chun. Recent developments in density functional theory. Progress in physics (黄美纯.密度泛函理论



图 6 取 PW91 和 PW91 + GGA 交換关联势时 SnTe 能带结构和态密度(a) PW91 V<sub>xc</sub> (b) PW91 + GGA91 V<sub>xc</sub> (c) PW91 + GGA96 V<sub>xc</sub>

Fig. 6 Energy band and state density of SnTe with  $V_{xc}$  to be PW91 and PW91 + GGA(a) PW91  $V_{xc}$  (b) PW91 + GGA91  $V_{xc}$  (c) PW91 + GGA96  $V_{xc}$ 

的若干进展.物理学进展),2000,20(3):199

- [2] Krogh Andersen O. Linear methods in band theory. Phys. Rev. B, 1975, 12: 3060
- [3] Stefano Baroni, Stefano de Gironcoli, Andrea Dal Corso, et al. Phonons and related crystal properties from density-functional perturbation theory. Rev. Mod. Phys., 2001, 73: 515
- [4] LlU Ping, XU Wen-Lan, LU Wei. The lattice dynamics of the ferroelectric semiconductors SnTe. J. Infrared Millim. Waves(刘平,徐文兰,陆卫.铁电半导体 SnTe 的晶格动力 学. 红外与毫米波学报),2000, 19:74
- [5] Hohenberg P, Konhn W. Inhomogeneous Electron Gas. Phys. Rev., 1964, 136; B864
- [6] Kohn W, Sham L J. Self-consistent equations including exchange and correlation effects. Phys. Rev., 1965, 140: A1133
- [7] Jones R O, Gunnarsson O. The density functional formalism, its applications and prospects. *Rev. Mod. Phys.*, 1989, 61: 689
- [8] Fouldes W M C, Mitas L, Needs R J, et al. Quantum monte carlo simulations of solids. Rev. Mod. Phys., 2001, 73: 33
- [9] Savrasov S Yu, Savrasov D Yu. Full-potential linear-muffintin-orbital method for calculating total energies and forces. *Phys. Rev. B*, 1992, 46: 12181
- [10] Weyrich K H. Full-potential linear muffin-tin-orbital method. Phys. Rev. B, 1988, 37: 10269
- [11] Savrasov S Y. Linear-response theory and lattice dynamics:

A muffin-tin-orbital approach. Phys. Rev. B, 1996, 54: 16470

- [12] SONG Bin, CAO Pei-Lin. Full-potential linear-muffin-tinorbital molecular-dynamics method and its application. Progess in physics(宋斌,曹培林.全势能线性 Muffin-Tin 轨道 组合分子动力学方法及其在半导体团簇结构计算中的应 用.物理学进展),2000,20(3):276
- [13] Bilz H, Bussmann-Holder A, Jantsch W, et al. Dynamical Properties of IV-VI compounds. Berlin: Springer tracts in modern physics. Springer, 1983, 99: 58
- [14] Lefebvre 1, Szymanski M A, Olivier-Fourcade J, et al. Electronic structure of tin monochalcogenides from SnO to SnTe. Phys. Rev. B, 1998, 58: 1896
- [15] Hellwege K H, Madelund O. Numerical Data and Functional Relationships in Science and Technology. Landolt-Börnstein, New Series, Subvol f. Berlin: Springer, 1983, 17: 128
- [16] Perdew John P, Chevary J A, Vosko S H, et al. Atoms, molecules, solids, and surfaces: Applications of the generalized gradient approximation for exchange and correlation. *Phys. Rev. B*, 1992, 46: 6671
- [17] See ref. [15],388
- [18] Payne M C, Teter M P, Allan D C, et al. Iterative minimization techniques for ab initio total-energy calculations: molecular dynamics and conjugate gradients. Rev. Mod. Phys., 1992, 64: 1045