

基于最大值递归滤波器的 暗点目标检测算法*

潘巧海 李东晓 姚庆栋 陈晓初

(浙江大学信息与通信工程研究所, 浙江, 杭州, 310027)

TP391.41

摘要 从目标和噪声模型以及最大值递归滤波器算法入手, 在两种不同的条件下对基于最大值递归滤波器的检测进行了详细的性能分析与仿真, 得出了一系列结论。

关键词 暗点目标, 最大值递归滤波器, 遗忘因子。

检测, 算法, 图像处理

DIM POINT TARGET DETECTION ALGORITHM BASED ON RECURSIVE MAX FILTER *

PAN Qiao-Hai LI Dong-Xiao YAO Qing-Dong CHENG Xiao-Chu

(Institute of Information and Communication Engineering, Zhejiang University, Hangzhou, Zhejiang 310027, China)

Abstract To realize dim point target detection efficiently in the condition of low SNR, the detection algorithm based on recursive max filter was recommended. In this paper, firstly, the target and noise model and algorithm of recursive max filter were presented. Secondly, the performance of this algorithm under two different conditions was analyzed. Finally, the results of simulation and the conclusion were given.

Key words dim point target, recursive max filter, forgetting factor.

引言

涉及天体的研究领域, 往往涉及到对运动天体的检测与跟踪, 例如对卫星、流星或小行星的检测与跟踪等。这就需要解决如何在保证一定性能要求的条件下, 从输入的序列红外图像或可见光图像中有效的检测出运动天体。一般情况下, 被检测的天体离我们的距离很远, 它在成像系统所成的图像中只占一个像素大小, 同时受到天体本身亮度限制及噪声干扰的影响, 所成图像的信噪比很低, 因而上述问题实际上就是低信噪比条件下的暗点目标检测问题。

令 $F_{xy}(k), x, y = 0, 1, \dots, 255, k = 0, 1, 2, \dots, K$ 为所要处理图像编号(帧序), $(K+1)$ 表示处理的图像总帧数。图像数据中包含了运动点目标, 结构化背景, 云层和随机噪声等, 并且我们作如下前提假设: (1) 经过前置预处理和白化, 图像背景可以忽略, 而随机噪声则为平稳白高斯过程; (2) 由于序列图像的帧频

高, 目标的最大帧间运动速度 $V_{max} \leq 1$ 像素/帧, 并给出两个性能要求: 一是具有目标最大帧间运动速度达 1 像素/帧的条件下检测出目标的能力; 二是目标检测概率大于 98%, 虚警概率低于 10^{-6} 。

1 目标与噪声模型

根据目标运动得时空连续性, 如果第 k 帧图像中 (x, y) 处有一个目标, 则此目标在前后相邻帧中只能出现在 (x, y) 的一个小邻域 $D(x, y, p)$ 内(其中 p 为间隔帧数)。根据前提假设, 有 $V_{max} \leq 1$ 像素/帧, 故目标在第 $k+1$ 帧中出现的范围为^[1]

$$D(x, y, 1) = \{(x', y') | x' = x, x \pm 1; y' = y, y \pm 1\}. \quad (1)$$

用 v 表示 $D(x, y, 1)$ 中像素个数, 有 $v = 9$ 。

对于噪声模型, 假设背景噪声 $N_{xy}(k)$ 为平稳白高斯过程, 在时间和空间上均不相关, 均值为 μ_N , 方差为 σ_N^2 , 设目标的亮度为 A , 则图像数据可表示为^[1]

* 国家 863-409 高科技资助项目

稿件收到日期 1999-10-14, 修改稿收到日期 2000-01-03

* The project supported by the National High Technology Foundation of China

Received 1999-10-14, revised 2000-01-03

$$F_{xy}(k) = \begin{cases} A + N_{xy}(k), & \text{object is present} \\ N_{xy}(k), & \text{otherwise} \end{cases} \quad (2)$$

目标输入信噪比为 $SNR_m = \frac{A}{\sigma_N}$ 。若要求目标检测概率大于 98%，虚警概率低于 10^{-6} ，根据平稳白高斯噪声中信号检测理论计算，则需 $SNR_m \geq 6.7$ 。而现在实际输入信噪比很低（一般低于 2.0），故对图像序列进行处理的主要工作就是提高目标信噪比。

2 最大值递归滤波器算法

实际上，目标向任意方向运动都是可能的，我们所能利用的信息只有目标的最大帧间运动速度。如前所述，如果目标在第 k 帧出现在 (x, y) ，则目标在 $k-1$ 帧中必然出现在 (x, y) 的邻域 $D(x, y, 1)$ 中。更进一步，如果目标出现在第 $(k-1)$ 帧中 (x', y') 处，则目标必然会在第 $(k-2)$ 帧中 (x', y') 的邻域 $D(x', y', 1)$ 中，因而表达式

$$F_{xy}(k) + \max_{(x', y') \in D(x, y, 1)} \{F_{x'y'}(k-1) + \max_{(x'', y'') \in D(x', y', 1)} \{F_{x''y''}(k-2)\}\} \quad (3)$$

有目标处比无目标处更可能大一些，依次类推。根据参考文献[1]，引入遗忘因子 α ，可将算法表达成递归的形式，即

$$G_{xy}(k) = F_{xy}(k) + \alpha \max_{(x', y') \in D(x, y, 1)} G_{x'y'}(k-1), \quad (4)$$

$$G_{xy}(0) = F_{xy}(0).$$

式(4)即为最大递归滤波器的表达式，其中 $k=1, 2, \dots$ 。遗忘因子 α 的作用就是随着时间的增加，将过去图像数据对目标能量累积的影响逐渐遗忘，使累加值尽量反映新近输入的图像数据。因而，通常 α 的取值范围为 $0 < \alpha \leq 1$ ，选取最佳的 α ，可使处理后目标信噪比达到极大值。最大递归滤波器的结构如图 1 所示[1]。我们的主要工作就是在此基础上，针对输入信噪比基本保持不变与输入信噪比随着目标的接近而增加这两种情况，给出了算法的具体性能分析与仿真结果。

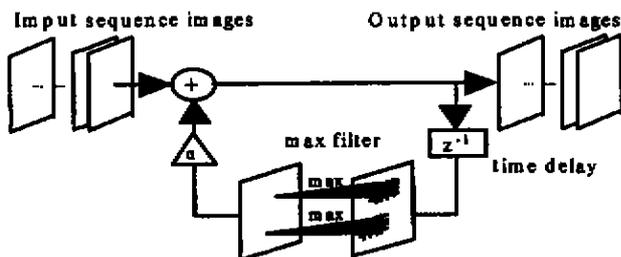


图 1 最大值递归滤波器结构

Fig. 1 Architecture of the recursive max filter

3 最大递归滤波器性能分析

为估算最大递归滤波器的性能，考察处理后输出图像序列中目标的信噪比定义为

$$SNR_{out}(m, \alpha) = \frac{A(m, \alpha) - \mu(\alpha)}{\sigma(\alpha)} \quad (5)$$

式(5)中， m 为目标出现后处理的图像总帧数， $A(m, \alpha)$ 为处理后目标点亮度， $\mu(\alpha)$ 和 $\sigma(\alpha)$ 为相应的处理后噪声均值和标准差。

首先，我们考察无目标无边缘白高斯噪声图像序列滤波器后像素亮度的分布，不失一般性，假设输入图像噪声均值和方差为 0 和 1。要精确计算式(4)中 $G_{xy}(k)$ 的分布十分困难，不仿作粗略的近似。对任意两个序列 $a, b, i=1, \dots, n$ ，有下面的不等式：

$$\left. \begin{aligned} \max_i a_i + \min_i b_i &\leq \max(a_i + b_i) \leq \max_i a_i + \max_i b_i \\ \max_i a_i + \min_i b_i &\leq \max(a_i + b_i) \leq \max_i a_i + \max_i b_i \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

由式(6)得到粗略的近似等式

$$\max(a_i + b_i) \approx \min_i a_i + b_i \quad (7)$$

利用式(7)对式(4)作近似，有

$$G_{xy}(k) = \max_{(x', y') \in D(x, y, 1)} \{F_{x'y'}(k) + \alpha G_{x'y'}(k-1)\} \\ \approx \max_{(x', y') \in D(x, y, 1)} F_{x'y'}(k) + \alpha \max_{(x', y') \in D(x, y, 1)} F_{x'y'}(k-1) + \alpha^2 \max_{(x', y') \in D(x, y, 1)} F_{x'y'}(k-2) + \dots \quad (8)$$

根据次序统计量知识，令 $Z_i, i=1, \dots, v$ 为独立同分布（均值 0，方差 1）高斯随机变量，记最大次序统计量为 $Z_{v,v} = \max_{i=1, \dots, v} Z_i$ ， $Z_{v,v}$ 的分布为 $F_{Z_{v,v}}(x) = [\Phi(x)]^v$ ， $f_{Z_{v,v}}(x) = v[\Phi(x)]^{v-1}\Phi'(x)$ 。其中， $\Phi(x)$ 为标准高斯分布函数， $\Phi'(x)$ 为标准高斯分布密度函数。 $Z_{v,v}$ 的均值 μ_v 和标准差 σ_v 可查数理统计表得到。在本算法中， $v=9$ ，查得 $\mu_9=1.485, \sigma_9=0.5978$ 。由式(8)，可得 $\mu(\alpha)$ 和 $\sigma(\alpha)$ 的近似结果为

$$\mu(\alpha) \approx \mu_0 + \alpha\mu_0 + \dots + \alpha^{m-1}\mu_0 = \frac{1 - \alpha^m}{1 - \alpha}\mu_0, \quad (9)$$

$$\sigma^2(\alpha) \approx \sigma_0^2 + \alpha^2\sigma_0^2 + \dots + \alpha^{2(m-1)}\sigma_0^2 = \frac{1 - \alpha^{2m}}{1 - \alpha^2}\sigma_0^2$$

3.1 输入信噪比基本保持不变

这种情况存在于类似对遥远星体的检测问题上。假设 A 为目标点亮度，考察含目标图像序列滤波后目标点的亮度近似有

$$A(m, \alpha) = A + \alpha A + \alpha^2 A + \dots + \alpha^{(m-1)} A$$

$$= \frac{1 - \alpha^{2m}}{1 - \alpha^2} A. \tag{10}$$

将式(9)和(10)代入式(5),得到

$$\begin{aligned} \text{SNR}_{\text{out}}(m, \alpha) &= \frac{A(m, \alpha) - \mu_3}{\sigma_3} \\ &= \frac{A - \mu_3}{\sigma_3} \sqrt{\frac{(1 + \alpha)(1 - \alpha^{2m})}{(1 + \alpha)(1 - \alpha^{2m})}}. \end{aligned} \tag{11}$$

当噪声均值和方差不为 0 和 1 时,公式(11)修正为

$$\text{SNR}_{\text{out}}(m, \alpha) = \frac{\text{SNR}_{\text{in}} - \mu_3}{\sigma_3} \sqrt{\frac{(1 + \alpha)(1 - \alpha^{2m})}{(1 - \alpha)(1 + \alpha^{2m})}}. \tag{12}$$

从式(12)可见,输入信噪比 SNR_{in} 必须大于 1.485. 满足了这个条件,在遗忘因子 α 取定的条件下,输出信噪比 SNR_{out} 是输入信噪比 SNR_{in} 与输入序列图像目 m 的增函数.

3.1.1 最优遗忘因子 α_{opt}

对于式(12)可作进一步化简,将 $1 - \alpha^{2m} = (1 - \alpha)$

$\sum_{i=0}^{m-1} \alpha^i$ 代入式(12)得

$$\text{SNR}_{\text{out}}(m, \alpha) = \frac{\text{SNR}_{\text{in}} - \mu_3}{\sigma_3} \sqrt{\frac{(1 + \alpha) \sum_{i=0}^{m-1} \alpha^i}{1 + \alpha^{2m}}}. \tag{13}$$

从式(13)可以看出,在 SNR_{in} 与 m 取定的条件下, SNR_{out} 在区间 $(0, 1)$ 上是 α 的增函数. 当 $\alpha \rightarrow 1$ 时,

$$\text{SNR}_{\text{out}}(m, \alpha)_{\text{max}} = \frac{\text{SNR}_{\text{in}} - \mu_3}{\sigma_3} \sqrt{m}. \tag{14}$$

故最优遗忘因子 $\alpha_{\text{opt}} = 1$. 而在实际应用中,若取 $\alpha = 1$, 随着输入序列图像数目 m 的增加,输出累积图像的灰度值将呈无限增大的趋势,兼顾到存储器容量及算法性能等问题,我们一般取 α 的值尽可能接近于 1. 例如,在存储器容量满足条件的情况下,可取 $\alpha = 0.995$.

3.1.2 最低输入信噪比 $\text{SNR}_{\text{in}}(m_c)_{\text{min}}$

为达到一定的检测性能要求,开始提取目标时的输出信噪比必须不低于某一定值,这里称开始提取目标时需处理的帧数为截获帧数,记为 m_c .

对于目标检测概率大于 98%、虚警概率低于 10^{-6} 的要求,考虑分布最坏的情况下,则必须 $\text{SNR}_{\text{out}}(m, \alpha) \geq 6.7$. 根据式(14),可以得出满足要求的最低输入信噪比 $\text{SNR}_{\text{in}}(m_c)_{\text{min}}$ 与截获帧数 m_c 的关系为

$$\text{SNR}_{\text{in}}(m_c)_{\text{min}} = \frac{4.005}{\sqrt{m_c}} + 4.85. \tag{15}$$

某些满足性能要求的截获帧数与对应的最低输入信噪比如表 1.

式(15)及表 1 表明,在给定的截获帧数下,要达到性能要求,输入信噪比存在最小值. 给定了输入信噪比,截获帧数同样存在最小值. 随着截获帧数的增加,最低输入信噪比的降低并不十分明显. 例如,给定 100 帧截获的要求下,最低输入信噪比为 1.88,当截获帧数放宽到 150 帧时,最低输入信噪比只降低到 1.81.

3.2 输入信噪比随着目标的接近而增加

这种情况存在于类似对卫星或流星的检测,当卫星从地平线上出现后或流星向地球靠近时,表现在成像系统上输入序列图像的信噪比将呈增加的趋势.

这里我们主要考虑检测开始后前一段时间内的特性. 在这段时间内,输入信噪比近似呈线性增加. 为便于分析,我们按信噪比线性变化近似. 假设 Δ 为信噪比的增加量,若初始输入信噪比为 SNR_{in} , m 帧后达到 SNR_m , 则 $\Delta = \frac{\text{SNR}_m - \text{SNR}_{\text{in}}}{m - 1}$. 例如,根据自动检测理论,在某些情况下, $\text{SNR}_{\text{in}} = 1.6$, 100 帧后达到 $\text{SNR}_{100} = 2.1$, 则 $\Delta = 0.005$.

同样考察含目标图像序列滤波后目标点的亮度. 设 A 为起始目标点亮度, A_m 为第 m 帧目标点亮度,对

表 1 m_c 与相应的 $\text{SNR}_{\text{in}}(m_c)_{\text{min}}$
Table 1 m_c and corresponding $\text{SNR}_{\text{in}}(m_c)_{\text{min}}$

M_c	80	90	100	110	120	130	140	150
SNR_{in}	1.93	1.90	1.88	1.86	1.85	1.84	1.82	1.81

表 2 α_{opt} 与对应的 $\text{SNR}_{\text{out}}(m, \alpha_{\text{opt}}, \Delta)$ ($\Delta = 0.005$)
Table 2 α_{opt} and corresponding $\text{SNR}_{\text{out}}(m, \alpha_{\text{opt}}, \Delta)$ ($\Delta = 0.005$)

m		20	30	40	50	60	70	80	90	100
$\text{SNR}_{\text{in}} = 1.62$	α_{opt}	0.974	0.977	0.979	0.981	0.983	0.984	0.986	0.987	0.988
	SNR_{out}	1.42	1.99	2.59	3.22	3.89	4.59	5.33	6.10	6.90
$\text{SNR}_{\text{in}} = 1.70$	α_{opt}	0.982	0.983	0.984	0.986	0.987	0.988	0.988	0.989	0.990
	SNR_{out}	2.01	2.71	3.31	4.14	4.89	5.67	6.47	7.31	8.18

应的亮度增加量为 Δ_b , 那么 $A_m = A + (m-1)\Delta_b$, 则目标图像序列滤波后目标点的亮度近似有

$$\begin{aligned} A(m, \alpha) &= A_m + \alpha(A_m - \Delta_b) + \dots \\ &\quad + \alpha^{m-1}[A_m - (m-1)\Delta_b] \\ &= \frac{1-\alpha^m}{1-\alpha}A + \frac{\alpha^m - m\alpha + m-1}{(1-\alpha)^2}\Delta_b. \end{aligned} \quad (16)$$

将式(9)和(16)代入式(5), 当噪声均值和方差不为 0 和 1 时, 可得到

$$\begin{aligned} \text{SNR}_{\text{out}}(m, \alpha, \Delta) &= \frac{\text{SNR}_{\text{in}} - \mu_g}{\sigma_g} \sqrt{\frac{(1+\alpha)(1-\alpha^m)}{(1-\alpha)(1+\alpha^m)}} \\ &\quad + \frac{\Delta}{\sigma_g} \frac{\alpha^m - m\alpha + m-1}{(1-\alpha)^2} \sqrt{\frac{1-\alpha^2}{1-\alpha^{2m}}}. \end{aligned} \quad (17)$$

公式(17)中, 前一项是不考虑信噪比的增加量, 序列图像保持初始输入信噪比, 经过最大值滤波后对输出信噪比作出的贡献, 后一项则是引入信噪比的增加量所作出的贡献。

3.2.1 最优遗忘因子 α_{opt}

取 $\alpha=0$ 及 $\alpha=1$, 考虑 $m>10$, 有

$$\begin{cases} \frac{\partial}{\partial \alpha} \text{SNR}_{\text{out}}(m, \alpha, \Delta) |_{\alpha=0} > 0, \\ \frac{\partial}{\partial \alpha} \text{SNR}_{\text{out}}(m, \alpha, \Delta) |_{\alpha=1} < 0. \end{cases}$$

这表明在区间 $(0, 1)$ 内, $\text{SNR}_{\text{out}}(m, \alpha, \Delta)$ 能够取到峰值, 进一步的分析表明, 这是一个单峰函数. 令

$$\frac{\partial}{\partial \alpha} \text{SNR}_{\text{out}}(m, \alpha, \Delta) = 0, \quad (18)$$

就可以求出对应峰值点的 α 值, 即为最优遗忘因子 α_{opt} . 可以看出, α_{opt} 是输入信噪比 SNR_{in} 、帧数 m 及信噪比增量 Δ 的函数, 特定的一组参数对应特定的 α_{opt} 值. 对式(18)直接求解难度很大, 可以借助计算机, 采用数值分析来近似计算. 例如, 选择 $\text{SNR}_{\text{in}}=1.62$, $m=100$, $\Delta=0.005$ 时, 可近似算得 $\alpha_{\text{opt}}=0.988$.

为了对遗忘因子进行进一步的分析, 我们借助计算机仿真工具给出在 SNR_{in} 、 m 及 Δ 取定条件下, $\text{SNR}_{\text{out}}(m, \alpha, \Delta)$ 随 α 变化的曲线如图 2 (同样取 $\Delta=0.005$). 从图中同样可以发现, 当 SNR_{in} 、 m 及 Δ 取定后, $\text{SNR}_{\text{out}}(m, \alpha, \Delta)$ 为 α 的函数, 在 $(0, 1)$ 区间上为单峰函数. 当 α 取最佳值 α_{opt} 时, $\text{SNR}_{\text{out}}(m, \alpha, \Delta)$ 可取到极大值. 在一定的起始信噪比条件下, 对某些 m , α_{opt} 与对应的 $\text{SNR}_{\text{out}}(m, \alpha_{\text{opt}}, \Delta)$ 如表 2.

上述分析表明, 最优遗忘因子 α_{opt} 随着输入信噪比 SNR_{in} 、帧数 m 的增大而增大, 且很接近于 1. α_{opt} 的大小并非固定的, 具体的值由具体的参数 (SNR_{in} 、 m 及 Δ) 决定, 可以由方程式(18)近似计算得.

3.2.2 α 的有效区间

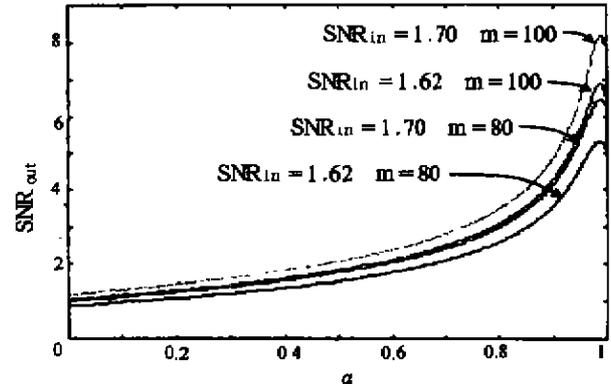


图 2 遗忘因子与输出信噪比
Fig. 2 Forgetting factor and output SNR

在实际应用中, 由于条件的限制, 很多时候选择的 α 值很难做到恰好等于 α_{opt} , 而是在能够满足给定性能要求的某一范围内选择, 这里我们称这个范围为 α 有效区间, 记为 $(\alpha_{\text{min}}, \alpha_{\text{max}})$. 显然, 有 $\alpha_{\text{min}} \leq \alpha_{\text{opt}} \leq \alpha_{\text{max}}$.

为满足前提假设中给出的目标检测概率大于 98%, 虚警概率低于 10^{-6} 的性能要求, 必须 $\text{SNR}_{\text{out}}(m, \alpha, \Delta)_{\text{min}}=6.7$, 根据公式(17)有

$$\begin{aligned} \frac{\text{SNR}_{\text{in}} - \mu_g}{\sigma_g} \sqrt{\frac{(1+\alpha)(1-\alpha^m)}{(1-\alpha)(1+\alpha^m)}} + \\ \frac{\Delta}{\sigma_g} \frac{\alpha^m - m\alpha + m-1}{(1-\alpha)^2} \sqrt{\frac{1-\alpha^2}{1-\alpha^{2m}}} = 6.7. \end{aligned} \quad (19)$$

从图 2 可以发现, 当 $\text{SNR}_{\text{out}}(m, \alpha_{\text{opt}}, \Delta) \geq 6.7$ 时, 则肯定可以找到一个不大于 α_{opt} 的解满足上述方程, 即为 α_{min} . 若同时也存在一个大于 α_{opt} 的解满足上述方程, 则为 α_{max} , 否则令 $\alpha_{\text{max}}=1$. 那么落于区间 $(\alpha_{\text{min}}, \alpha_{\text{max}})$ 中的 α 取值均能满足性能要求. 同样, 对方程式(19)直接求解难度很大, 我们可以借助计算机, 采用数值分析来近似计算. 例如, $\text{SNR}_{\text{in}}=1.70$, $m=100$, $\Delta=0.005$ 时, α 的有效区间为 $(0.955, 1)$.

3.2.3 最低输入信噪比 $\text{SNR}_{\text{in}}(m_c, \Delta, \alpha)_{\text{min}}$

根据公式(17)及 $\text{SNR}_{\text{out}}(m, \alpha, \Delta) \geq 6.7$, 存在如下的关系:

$$\begin{aligned} \text{SNR}_{\text{in}}(m_c, \Delta, \alpha)_{\text{min}} = \\ \left[6.7\sigma_g - \Delta \frac{\alpha^{m_c} - m_c\alpha + m_c - 1}{(1-\alpha)^2} \sqrt{\frac{1-\alpha^2}{1-\alpha^{2m_c}}} \right] \\ \sqrt{\frac{(1-\alpha)(1+\alpha^{m_c})}{(1+\alpha)(1-\alpha^{m_c})}} + \mu_g. \end{aligned} \quad (20)$$

式(20)表明, 要达到指定的性能要求, 在特定的截获帧数 m_c 、信噪比增量 Δ 及遗忘因子 α 下, 输入信噪比存在最小值 $\text{SNR}_{\text{in}}(m_c, \Delta, \alpha)_{\text{min}}$. 例如, 在 $m_c=100$, $\Delta=$

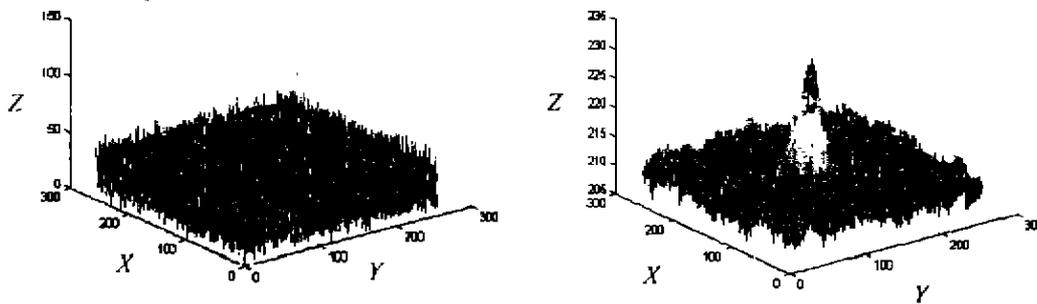


图3 输入图像与输出图像的比较
Fig. 3 Comparison between input images and output images

0.005, $\alpha=0.988$ 时,最低输入信噪比为 $SNR_{in}(m_c, \Delta, \alpha)_{min}=1.60$.

4 仿真结果

对于输入信噪比随目标的接近而增加这种情况,我们取输入序列图像的初始信噪比为 1.6,信噪比的增加量 $\Delta=0.005$,目标点的运动速度为 0.99 像素/帧,噪声为白高斯噪声,其均值为 30,均方差为 10,遗忘因子 $\alpha=0.988$,对 100 帧序列图像进行最大值递归滤波.图 3 给出仿真结果.图 3 为输入图像与输出图像的三维表示, X 、 Y 轴为图像的坐标, Z 轴为采用 8 比特表示的图像灰度值.从图中可见,输入图像目标点被完全湮没在噪声中,输出图像则在目标点所在位置处产生一个尖峰,显然,目标信噪比得到了极大的提高.

对于输入图像在信噪比基本保持不变这种情况,可以得出同上面近似的仿真结果,这里就不再赘述.

5 主要结论

通过以上的分析与仿真,有以下结论.

(1)原始序列图像经最大递归滤波器处理后,目标的输出信噪比得到了显著的提高.

(2)对于输入信噪比基本保持不变这种情况:首先,理论上取最优遗忘因子 $\alpha=1$,而在实际应用中,一般取 α 的值尽可能的接近于 1;其次,在给定的截获帧数 m_c 下,输入信噪比存在最小值,若给定了输入信噪比,同样存在对应的最短截获帧数,否则达不到给定的性能要求.随着截获帧数的增加,最低输入信噪比的降低并不十分明显.

(3)对于输入信噪比随目标接近而增加这种情况:首先最优遗忘因子 α_{opt} 是输入信噪比 SNR_{in} 、帧数 m 及信噪比增量 Δ 的函数,特定的一组参数对应特定的 α_{opt} 值;其次,对于特定的 SNR_{in} 、 m 及 Δ ,存在 α 的有效区间满足给定的性能要求;第三,最低输入信噪比 $SNR_{in}(m_c, \Delta, \alpha)_{min}$ 是截获帧数 m_c 、信噪比增量 Δ 及遗忘因子 α 的函数,特定的一组参数对应特定的 $SNR_{in}(m_c, \Delta, \alpha)_{min}$ 值.

REFERENCES

- [1] Nishiguchi K, Kobayashi M, Ichikawa A. Small target detection from image sequence using recursive max filter. *SPIE*, 1995, **2561**: 153-166
- [2] Wei P, Zeidler J, Ku W. Analysis of multiframe target detecting using pixel statistics. *IEEE Trans, Aerosp. Electron. Syst.*, 1995, **AES-31**(1): 238-247
- [3] Pohlig S C. An algorithm for detection of moving optical targets. *IEEE Trans. Aerop. Electron. Syst.*, 1995, **AES-25**(1): 56-63
- [4] Blostein S D, Richardson H S. A sequential detection approach to target tracking. *IEEE Trans, Aerosp. Electron. Syst.*, 1994, **AES-30**(1): 197-212
- [5] Lion R, Azimi-Sadjadi M R. Dim target detection using high order correlation method. *IEEE Trans, Aerosp. Electron. Syst.*, 1993, **AES-29**(3): 841-856
- [6] Blostein S D, Huang T S. Detecting small, moving objects in image sequences using sequential hypothesis testing. *IEEE Trans. Signal Processing*, 1991, **39**(9): 1611-1629
- [7] Porat B, Friedlander B. A frequency domain algorithm for multiframe detection and estimation of dim targets. *IEEE Trans. Pattern Anal. Machine Intell.*, 1990, **PAMI-12**(4): 398-401