

轴对称二维非均匀介质结构的 非线性反演方法*

杨 峰 聂在平

(电子科技大学微波工程系, 四川, 成都, 610054)

摘要 按每次变形 Born 迭代 (DB M) 过程中, 用入射场替代总场使非线性积分方程线性化, 但线性化对非线性度很高的强散射体时将会带来很大的误差 为了克服 DB M 的不足, 本文基于目标区内、外电场积分方程导出反演积分方程, 在每次迭代过程中, 利用迭代法和双共轭梯度法求解非线性反演问题, 利用数值模式匹配方法 (NMM) 求解正演问题 考虑到 NMM 解的 z 向解析性, 推导出 z 向积分的解析表达式, 大大减少了计算量 数值结果表明, 本文方法与 DB M 相比不仅具有更快的收敛速度, 而且能反演更高的对比度

关键词 电磁逆散射, 迭代方法, 计算效率, 高对比度, 数值模式匹配法

NONLINEAR INVERSION FOR TWO-DIMENSIONAL AXIS-SYMMETRIC INHOMOGENEOUS MEDIA*

YANG Feng NIE Zai-Ping

(Department of Microwave Engineering, University of Electronic Science
and Technology of China, Chengdu, Sichuan 610054, China)

Abstract In each iteration of the distorted Born iterative method (DB M), the total field is approximated as the incident field in order to linearize the nonlinear integral equation. But linearization will cause a big error in higher nonlinear degree such as strong scattering case. To overcome the shortages of the DB M, the inversion equation was derived based on the internal and external electric field integral equations in this paper. The iterative method and bi-conjugate gradient method were applied to solve the nonlinear inversion problem, and the numerical mode-matching (NMM) method was used to solve the forward problem in each iterative step. Considering that the solution of the NMM has analytical form in z direction, the corresponding analytical representation of its integral in the same direction was derived, which also reduces the calculation. Numerical simulations show that this method is of faster convergence and higher inverse contrasts than the DB M.

Key words electromagnetic inverse scattering, iterative method, efficiency of calculation, high contrast, NMM.

引言

电磁逆散射的研究是当今电磁学研究的热点之一, 但这些研究^[1~4]主要是在均匀背景介质 (如空气) 和简化的激励条件下 (平面波照射) 等笛卡尔坐标系进行剖面重建 而对于应用于光纤和地球物理探测等与国民经济紧密相关的二维轴对称非均匀介质的重建的研究报导较少 W. C. Chew 和 Q. H. Liu^[5]将收敛速度快的变形 Born 迭代方法 (DB M) 用于单线圈系和二维轴对称均匀背景介质的重构,

文献[6~7]又将 DB M 应用到复杂激励和非均匀背景介质的重建 DB M 在每次迭代过程中都要基于 Born 近似使非线性积分方程线性化, 即用入射场来替代总场 但 Born 近似是有条件的, 即在低对比度、小区域等弱散射情形下才成立, 对于高对比度和大区域等非线性程度很高的情形下, 线性化会造成很大的误差, 使解的收敛速度降低, 甚至不收敛

鉴于 DB M 的不足, 本文从场点在待反演目标区内的电场积分方程出发, 并结合场点在目标区外的电场积分方程, 建立反演积分方程, 并利用迭代方

* 国家自然科学基金 (编号: 49874032) 资助项目
稿件收到日期 1999-12-01, 修改稿收到日期 2000-04-06

* The project supported by the National Natural Science Foundation of China (No. 49874032).
Received 1999-12-01, revised 2000-04-06

法和双共轭梯度法^[10] (BCG) 来重建二维非均匀介质结构 在每次迭代中为了避免使用入射场来替代总场, 而是利用目标区内的电场积分方程直接计算总场, 即考虑了目标区内的多次散射效应, 所以能反演比 DB M 更高的对比度 在轴对称二维非均匀介质反演中, 由于仅能沿 z 轴方向采集测量数据, 这将导致数据的不完备性, 又进一步加深问题的病态特性 本文将用 Tikhonov 正则化方法^[9] 来消除解的不稳定性 用高效的数值模式匹配方法 (NMM) 进行正演计算^[11], 由于 NMM 将二维数值计算简化为一维数值计算和另一维的解析递推, 大大提高了计算效率 同时利用 NMM 解的 z 向解析性很容易推导出子区域所产生的场, 避免了二重数值积分

1 反演方程的建立和迭代方法

在二维轴对称非均匀介质中, 位于轴线上细环天线仅产生 E_{φ} 分量的场满足以下积分方程^[5]

$$E_{\varphi}(\rho, z, \rho_t, z_t) = E_{\varphi}^{inc}(\rho, z, \rho_t, z_t) + \int_{z_1}^{z_2} dz \int_{\rho_1}^{\rho_2} d\rho g_b^{out}(\rho, z, \rho, z) \cdot O(\rho, z) E_{\varphi}(\rho, z, \rho_t, z_t), \quad \rho, z \in S \quad (1)$$

式(1)中 z_1, z_2, ρ_1 和 ρ_2 为目标区域 S 的 z 向和 ρ 向的边界 ρ_z 和 $\rho_{\lambda z_t}$ 分别是收发天线的坐标 式(1)中右端第 1 项是源在背景介质中产生的场, 第 2 项是由于非均匀散射体的存在而产生的散射场, 而 $g_b^{out}(\rho, z, \rho, z)$ 是场点在目标区外的格林函数, S 是待反演目标且垂直 φ 向的截面积 目标函数为

$$O(\rho, z) = k^2(\rho, z) - k_b^2(\rho, z), \quad (2)$$

式(2)中 k_b 是背景介质的波数, 而 $k^2 = \omega^2 \mu \epsilon$ 是目标区域的波数 考虑到入射场和散射场分别为

$$E_{\varphi}^{inc}(\rho, z, \rho_t, z_t) = i\omega\mu_0 I g_b^{out}(\rho, z, \rho_t, z_t), \quad (3)$$

$$E_{\varphi}^{scat}(\rho, z, \rho_t, z_t) = E_{\varphi}(\rho, z, \rho_t, z_t) - E_{\varphi}^{inc}(\rho, z, \rho_t, z_t); \quad (4)$$

则式(1)可改写为

$$E_{\varphi}^{scat}(\rho, z, \rho_t, z_t) = \int_{z_1}^{z_2} dz \int_{\rho_1}^{\rho_2} d\rho g_b^{out}(\rho, z, \rho, z) \cdot O(\rho, z) E_{\varphi}(\rho, z, \rho_t, z_t), \quad \rho, z \in S, \quad (5)$$

而场点在目标区内的电场积分方程则为

$$E_{\varphi}(\rho, z, \rho_t, z_t) = E_{\varphi}^{inc}(\rho, z, \rho_t, z_t) + \int_{z_1}^{z_2} dz \int_{\rho_1}^{\rho_2} d\rho g_b^{in}(\rho, z, \rho, z) \cdot$$

$$O(\rho, z) E_{\varphi}(\rho, z, \rho_t, z_t), \quad \rho, z \in S, \quad (6)$$

式(6)中 $g_b^{in}(\rho, z, \rho, z)$ 是场点在目标区内的格林函数 将待求目标区分为 N 个子区域 (cell), 并将式(6)化为矩阵形式, 并导出总场与入射场之间的关系为

$$E = (\bar{I} - \bar{G}^{in} \cdot \bar{O})^{-1} E^{inc}, \quad (7)$$

式(7)中 E 和 E^{inc} 均为 N 阶矢量, \bar{I} 为 $N \times N$ 的单位阵, \bar{O} 为 $N \times N$ 的对角阵, \bar{G}^{in} 也为 $N \times N$ 的矩阵, 其矩阵元素为

$$G_{mn}^{in} = \int_{celln} dz d\rho g_b^{in}(\rho, z, \rho, z), \quad \rho, z \in S \quad (8)$$

$(\bar{I} - \bar{G}^{in} \cdot \bar{O})^{-1}$ 是待求目标区内各子散射体之间多次散射的综合体现 利用 $(\bar{I} - \bar{G}^{in} \cdot \bar{O})^{-1}$ 的级数展开^[8], 式(7)可写成

$$E = (\bar{I} + \bar{G}^{in} \cdot \bar{O} + \bar{G}^{in} \cdot \bar{O} \cdot \bar{G}^{in} \cdot \bar{O} + \dots) E^{inc}, \quad (9)$$

基于 Born 近似的 DB M, 在每次迭代过程中只保留圆括号中的第 1 项, 此时就忽略了子散射体的多次散射效应, 也就忽略了非线性部分, 使非线性积分方程线性化 在弱散射条件下这种近似是成立的, 但在高对比度或大区域等强散射时 Born 近似将会带来很大的误差

将式(7)代入式(5), 写成矩阵形式为

$$E^{scat} = \bar{G}^{out} \cdot \bar{O} \cdot (\bar{I} - \bar{G}^{in} \cdot \bar{O})^{-1} E^{inc}, \quad (10)$$

式(10)中 E^{scat} 是 M 阶数据矢量 (M 是测试数据), \bar{G}^{out} 是 $M \times N$ 的矩阵 矩阵元素为

$$G_{mn}^{out} = \int_{celln} dz d\rho g_b^{out}(\rho, z, \rho, z), \quad \rho, z \in S \quad (11)$$

在已知目标区外的散射场时, 式(10)则是反演方程, 但它仍是非线性方程 为了简化方程, 我们令圆括号内的 \bar{O} 为上次迭代结果, 作为已知的背景介质, 此时式(10)的非线性方程被线性化 将式(10)改写为

$$e = \bar{M} \cdot \bar{O} \quad (12)$$

式(12)中

$$e = [E_1^{scat}, E_2^{scat}, \dots, E_m^{scat}]^t, \quad (13)$$

$$\bar{M} = \bar{G}^{out} \cdot (\bar{I} - \bar{G}^{in} \cdot \bar{O}) E^{inc}; \quad (14)$$

式(12)是不适定方程, 由于我们仅能在 z 轴上获取离散的测量数据, 这进一步加重了问题的病态程度 为了消除病态, 我们利用 Tikhonov 正则化方法^[9] 将不适定的问题转化成良态问题 首先应构成一个代



价函数

$$C(O) = e^{-\bar{M} \cdot O^2} + \gamma \bar{R} \cdot O^2, \quad (15)$$

式(15)中 γ 为正则化参数, 用于权衡第 1 项和第 2 项的相对重要性, \bar{R} 为正则化矩阵(文中为单位矩阵). 式(12)的稳定解应使式(15)的范数最小, 即变分 $\delta C(O) = 0$ 因此式(16)的最小解变成求解下列矩阵方程

$$(\bar{M}^+ \cdot \bar{M} + \gamma \bar{R}^+ \cdot \bar{R} \cdot O) = \bar{M}^+ \cdot e \quad (16)$$

利用 BCG^[10] 求解式(16) 便可得到待反演目标区的电参数 再将该电参数作为新的背景介质, 利用 NMM^[11] 求解目标区内外的格林函数、入射场及散射场, 代入式(16) 求出新的电参数分布 再将这些电参数作为新的背景介质, 重复上面的步骤, 直到迭代结果满足所给定的误差时终止迭代, 此时的结果便是待反演目标区的重建结果

我们定义场的相对剩余误差和相对均方误差, 衡量场的收敛性及非均匀介质的反演质量 第 k 次迭代的相对剩余误差定义为

$$RRE = \frac{\sum_{i=1}^M |E^{scat}(r_i) - E_k^{scat}(r_i)|}{\sum_{i=1}^M |E^{scat}(r_i)|}, \quad (17)$$

式(17)中 $E^{scat}(r_i)$ 为第 i 测量点的散射场值, $E_k^{scat}(r_i)$ 为第 k 次迭代后第 i 测量点的散射场值 而相对均方误差为

$$MSE = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (p_i^{(k)} - p_i)^2}{\sum_{i=1}^N (p_i)^2}} \quad (18)$$

式(18)中 p_i 在低频和低频反演时分别表示真实电导率值和介电常数值, $p_i^{(k)}$ 是 k 次迭代后的电导率值或是介电常数值

2 高效的正演分析方法

反演迭代过程中需要反复调用正演结果, 本文的正演计算采用高效的NMM. 在二维轴对称非均匀介质中, 位于轴线上的细环天线所产生的场由文献[11]可知 其中源区(p)的场为

$$\rho E_{p\varphi} = \begin{cases} -\frac{\omega}{2} f_p^t(\rho) [e^{\bar{i}k_{pz}(z-d_p-1)} + e^{\bar{i}k_{pz}(d_p-z)}] \\ \quad \bar{G}_{p,p+1} e^{\bar{i}k_{pz}(d_p-d_p-1)} \\ A_p (\bar{k}_{pz} \bar{D}_p)^{-1} f_p(\rho), \quad z > z \\ -\frac{\omega}{2} f_p^t(\rho) [e^{\bar{i}k_{pz}(d_p-z)} + e^{\bar{i}k_{pz}(z-d_p-1)}] \\ \quad \bar{G}_{p,p-1} e^{\bar{i}k_{pz}(d_p-d_p-1)} \\ B_p (\bar{k}_{pz} \bar{k}_{pz} \bar{D}_p)^{-1} f_p(\rho), \quad z > z \end{cases} \quad (19)$$

式(19)中

$$A_p = e^{\bar{i}k_{pz}(d_p-z)} + e^{\bar{i}k_{pz}(d_p-d_p-1)} \bar{M}_p^+ \bar{G}_{p,p-1} [e^{\bar{i}k_{pz}(z-d_p-1)} + e^{\bar{i}k_{pz}(d_p-d_p-1)} \bar{G}_{p,p+1} e^{\bar{i}k_{pz}(d_p-z)}], \quad (20)$$

$$B_p = e^{\bar{i}k_{pz}(z-d_p-1)} + e^{\bar{i}k_{pz}(d_p-d_p-1)} \bar{M}_p^- \bar{G}_{p,p+1} [e^{\bar{i}k_{pz}(d_p-z)} + e^{\bar{i}k_{pz}(d_p-d_p-1)} \bar{G}_{p,p-1} e^{\bar{i}k_{pz}(z-d_p-1)}], \quad (21)$$

在源上方区域的场($n > p$)中

$$\rho E_{n\varphi} = -\frac{\omega}{2} f_n^t(\rho) [e^{\bar{i}k_{nz}(z-d_n-1)} + e^{\bar{i}k_{nz}(z-d_n)} \bar{G}_{n,n+1} e^{\bar{i}k_{nz}(d_n-d_n-1)}] A_n \frac{f_p(\rho)}{k_{pz} D_p}, \quad (22)$$

在源下方区域的场($m < p$)中

$$\rho E_{m\varphi} = -\frac{\omega}{2} f_m^t(\rho) [e^{\bar{i}k_{mz}(z-d_m-z)} + e^{\bar{i}k_{mz}(z-d_m-1)} \bar{G}_{m,n-1} e^{\bar{i}k_{mz}(d_n-d_m-1)}] B_m \frac{f_p(\rho)}{k_{pz} D_p}, \quad (23)$$

式中 A 和 B 为场幅, 由下面递推公式得到

$$A_n = e^{\bar{i}k_{nz}(d_n-d_n-1)} \bar{M}_n^+ \bar{T}_{n-1,n} A_{n-1}, \quad (24)$$

$$B_n = e^{\bar{i}k_{nz}(d_n-d_n-1)} \bar{M}_n^- \bar{T}_{n+1,n} B_{n+1}, \quad (25)$$

式中 \bar{G} 为广义反射系数矩阵, 它计入界面的多次反射效应 因此我们解决了二维轴对称非均匀介质结构的正演计算

求解散射体内(待反演目标区)子区域的格林函数时, 已不能将子区域当作 δ 环天线处理, 而应将其视为 δ 环天线的叠加形式 而 $g^{im}(\rho, z, \rho z)$ 表示目标区某子区域在其它子区域所产生的格林函数 为了提高计算效率, 利用NMM 解的 z 向解析结果, 径向用线性插值来拟合数值本征模, 从而避免了繁琐的二重数值积分

求解子区域源(见图 1 中的阴影区)所产生的格林函数 根据子区域的源与场所处的位置, 主要有场区分别在源的上方、下方和同层 现讨论场区在源区的上方场 场的表达式可见式(22), 式(22)中与 z 有关项仅体现在 A_n 当中的 A_p 表达式中, 故对 A_p 进行 z 向积分便可, A_p 由式(22)可知 设

$$A_p = \int_{d_{p-1}}^{d_p} A_p dz = \frac{j}{k_{pz}} [\bar{I} + e^{\bar{i}k_{pz}(d_p-d_p-1)} \cdot \bar{M}_p^+ \cdot \bar{G}_{p,p-1} \cdot (\bar{I} + e^{\bar{i}k_{pz}(d_p-d_p-1)} \cdot \bar{G}_{p,p+1})] \cdot (1 - e^{\bar{i}k_{pz}(d_p-d_p-1)}), \quad (26)$$

由式(24)递推公式可得到各层的 A_n , 即

$$A_n = e^{\bar{i}k_{nz}(d_n-d_p-1)} \bar{M}_n^+ \bar{T}_{n-1,n} A_{n-1}, \quad (27)$$

场的表达式为

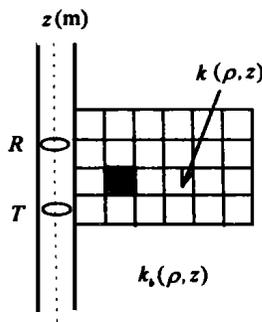


图 1 反演的物理模型

Fig 1 A physical model of the inversion

$$\rho E_{n\varphi} = - \frac{\omega \mu}{2} f_n^t(\rho) [e^{\bar{k}_{nz}(z-d_{n-1})} + e^{\bar{k}_{nz}(z-d_n)} \bar{G}_{n,n+1} e^{\bar{k}_{nz}(d_n-d_{n-1})}] A_n \cdot \frac{f_\rho(\rho)}{k_{\rho z} D_\rho} \quad (29)$$

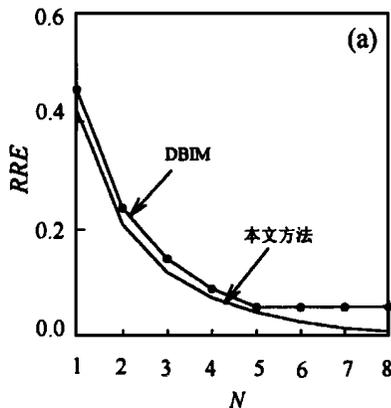
至此,我们就解决了目标区内子区域源所产生的场为了求解式(8)的积分,同样要对子区域源所产生的场进行二重积分.仍假设场在源的上方,根据式(29),式(8)可写为

$$\int_{\rho_{n-1}}^{\rho_n} d\rho \int_{z_{n-1}}^{z_n} dz E\varphi(\rho, z, \rho, z) = - \frac{\omega \mu}{2} \cdot P_\rho \cdot (M_{\bar{1}} + M_{\bar{2}}) \cdot A_n \cdot D_\rho \quad (30)$$

为讨论方便,用 ρ, z 来代替 ρ, z . 其中

$$P_\rho = \frac{1}{2} a(\rho_n^2 - \rho_{n-1}^2) + b(\rho_n - \rho_{n-1}), \quad (31)$$

$$M_{\bar{1}} = \int_{z_{n-1}}^{z_n} dz e^{\bar{k}_{nz}(z-d_{n-1})} = - \frac{i}{k_{nz}} [e^{\bar{k}_{nz}(d_n-d_{n-1})} - 1.0], \quad (32)$$



$$M_{\bar{2}} = \int_{z_{n-1}}^{z_n} dz e^{\bar{k}_{nz}(d_n-z) + \bar{k}_{nz}(d_n-d_{n-1})} \bar{G}_{n,n+1} = \frac{i}{k_{nz}} [e^{\bar{k}_{nz}(d_n-d_{n-1})} - e^{2\bar{k}_{nz}(d_n-d_{n-1})}] \cdot \bar{G}_{n,n+1}, \quad (33)$$

$$D_\rho = \frac{1}{k_{\rho z} D_{\rho z}} [\frac{1}{2} a(\rho_n^2 - \rho_{n-1}^2) + b(\rho_n - \rho_{n-1})]; \quad (34)$$

其它二种情形可类似得到 场点在目标区外的格林函数的二重积分式(11)的处理方法同上

3 数值结果

首先考察本方法和DBIM 与高对比度问题的反演 测量天线由发射天线和四个分别位于 $z_r = z_i - 0.25$ 和 $z_i + 0.50, z_i - 0.75, z_i + 1.0m$ 接收天线组成,天线的直径为 $0.1m$. 设背景介质为 $0.1S/m$, 而介质柱的电导率为 $500S/m$, 其对比度高达 5000 , 频率选为 $20kHz$ 正则化参数取 $M^+ \cdot M$ 矩阵第一个元素的 0.01 倍 图 2(a) 和 (b) 分别给出了散射场的相对剩余误差及相对均方误差与迭代次数的关系曲线 由图 2(a) 场的相对剩余误差曲线可看出DBIM 在第 5 次迭代后, 相对剩余误差基本上不变, 而从图 2(b) 的相对均方误差看出其反演质量变差 而本文方法却随迭代次数的增加一直是收敛的而且收敛速度快于DBIM, 经 8 次迭代后 $MSE < 5\%$, 这表明本方法能反演比DBIM 更高的对比度

用下列考察本方法反演复杂介质结构电参数剖面的能力 背景介质均取为非均匀介质结构, 即细环天线所处的柱面内外的电导率分别为 $0.1S/m, 0.01S/m$.

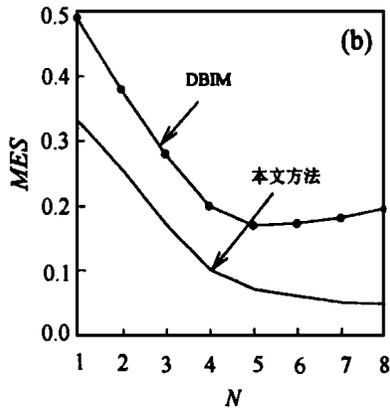


图 2 高对比度介质柱的反演
(a) 场的相对剩余误差与迭代次数的关系,
(b) 相对均方误差与迭代次数的关系线

Fig 2 Inversion of the high-contrast conductivity cylinder (a) RRE of the scattering field versus the number of iteration steps, (b) MES of the conductivity versus the number of iteration steps

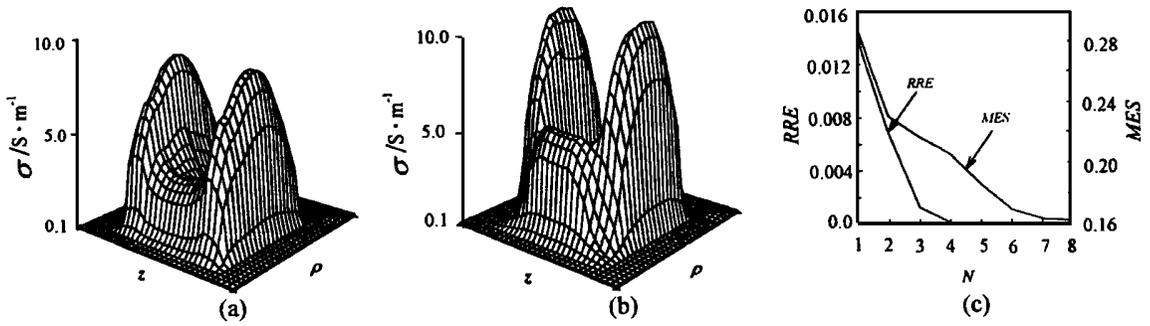


图3 具有台阶电导率剖面分布的成像结果

(a) 第1次迭代结果 (b) 第8次迭代结果 (c) 场的相对剩余误差曲线和相对均方误差曲线

Fig 3 Inversion of a step conductivity profile

(a) the result of this method after the first iteration, (b) the result after eight iterations, (c) RRE, MES versus the number of iteration steps

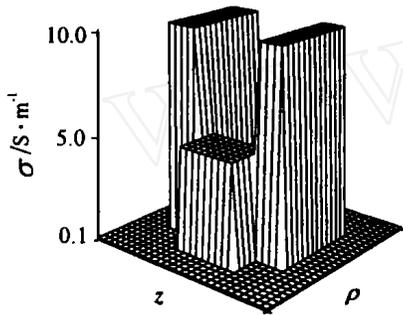


图4 具有台阶的真实电导率分布

Fig 4 A step conductivity profile

图3(a)和图3(b)分别是第1次与第8次迭代结果,第1次迭代结果还看不出低电导率台阶,而第8次迭代结果则能很好反映出这个低电导率的台阶分布.通过上面反演实例说明本文方法不但能反演比较高的对比度,同时也能反演复杂的电导率剖面分布.

图4是有台阶分布的真实电导率剖面分布,其最大值为10S/m.非均匀散射体剖面在径向和z向的位置分别为0.2794m, rho=0.75m和-0.4m, z

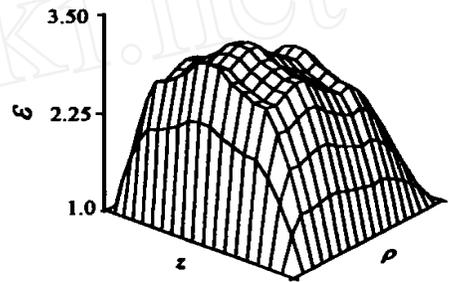


图5 真实介电常数剖面分布

Fig 5 An actual permittivity profile

0.4m.从-0.762m以0.254m的步长移到0.762m,故有7个测试点,28个测量数据.在迭代初期离真解较远,正则化参数应选大些使解稳定,随着迭代的进行,正则化参数应逐步减小以提高成像质量.本例的正则化参数选为 $\gamma = 0.05 \times (M^+ \cdot M)^{-1.1} \times RRE$.

另一个例子是无耗介质的介电常数剖面的重建.文献[4]是利用DBM方法,且在待反演目标四周有较完备的采集测量数据下,对目标的介电常数

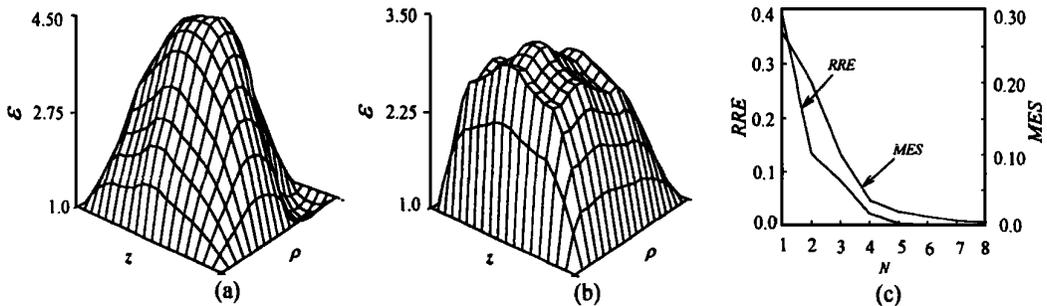


图6 无耗介质介电常数剖面的成像结果

(a) 第1次迭代结果 (b) 第8次迭代结果 (c) 场的相对剩余误差曲线和相对均方差曲线

Fig 6 Inversion of the permittivity profile

(a) the result of this method after the first iteration (b) the result after eight iterations (c) RRE, MES versus the number of iteration steps

进行反演,其反演的介电常数对比度为1.8.为了便于和文献[4]进行比较,此处所采用的频率是100MHz,测量天线仍是一个发射天线和四个接收天线,待反演目标区为 $(-0.368\text{m} \leq z \leq 0.368\text{m}$ 和 $0.2794\text{m} \leq \rho \leq 0.658\text{m})$ 被分为 5×5 个子区域.假定背景介质中的介电常数是1,而目标区的峰值介电常数为3.2(如图5所示),其对比度要比文献[4]的高.图6(a)是第1次迭代结果,无论是剖面形状还是峰值介电常数都与真实电导率剖面分布有很大的出入.图6(b)是第8次重建结果,其剖面重建形状与真实介电常数分布非常相近,由图6(c)的相对均方误差曲线可看出,此时的MSE约为8‰.从图6(c)中也可看出它的收敛速度也是很快的.

4 结语

本文利用场点在目标区内、外的电场积分方程,建立起反演积分方程.由于考虑了场点在目标区内的电场积分方程,计入了目标区内的多次散射效应,从而避免使用入射场替代总场.利用NMM解的 z 向解析性,可得 z 向积分的解析表达式,而在径向采用线性插值从而避免繁琐的二重数值积分,大大提高了计算效率.利用Pentium II/266微机,在NDP-Fortran V3.2环境下,本征函数取52个,对图3所示的 5×5 个离散块,28个测量数据,迭代一次计算时间约为1.5min.计算的数值结果表明,与基于Born近似的DBM相比,本文方法不仅能反演更高的对比度,而且具有更快的收敛速度和更高的成像质量.

REFERENCES

[1]Franchois A, Pichot C. Microwave imaging-complex per-

- mittivity reconstruction with a Levenberg-Marquardt method, *IEEE Trans AP*, 1997, **45**(2): 203—215
- [2]Kleinman R E, Van den berg P M. A modified gradient method for two-dimensional problems in tomography, *J. Comput and Appl Math.*, 1992, **42**(2): 17—35
- [3]WANG W Y, ZHANG S R. Unrelated illumination method for electromagnetic inverse scattering of inhomogeneous lossy dielectric bodies, *IEEE Trans AP*, 1992, **40**(2): 292—296
- [4]CHEW W C, WANG Y M. Reconstruction of two-dimensional permittivity using the distorted Born iterative method, *IEEE Trans Med. Image*, 1990, **9**(2): 218—225
- [5]CHEW W C, LIU Q H. Inversion of induction tool measurements using the distorted Born iterative method and CG-FFHT, *IEEE Trans GE*, 1994, **32**(4): 878—884
- [6]YANG Feng, NIE Zai-Ping, ZHANG Ye-Rong. An efficient inversion of the poor measurements data based on the integral equation, *Acta Electronica Sinica* (杨峰, 聂在平, 张业荣. 基于积分方程的低数据量的快速反演, *电子学报*), 1999, **27**(3): 101—103
- [7]YANG Feng, NIE Zai-Ping, ZHANG Ye-Rong. Reconstruction of the complex media using the distorted Born iterative method, *Chinese Journal of Radio Science* (杨峰, 聂在平, 张业荣. 用修正Born迭代法重建复杂介质结构, *电波科学学报*), 1998, **13**(1): 47—51
- [8]CHEW W C. *Waves and Fields in Inhomogeneous Media*. New York: Van Nostrand Reinhold, 1990, 511—562
- [9]Tikhonov A N, Arsenin V Y. *Solutions of Ill-posed Problems*. New York: Winston-Wiley, 1977, 132—176
- [10]Smith F, Peterson A F, Mittra R. The biconjugate gradient method for electromagnetic scattering, *IEEE Trans AP*, 1990, **38**(6): 938—940
- [11]NIE Zai-Ping, CHEW W C, LIU Q H. Electromagnetic scattering from two-dimensional-layered media with axial symmetry, *Acta Geophys Sinica* (聂在平, CHEW W C, LIU Q H. 电磁波对轴对称二维层状介质的散射, *地球物理学报*), 1992, **35**(4): 479—489