

# 毫米波 LFM CW 雷达调频非线性剩余频差的估计

陈卫东 徐善驾 王东进 刘发林

(中国科学技术大学电子工程与信息科学系, 安徽, 合肥 230027)

**摘要** 针对 LFM CW 雷达中调频非线性剩余频率误差的估计问题, 提出了一种基于过零检测和周期图的参数估计方法, 详细分析了相位调制正弦信号的过零检测误差. 仿真试验表明, 该方法能够精确地估计调频非线性剩余频差, 具有较高的运算效率, 并给出了一个实际试验结果.

**关键词** LFM CW 雷达, 非线性剩余频差, 过零检测, 周期图.

## ESTIMATION OF NONLINEAR RESIDUAL FREQUENCY ERRORS IN FREQUENCY MODULATION FOR MM-WAVE LFM CW RADAR

CHEN Wei-Dong XU Shan-Jia WANG Dong-Jin LIU Fa-Lin

(Department of Electronic Engineering and Information Science,  
University of Science and Technology of China, Hefei, Anhui, 230027, China)

**Abstract** An estimation method of the nonlinear residual frequency errors for frequency-modulation in LFM CW radar was proposed based on zero-crossing detection and periodogram, and analysis of the zero-crossing detection errors in phase-modulation sinusoid signal was given in details. Simulations demonstrate that this method provides an accurate estimation of nonlinear residual frequency errors with high computation efficiency. An experimental result was also given.

**Key words** LFM CW radar, nonlinear residual frequency errors, zero-crossing detection, periodogram.

### 引言

毫米波线性调频连续波 (LFM CW) 雷达具有低截获、高分辨、结构简单和易于低成本化等诸多优点<sup>[1]</sup>, 在诸如精确制导、智能汽车防撞和工业控制等方面有着广泛的应用前景. 众所周知, 宽带毫米波 LFM CW 雷达凭借高距离分辨能力, 可以有效降低距离单元中的杂乱回波功率, 提高目标的信杂比和识别能力. 但是, 随着作用距离的增加, 发射源的调频非线性逐渐成为恶化距离分辨力的主要因素<sup>[2,3]</sup>, 因此, 提高调频线性度一直是 LFM CW 雷达技术的关键所在.

尽管 LFM CW 雷达大多采用线性化环路来修正发射源的调频非线性, 但是环路的修正能力是有限的, 即使对于性能优越的延迟锁相环路, 修正后仍然存在不容忽视的调频非线性剩余频率误差, 它在较远的作用距离上仍然会影响雷达的距离分辨力. 因此, 准确估计发射源中的调频非线性剩余频差, 对

LFM CW 雷达的系统设计、性能调试和评估是十分重要的. 此外, 估计非线性剩余频差另一重要意义在于, 通过对雷达回波的相位补偿处理<sup>[4]</sup>, 可以进一步改善较远距离下的距离分辨力.

图 1 所示为锯齿波调制的延迟锁相环路构成框图. 在一个扫描周期内, 由图中 A 可以得到去线性斜率的固定中频信号, 即

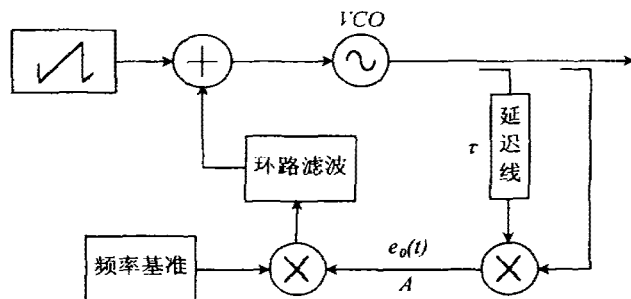


图 1 延迟锁相环路的构成框图

Fig. 1 Block diagram of delay phase-locked loop

$$e_0(t) = A \sin(2\pi f_b t + 2\pi \int_{t-\tau}^t f_e(t') dt' + \varphi_0), \quad \tau \leq t \leq T \quad (1)$$

式(1)中  $f_b = B\tau/T$ ,  $B$  和  $T$  分别为线性调频带宽和扫描周期,  $\tau$  为延迟时间;  $f_e(t)$  为发射源经线性修正后的非线性剩余频差,  $\varphi_0$  为初始相位.

本文基于过零检测(又称零交越检测)方法,提出了从式(1)估计  $f_e(t)$  的方法,采用蒙特卡洛方法对估值性能进行仿真试验,给出了某环路的实际估计结果.

### 1 过零检测方法

#### 1.1 基本原理

对于式(1)的实正弦调相信号,利用其过零时刻(过零点位置)可以获得信号瞬时相位的取样信息,式(1)中的瞬时相位为

$$\varphi(t) = 2\pi f_b t + 2\pi \int_{t-\tau}^t f_e(t') dt' + \varphi_0 \approx 2\pi f_b t + 2\pi \tau f_e(t) + \varphi_0, \quad (2)$$

式(2)中的近似条件是非线性剩余频差的最高频率分量  $F_{\max}$  远小于  $1/\tau$ . 这里仅研究正向过零点(信号电平由负值到正值的过零点)的情况,当  $\varphi(t) = 2\pi k$  ( $k=0, 1, \dots, N-1$ ) 时,  $e_0(t) = 0$ ,  $N$  为正向过零点总数. 则过零时刻为

$$t_k = \frac{k}{f_b} - \frac{\varphi_0}{2\pi f_b} - \frac{\tau f_e(t_k)}{f_b}, \quad k=0, 1, \dots, N-1 \quad (3)$$

过零检测方法就是利用信号过零点前后的采样值,通过线性插值得到过零时刻的估值  $\hat{t}_k$ , 如图 2 所示,即

$$\hat{t}_k = (n+1)T_s - \Delta(k)T_s, \quad k=0, 1, \dots, N-1 \quad (4)$$

其中  $\Delta(k) = \frac{e_0(n+1)}{e_0(n+1) - e_0(n)}$ ,  $T_s$  为采样周期.

由式(3)和式(4)可知,过零时刻  $\hat{t}_k$  中含有

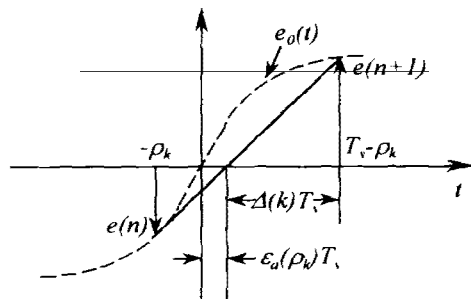


图 2 过零点线性插值算法

Fig. 2 Linear interpolation of the zero-crossing

$f_e(t)$  在过零时刻处的离散取样信息  $f_e(t_k)$ . 若这种离散取样满足奈奎斯特定理的要求,则  $f_e(t_k)$  能够唯一地重构  $f_e(t)$ .

#### 1.2 过零检测的误差

线性插值和信号中的随机噪声是产生过零检测误差的两个主要原因. 对于式(1)的正弦调相信号,存在图 2 所示的线性插值误差,即  $\epsilon_a(\rho_k)T_s$ ,  $\rho_k$  为信号第  $k$  个过零点与前面相邻采样点之间的时间间隔,取值范围为  $[0, T_s]$ . 与信号载频  $f_b$  相比,  $f_e(t)$  是缓变的调制信号,所以在任意  $T_s$  采样间隔内,可以近似认为  $f_e(t)$  的幅值不变,则第  $k$  个过零时刻的归一化线性插值误差为

$$\epsilon_a(\rho_k) = \frac{\sin(2\pi f_b \rho_k)}{2\sin(\pi f_b T_s) \cos[\pi f_b (T_s - 2\rho_k)]} - \frac{\rho_k}{T_s}, \quad (5)$$

其中  $\rho_k = \frac{k}{f_b} - \frac{\varphi_0}{2\pi f_b} - \frac{\tau f_e(t_k)}{f_b} - nT_s, \quad (6)$

虽然式(5)与文献<sup>[5]</sup>的结论在形式上是一致的,但是后者是由未调制的正弦信号推导的结论. 它们的主要区别是这里的  $\rho_k$  包含了非线性剩余频差的影响. 当  $\rho_k$  在  $[0, T_s]$  范围连续取值时,线性插值误差  $\epsilon_a(\rho_k)$  是以  $\rho_k = T_s/2$  为对称点的奇函数,如图 3 所示. 显然,每个过零点的线性插值误差是根据过零时刻  $t_k$  处的不同  $\rho_k$  值,对图 3 函数进行离散取样得到的.

若令  $\alpha = f_b/f_s$ , 当  $\alpha \leq 0.5$  时,由式(5)可得  $\epsilon_a(\rho_k)$  的最大值与  $\alpha$  的关系如下式,且如图 4 所示.

$$\epsilon_{a\max} = \left| \frac{1}{2} \cot(\pi\alpha) \tan[\cos^{-1}[\pi\alpha \cot(\pi\alpha)]]^{1/2} - \frac{1}{2\pi\alpha} \cos^{-1}[\pi\alpha \cot(\pi\alpha)]^{1/2} \right|, \quad (7)$$

由于非线性剩余频差的存在,误差序列

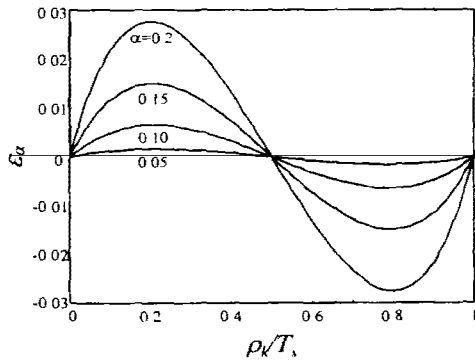
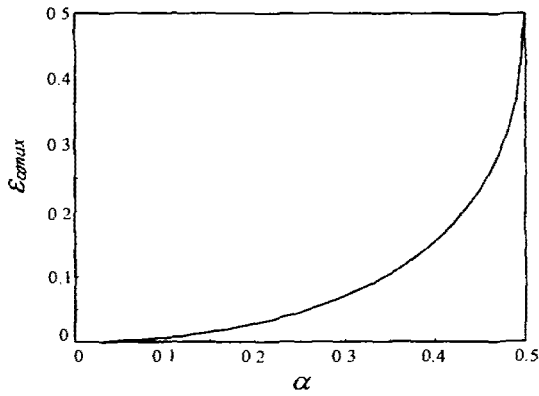


图 3 线性插值误差函数

Fig. 3 Error function for linear interpolation

图 4 最大线性插值误差与  $\alpha$  的关系Fig.4 Maximum error of linear interpolation versus  $\alpha$ 

$\{\epsilon_u(\rho_k), k=1, 2, \dots, N-1\}$  具有非常复杂的离散频谱分量. 当采样率  $f_s$  不是信号频率  $f_b$  的整数倍时, 其频谱分量主要包括信号频率  $f_b$  及其前几次谐波分量(存在混叠), 并且在所有谐波附近都存在非线性剩余频差  $f_e(t)$  及其交调分量决定的离散调制频率. 而当采样率  $f_s$  是信号频率  $f_b$  的整数倍时, 即  $\alpha = 1/m$  ( $m$  为正整数), 上述频率  $f_b$  及其谐波分量都混叠在直流上, 此时只存在  $f_e(t)$  及其交调分量决定的一些离散频率. 虽然线性插值误差的频谱比较复杂, 但由图 4 可知, 在高采样率情况下, 线性插值误差显著降低, 可以忽略线性插值误差对过零检测的影响.

任何实际信号都含有随机噪声, 如图 5 所示, 随机噪声通过改变信号样本的幅值, 在线性插值时引入了过零检测误差  $\epsilon_n(k)T_s$ , 其中第  $k$  个过零时刻的归一化噪声误差可以表示为

$$\epsilon_n(k) = \frac{e_0(n)n_{Bk} - e_0(n+1)n_{Ak}}{[e_0(n+1) - e_0(n)][e_0(n+1) - e_0(n) + n_{Bk} - n_{Ak}]}. \quad (8)$$

设输入噪声为零均值白噪声, 且方差为  $\sigma_n^2$ . 当信号具有较高的信噪比 (SNR) 时, 可以忽略式 (8) 分母

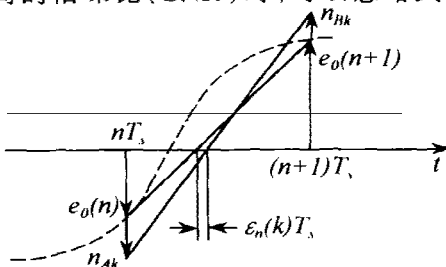


图 5 随机噪声产生的过零检测误差  
Fig.5 Error of the zero-crossing detection due to random noise

中的噪声项, 则可得  $\epsilon_n(k)$  的均值和自相关函数都为零, 所以  $\epsilon_n(k)$  仍然是白噪声, 且方差为

$$\sigma_{\epsilon_n}^2 \approx \frac{1}{16 \text{SNR} \sin^2(\pi\alpha)} E \left[ \left( \frac{1 - \cot(\pi\alpha) \tan(2\pi\gamma_k)}{2\pi\gamma_k} \right)^2 \right], \quad (9)$$

式 (9) 中  $\gamma_k = \alpha/2 - f_b \rho_k$ , 且取值范围为  $[\alpha/2, -\alpha/2]$ .

根据式 (3)、式 (5) 和式 (9), 由过零检测得到的过零时刻估值为

$$\hat{t}_k = \frac{k}{f_b} - \frac{\varphi_0}{2\pi f_b} - \frac{\tau f_e(t_k)}{f_b} + (\epsilon_u(\rho_k) + \epsilon_n(k)) T_s. \quad (10)$$

### 1.3 采样率选取范围

如上所述, 比值  $\alpha$  对过零检测误差的大小和分布有着重要的影响. 对于固定载频信号, 选择高采样率虽然可以改善线性插值的精度, 但是采样率的提高同时会受到输入信号噪声电平限制. 如图 6 所示, 当采样率足够高时, 过零点前后的采样值可能完全落在噪声当中, 在噪声的作用下, 两个采样值都可能发生极性反转, 产生两个虚假的正向过零点, 从而导致过零时刻的剧烈跳变.

为了既能保证插值精度又避免过零时刻的跳变, 应在合理的范围内选择采样率  $f_s$ . 首先, 根据插件计算精度的要求确定一个最大比值  $\alpha_{\max}$ , 使得最低采样率  $f_{s,\min} \geq f_b / \alpha_{\max}$ . 其次, 若仅允许最多一个采样值落入输入噪声的  $\pm 3\sigma_n$  范围内, 如图 6 所示, 则最高采样率应满足  $f_{s,\max} \leq \frac{2\pi f_b A}{6\sigma_n} = \frac{\pi f_b}{3} \pi f_b \cdot \sqrt{2\text{SNR}}$ . 若输入噪声为高斯白噪声, 则两个连续采样值落入上述范围的概率小于 0.3%.

如果输入信号的信噪比较低, 无法在保证插值精度的同时消除过零时刻的跳变, 则选取采样率时应该首先保证插值精度, 然后对过零检测的结果进行异常值的检验和校正<sup>[6]</sup>.

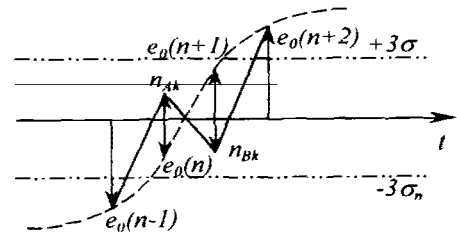


图 6 高采样率下噪声导致的过零位置变化  
Fig.6 Modification of the zero-crossing position due to random noise under high sampling rate

## 2 非线性剩余频差的参数估计

由式(10)可见,过零时刻  $\hat{t}_k$  是由线性趋势项、非线性剩余频差项和误差项构成的具有混合趋势的非平稳时间序列,其参数估计一般采用逐步回归的线性或非线性的最小二乘法<sup>[7]</sup>.这里将采用逐步分离的方法先剔除线性趋势项,然后再估计非线性剩余频差的参数.

### 2.1 趋势项的剔除

令过零时刻  $\hat{t}_k$  中的线性趋势项为

$$y = \beta_1 x + \beta_0, \quad x = k = 0, 1, \dots, N-1 \quad (11)$$

这种趋势项表现为非平稳时间序列  $\{\hat{t}_k\}$  在截距  $\beta_0$ 、斜率  $\beta_1$  的直线附近波动.基于最小二乘的线性回归方法常用于参数  $\beta_0$  和  $\beta_1$  估计,即

$$\begin{cases} \hat{\beta}_1 = \frac{\sum_{k=0}^{N-1} (\hat{t}_k - \mu_1)(x_k - \bar{x})}{\sum_{k=0}^{N-1} (x_k - \bar{x})^2}, \\ \hat{\beta}_0 = \mu_1 - \hat{\beta}_1 \bar{x}. \end{cases} \quad (12)$$

式(12)中  $\mu_1$  是  $\{\hat{t}_k\}$  的均值,  $\bar{x}$  是  $x$  的均值,且等于  $(N-1)/2$ .

从非平稳序列  $\{\hat{t}_k\}$  中估计参数  $\beta_0$  和  $\beta_1$  不是最优线性无偏估计,对剔除趋势项的残差序列  $\Delta \hat{t}_k = \hat{t}_k - \hat{\beta}_1 x_k - \hat{\beta}_0$  来说,仍然存在残留的线性趋势.其中残留的斜率估计偏差会显著影响非线性剩余频差的估计精度.根据延迟锁相环路的原理,对参数  $\beta_1$  的估计实际就是对图1中的频率基准的周期进行估计,因此,可以不用式(12)中的斜率估计方法,而直接使用频率基准的精确测量值来代替斜率的估计值(一般的频率基准的测量精度可以优于  $10^{-6}$ ).

根据残差序列可得非线性剩余频差  $f_e(\hat{t}_k)$  的估计序列为  $\hat{f}_e(x_k) = \Delta \hat{t}_k / \beta_1 \tau$ ,此时的估计序列包括了非线性剩余频差的贡献和可以等效为随机噪声的过零检测误差.在较高采样率情况下,可以忽略过零检测误差中的线性插值误差,那么过零检测误差仅存在白噪声形式的噪声误差.

### 2.2 非线性剩余频差的估计方法

选择参数估计的方法较多<sup>[6]</sup>,例如周期图法、最小二乘拟合残差法,ARMA模型统计法等.根据  $f_e(t)$  可能具有的函数形式(多项式形式、三角函数形式等),选择与之相适应的估计方法,用较少的参数来估计和拟合非线性剩余频差,可显著提高估计

方法的计算效率.

LFMCW线性化环路总是以周期  $T$  重复工作的,所以  $f_e(t)$  的基本周期也为  $T$ ,其傅里叶级数的展开形式为

$$f_e(t) = \sum_{j=1}^L \left( a_j \cos \frac{2\pi j}{T} t + b_j \sin \frac{2\pi j}{T} t \right). \quad (13)$$

式(13)中  $L$  为  $f_e(t)$  可能具有的最大谐波分量数.根据式(13)的函数展开形式判断,非线性剩余频差的估计适合于采用周期图方法.在白噪声情况下,由上述估计序列  $\hat{f}_e(\hat{t}_k)$ ,利用周期图法可以得到参数  $a_j$  和  $b_j$  最优无偏估计,且为

$$\begin{cases} \hat{a}_j = \frac{2}{N} \sum_{k=1}^N \hat{f}_e(\hat{t}_k) \cos \frac{2\pi k j}{N}, \\ \hat{b}_j = \frac{2}{N} \sum_{k=1}^N \hat{f}_e(\hat{t}_k) \sin \frac{2\pi k j}{N}. \end{cases} \quad j = 1, 2, \dots, M \quad (14)$$

其中  $M = \lfloor N/2 \rfloor$ ,  $\lfloor \cdot \rfloor$  为取整运算,  $M$  为周期图法可能分析到的最大周期数.

当  $N$  较大时,从式(14)直接计算参数  $a_j$  和  $b_j$  的运算效率是比较低的,可采用递推的方法<sup>[8]</sup>来提高运算效率.当过零点数  $N$  等于  $2^m$  ( $m$  为正整数)时,可以利用快速傅里叶变换(FFT)更快速地计算式(14).而当过零点数  $N$  比较接近且小于  $2^m$  时,仍然可以通过补零方式延长过零点至  $2^m$  (在估计误差允许范围内),然后使用FFT进行处理.

这里需要补充说明一点,估计序列  $\hat{f}_e(\hat{t}_k)$  是不等间隔过零时刻  $t_k$  上的非线性剩余频差的离散样本,这不符合周期图法隐含的等间隔样本的要求.但是由式(3)可知,非线性剩余频差  $f_e(t)$  对过零时刻的贡献只是一个小量的扰动,并且  $f_e(t)$  与载波相比也只是一个缓变量,所以仍然可以很好地将上述不等间隔样本近似为  $f_e(t)$  的等间隔样本.

周期图法可能分析到的周期有  $T_j = \lfloor N/1, N/2, \dots, N/M \rfloor$ ,为了从  $T_j$  中选取  $f_e(t)$  的真正周期,需进行周期图的峰值检验和统计舍选.根据估计序列  $\hat{f}_e(\hat{t}_k)$  构造的周期图统计量为  $S_j^2 = \frac{1}{2} (a_j^2 + b_j^2)$ ,  $j = 1, 2, \dots, M$ ,且取  $S^2 = \sum_{j=1}^M S_j^2$ .在白噪声条件下,Fisher<sup>[8]</sup>提出了一种周期图峰值检验的方法,其统计量为  $y_k = S_{jk}^2$  为  $\{S_1^2, S_2^2, \dots, S_M^2\}$  中的第  $k$  个最大值,  $y_k$  服从下式 Fisher 分布

$$F\{y > y_k\} = C_M^{-1} \sum_{i=0}^{\infty} (-1)^i C_{M-k+1}^{i+1} \frac{i+1}{i+k} [1 - (k+i)y_k]^{M-1}, \quad (15)$$

其中  $r$  是使  $1 - (k+r)y_k > 0$  成立的最大正整数. 对于给定的显著水平  $\alpha$ , 若  $F\{|y| > y_k\} < \alpha$ , 则以显著水平  $\alpha$  接受  $T_k = N/j_k$  为  $f_e(t)$  的一个周期. 其中显著水平  $\alpha$  一般选为 0.01 或 0.05.

若选得  $l$  个显著周期  $T_{j1}, T_{j2}, \dots, T_{jl}$ , 则非线性剩余频差  $f_e(t)$  的估值为

$$\hat{f}_e(t) = \sum_{k=1}^l \left( \hat{a}_{jk} \cos \frac{2\pi}{T_{jk}} t + \hat{b}_{kj} \sin \frac{2\pi}{T_{jk}} t \right). \quad (16)$$

### 3 仿真试验和实测结果

为了评价式(16)的估计精度, 定义估计的相对误差为

$$\delta f = \frac{\frac{1}{T} \int_0^T |f_e(t) - \hat{f}_e(t)| dt}{\max[|f_e(t)|]}, \quad (17)$$

假设非线性剩余频差  $f_e(t)$  为单音调制形式, 即  $f_e(t) = F \sin(2\pi f_m t + \theta)$ , 其中选取  $F = 20$  kHz,  $f_m = 5/T$  和  $\theta = \pi/4$ . 图 7 是不同输入信号 SNR 的条件下, 对相对误差  $\delta f$  进行的蒙特卡洛试验结果, 且选取了 3 种不同的采样率, 即  $\alpha = 0.2, 0.1, 0.04$ . 由图 7 可见, 对应于每一种采样率, 当 SNR 低于某一阈值(依次为 11 dB、16 dB 和 25 dB)时, 估计误差迅速增加, 主要原因是在这些 SNR 阈值处, 上述选择的采样率都达到了最高采样率, 此时由于输入噪声的影响, 过零检测出现了过零时刻的异常跳变(未做异常值检测和校正), 从而导致估值的严重失真.

由图 7 可知, 在较低采样率(如  $\alpha = 0.2$ )情况下, 较宽的 SNR 范围内都可以得到较好的估计误差. 其中, 当  $\text{SNR} > 15$  dB 时, 估计误差优于 0.05, 所以线性插值误差对估计结果的影响不明显. 而在较高采样率(如  $\alpha = 0.04$ )情况下, 可以得到优于 0.03 估计精度 ( $\text{SNR} > 25$  dB).

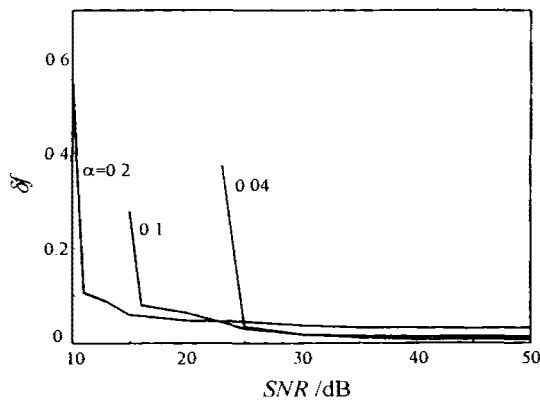


图 7 估计误差与输入信号 SNR 的关系

Fig. 7 Estimation errors versus input SNR

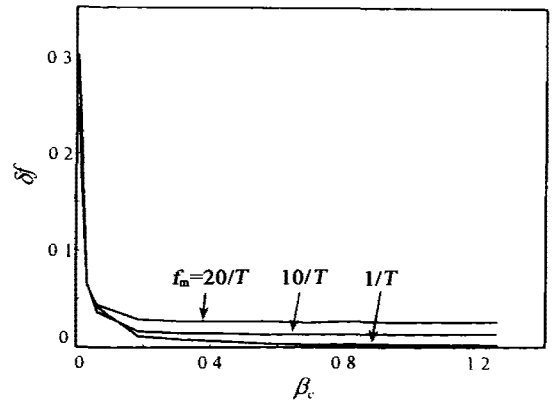


图 8 估计误差与调制指数的关系

Fig. 8 Estimation errors versus phase-modulation index

对于单音形式的  $f_e(t)$ , 由式(2)可得其调相指数为  $\beta_e = 2\pi\tau F$ . 图 8 给出了  $\text{SNR} = 30$  dB、 $\alpha = 0.04$  和  $\tau = 1 \mu\text{s}$  条件下, 估计相对误差随调相指数变化的蒙特卡洛试验曲线, 同时比较了 3 种调制频率情况. 如图 8 所示, 在 3 种调制频率下存在相同的阈值调制指数 ( $\beta_e \approx 0.03$ ), 此阈值之下估计误差显著增加. 阈值的形成原因是估计序列  $\hat{f}_e(t_k)$  中的过零检测误差的大小主要由输入信号载波和采样率来决定, 并不随  $f_e(t)$  的减小而减小. 所以当调相指数减小(即  $f_e(t)$  减小)时, 估计序列  $\hat{f}_e(t_k)$  中的信噪比 ( $f_e(t_k)$  与过零检测误差的比值)也是下降的. 由于周期图方法存在信噪比门限效应, 当信噪比下降到某一阈值之下时, 周期图的参数估计方差将急剧恶化, 因而导致估计误差的增大. 随着调制指数的增大 ( $\beta_e > 0.03$ ), 信噪比的提高, 估计误差逐渐减小并趋于稳定. 另外, 由图 8 可见, 随着调制频率的显著升高仍然能够保持较好的估计精度.

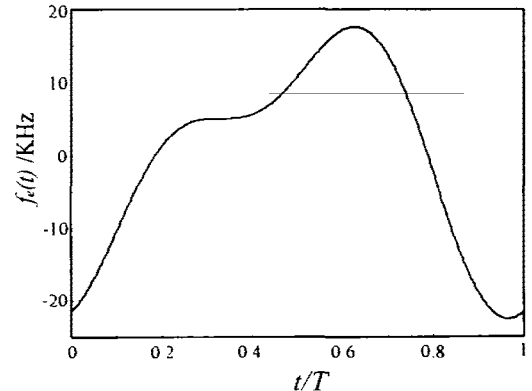


图 9 非线性剩余频差的实测结果

Fig. 9 An experiment result of nonlinear residual frequency errors

根据本文的估计方法,对某LFMCW雷达的延迟锁相环路进行了实际测量试验.主要测量参数为输入信号 $\text{SNR} > 30 \text{ dB}$ ,  $\alpha = 0.04$ 和 $\tau = 1 \mu\text{s}$ .图9所示为环路非线性剩余频差的估计结果,其中由统计舍选得到的显著周期为 $1/T$ 和 $2/T$ .根据前述仿真结果可以预测,对这些显著周期的估计精度优于0.02.另外,图9的估计结果与实际环路的动态误差信号的观测结果符合得很好.此处需要说明的是,该估计方法中的概率统计舍选会舍弃与噪声大小相同的某些真实频率分量,但是,由于这些分量比较微弱,所以不会明显影响真实非线性剩余频差的估计精度.

根据环路的调频带宽(512 MHz)和图9中的非线性剩余频差最大值(约为22.5 kHz),可以估算调频线性度为0.0044%,与国外报道的结果相比<sup>[3]</sup>,此延迟锁相环路在更宽的调频带宽上具有更为优越的线性补偿能力.

本文估计方法中采用了计算简便的过零检测方法和基于FFT的周期图方法,仿真试验和实际测量过程都表现了较高的计算效率,经过适当改造可以用于非线性剩余频差的实时估计.

## REFERENCES

- [1] Stove A G. Linear FMCW radar techniques. *IEEE Proceed-ings-F, Radar and Signal Processing*, 1992, **139**(5): 343—350
- [2] Piper S O. Homodyne FMCW radar range resolution effects with sinusoidal nonlinearities in the frequency sweep. *Proc. IEEE International Radar Conference*, 1995, 563—567
- [3] Piper S O. FMCW linearizer bandwidth requirements. *Proc. IEEE National Radar Conference*, 1991, 142—146
- [4] HU Xiang, WANG Dong-Jin. New consideration for increasing the frequency modulation linearity in FMCW radar. *Journal of University of Science and Technology of China* (胡翔,王东进.一种提高LFMCW雷达调频线性度的新思路.中国科学技术大学学报), 2001, **31**(1): 61—67
- [5] Vladimir Friedman. A zero crossing algorithm for the estimation of the frequency of a single sinusoid in white noise. *IEEE trans. on Signal Processing*, 1994, **42**(6): 1565—1569
- [6] LIU Li-Sheng. *Post-flight Data Processing of Trajectory Measurement*. Beijing: National Defence Publishing House (刘利生.外测数据事后处理.北京:国防工业出版社), 2000: 77—120
- [7] WANG Hong-Yu. *Nonstationary Random Signal Analysis and Processing*. Beijing: National Defence Publishing House (王宏禹.非平稳随机信号分析与处理.北京:国防工业出版社), 1999: 287—313
- [8] FENG Kang. *Numerical Computation Method*. Beijing: National Defence Publishing House (冯康.数值计算方法.北京:国防工业出版社), 1978: 210—204

[1] Stove A G. Linear FMCW radar techniques. *IEEE Proceed-*