

# 基于 Fourier-Mellin 变换的 对称相匹配滤波算法\*

曹云峰 胡 勇 李介谷

(上海交通大学图像所, 上海, 200030)

孙再龙

(航天工业总公司津航技术物理所, 天津, 300182)

TN 713.6  
TP391.41

**摘要** 在 Chen 的算法的基础上, 给出了一种新的频域匹配算法, 这种算法解决了频域相关中图像尺寸大小不同的问题, 在峰值检测中以相关平面局部最大值代替其最大值, 提出从图像之间的旋转和缩放参数到平移参数几次迭代求它们之间互相适应的策略, 航空照片匹配实验结果表明, 这是一种很有发展潜力的算法。

**关键词** Fourier-Mellin 变换, 对称相匹配滤波器, 图像匹配。

计算机视觉

## 引言

F-M 变换

图像匹配是计算机视觉中一项关键技术, 已被广泛应用于变化检测、运动估计、目标识别和定位以及多传感器数据融合等领域。作为一种匹配算法, 应具有的特点: 在低信噪比条件下以及两幅图像间存在灰度、方向、大小等方面差别的条件下也能给出精确的匹配结果。图像匹配的算法不少, 但都存在某种不足, 如经典的归一化积相关<sup>[1]</sup>是在无局部灰度变化, 无几何失真、测量噪声为零均值高斯噪声的假设条件下的最佳方法。改进后的算法如 SSDA<sup>[2]</sup>和分层算法等, 在速度上有很大的提高, 但无一不是以降低匹配率为代价, 且存在对图像灰度依赖过大等问题。其它特征匹配算法<sup>[3]</sup>虽克服了速度问题及对灰度的过分依赖问题, 但丧失了过多的灰度信息, 从而对噪声比较敏感。而频域匹配技术<sup>[4,5,6,7]</sup>却有许多优点: 它对噪声有较高的容忍程度, 检测结果与照度无关, 可处理图像之间的旋转和尺度变化。常用的频域图像匹配技术有相位相关和功率倒谱相关<sup>[4]</sup>。匹配滤波器<sup>[5]</sup>、相匹配滤波器<sup>[6]</sup>和对称相匹配滤波器<sup>[7]</sup>是相位相关的三种主要方法, 匹配滤波器的输出主要依靠图像的能量, 而不是它的空间结构, 所以匹配滤波器不能区分不同形态, 但有近似尺寸或相近能量的物体。另外, 匹配滤波器的输出正比于它的自相关且滤波器的输出形态在最大值附近保持了较宽的区域, 这为在噪声条件下精确定位带来了困难。而相匹配滤波器比匹配滤波器在各方面都有不少的改进, 首先它对图像的能量不敏感且有很尖的相关峰, 使得定位变得容易起来。比起前两种匹配滤波器来说, 对称相匹配滤波器是更进一步的提高, 这种滤波器的输出跟图像的能量毫无关系, 相关峰是近乎理想的 Dirac  $\delta$  函数, 使得精确定位变得异常容易。所以选取对称相匹配滤波器是理想的选择。为了解决图像之间存在的旋转和尺度差别, Chen<sup>[8]</sup>提出

稿件收到日期 1998-09-24, 修改稿收到日期 1999-08-06

了在  $\log$  极坐标变换下的旋转不变性和尺度不变性,但是,Chen 的方法是针对图像尺寸是相同的情况下设计的,而且在相位相关中只是检测最大值,实际上最大值检测往往得不到正确的匹配位置,为了解决这些问题,在 Chen 的算法的基础上提出了一种参数之间互相适应多次匹配的算法。

## I Fourier-Mellin 不变性描述

在实际中,两幅图像间除平移差别外,还有旋转和尺度的差别,假设两幅要匹配的图像分别为  $S(x, y)$  和  $R(x, y)$ ,前者是后者包含有平移、旋转和尺度差别的版本,它们间的关系可表示为:

$$S(x, y) = R[\sigma(x \cos \alpha + y \sin \alpha) - x_0, \sigma(-x \sin \alpha + y \cos \alpha) - y_0], \quad (1)$$

式(1)中,  $\sigma$  是表征两幅图像大小缩放的量,  $\alpha$  是旋转角度,  $(x_0, y_0)$  是两幅图像间的平移,它们的 Fourier 变换间的关系为:

$$S(u, v) = e^{-j\varphi(u, v)} \sigma^{-1} [R[\sigma^{-1}(u \cos \alpha + v \sin \alpha), \sigma^{-1}(-u \sin \alpha + v \cos \alpha)]], \quad (2)$$

式(2)中,  $\varphi(u, v)$  是图像  $S(x, y)$  Fourier 谱的相位,主要依赖于平移、旋转和尺度差别带来的影响,因此,它们的 Fourier 功率谱的关系为:

$$|S(u, v)| = \sigma^{-1} [R[\sigma^{-1}(u \cos \alpha + v \sin \alpha), \sigma^{-1}(-u \sin \alpha + v \cos \alpha)]], \quad (3)$$

式(3)是平移不变的,表明图像的旋转角度也旋转功率谱一个相同的角度,然后缩放因子缩放功率谱  $\sigma^{-1}$  倍,另一个有趣的性质是谱中心  $u=v=0$  对旋转和尺度是不变的,当两幅图像仅存在平移的情况下,匹配滤波器输出是定位于这一平移量的  $\delta$  函数,因此为了继续使用对称相匹配滤波器,必须把式(3)中的有关旋转和尺度变换成平移的效果(即函数变量中只能出现加减,而不能出现乘除),这可通过极坐标变换和 Log 变换来解决,首先进行极坐标变换,极坐标变换使原来的坐标  $(u, v)$  变成了  $(\rho, \theta)$ ,因此,有下式:

$$\begin{cases} \sigma^{-1}(-u \cos \alpha + v \sin \alpha) = \frac{\rho}{\sigma} \cos(\theta - \alpha), \\ \sigma^{-1}(-u \sin \alpha + v \cos \alpha) = \frac{\rho}{\sigma} \sin(\theta - \alpha); \end{cases} \quad (4)$$

如果  $S_l(\theta, \rho) = |S(\rho \cos \theta, \rho \sin \theta)|$ ,  $R_l(\theta, \rho) = |R(\rho \cos \theta, \rho \sin \theta)|$ , 式(3)变为:

$$S_l(\theta, \rho) = \sigma^{-1} R_l(\theta - \alpha, \rho/\sigma), \quad (5)$$

因此,经过上面的极坐标变换,把旋转差别变换成了类似于平移的差别(即沿着极轴的平移),但是尺度的差别的转化必须通过 Log 变换来达到,如果  $\lambda = \log(\rho)$ ,  $\kappa = \log(\sigma)$ , 则上式变为:

$$S_{\kappa}(\theta, \lambda) = \sigma^{-1} R_{\kappa}(\theta - \alpha, \lambda - \kappa), \quad (6)$$

在式(6)中,以下标  $l$  表示经过 Log 变换后的表达式,有些作者把式(6)中的  $R_{\kappa}$  叫做图像  $R(x, y)$  的 Fourier-Mellin 不变描述子<sup>[9]</sup>, 通过以上的变化把旋转和尺度差别转换成了类似

于平移的差别, 在下面的 Fourier 变换中可见, 这些差别体现为相移, 上式经 Fourier 变换后变为:

$$S_1(\mu, \nu) = \sigma^{-1} e^{-j(\mu x_0 + \nu y_0)} R_2(\mu, \nu). \quad (7)$$

通过上面的步骤, 已经把旋转和尺度的差别转化为了平移差别, 反映在式(7)中表现为相移, 利用对称相匹配滤波器很容易得到旋转和尺度的差别。

## 2 匹配算法的流程

通过两个框图给出 Chen<sup>[2]</sup>的算法, 指出 Chen 的算法中存在的问题, 在此基础上提出改进的算法。

### 2.1 Chen<sup>[2]</sup>的算法流程

在 Chen<sup>[2]</sup>的算法中, 先计算两幅图像之间存在的旋转和尺度差别, 后计算它们之间的平移差别。要特别注意的是: 在计算两幅图像之间平移之前要判断一下旋转角度是  $\alpha$  还是  $\alpha + 180^\circ$ , 因为 Log 极坐标变换只考虑半个平面的情况。图 1 给出了计算两幅图像之间旋转和尺度差别的流程, 图 2 则给出 Chen 的算法流程图。

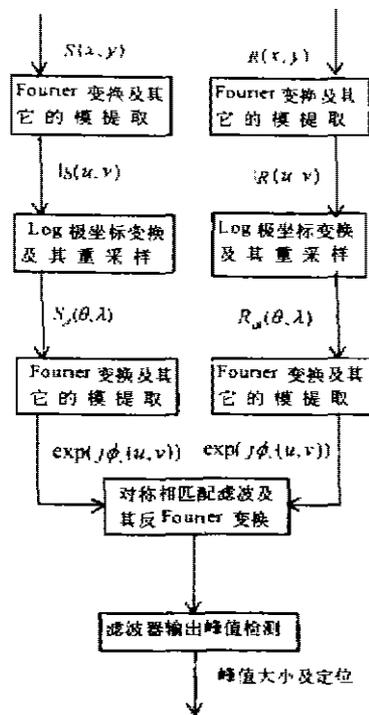


图 1 确定图像之间旋转和平移算法流程图  
Fig. 1 The flow chart of the algorithm for setting rotation and translation between images

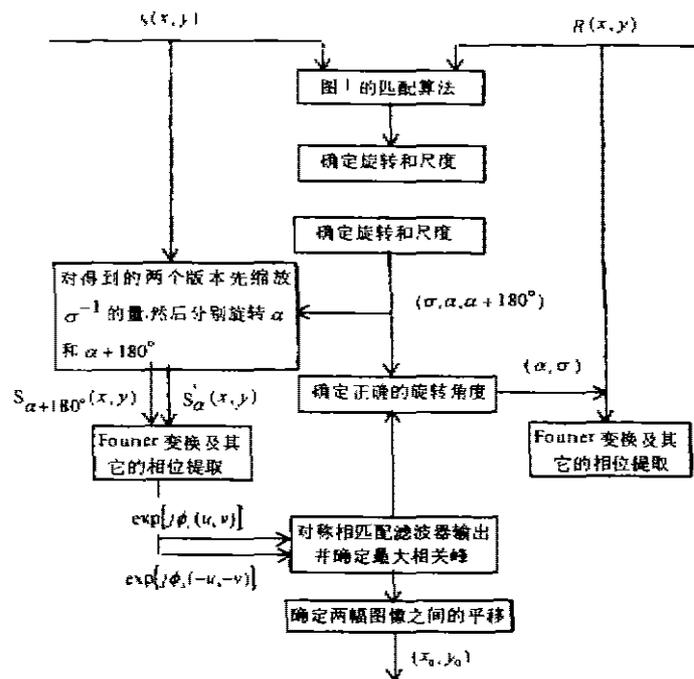


图 2 匹配算法的整个流程图  
Fig. 2 The complete flow chart of the matched algorithm

由于空域的相关变换到频域中为相乘(相位相关), 所以 Chen 的算法不适合于两幅图像有不同尺寸的情况。由图 1 和图 2 中可见, 各次相位相关峰值检测均采用寻找最大值的办

法,无疑增大了失败的可能性,一旦旋转角度和尺度的计算中出错,将无法求取到正确的平移参数,也就预示着整个算法的失败.大量的实验也说明,寻找最大值的方法是不可取的.因为各次相位相关的理想结果应是 $\delta$ 函数,最大值应为1,但实际的结果往往很小,有时甚至小于0.1,最大值处往往又不是正确的匹配位置,也就无法保证得到正确的匹配参数.造成这种结果的原因可能很复杂,但噪声以及各种各样的几何失真肯定起了很大的作用,各种各样的干扰使得本应该出现最大值的地方变成了局部最大值或根本就没有出现.

### 2.2 改进的算法

在进行匹配的过程中,首先要解决的问题是两幅图像的尺寸大小不同的问题,因为匹配滤波器要求两幅图像有相同的尺寸,这可通过对小图进行适当的操作来达到.假设其中一幅图像X的大小为 $N \times M$ ,另一幅图像P的大小为 $n \times m$ 且 $M > m, N > n$ .这一操作由图3给出.图像X的四个角上的小框表示图像P,对图像P进行的操作就是把P的中心点分别对准图像X的四个角点,然后保留在图像X中的部分,除了阴影部分取相应P的像素值以外,其余的地方都取零.可使得前面讲述的算法也用到了大小不同的两幅图像上.这是基于这样的考虑:空域的相关变换到频域是X的变换结果与P的变换结果的复共轭相乘,频域的复共轭相当于空域中以原点为中心的反射,而且频域相乘要求频域中关于X是居中的.以上对P的要求直接导致了图3中操作.

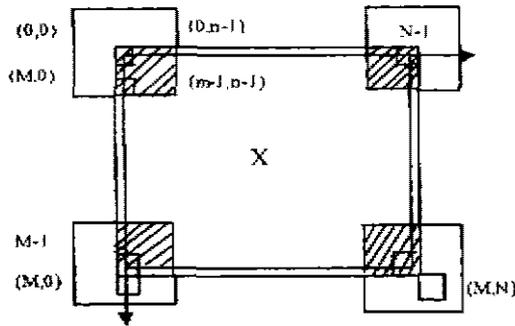


图3 由小图扩展后得到的图像示意图  
Fig. 3 The schematic diagram of getting image by extending small image

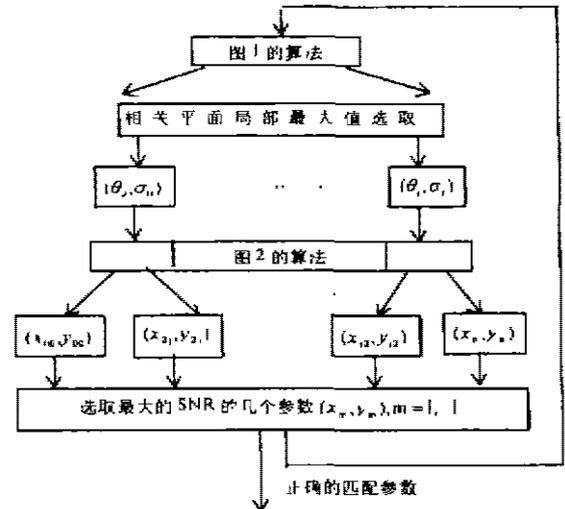


图4 改进算法的流程图  
Fig. 4 The flow chart of the modified algorithm

改进的算法如下:定义频域相关平面的信噪比为: $SNR = \max f_v / \text{avg} f_v$ ,  $\max f_v$  为频域相关平面的最大值,  $\text{avg} f_v$  为频域相关平面的平均值.在图1描述的算法中,把找相关平面最大值的过程变为找SNR局部极大值的过程,得到几组图像之间旋转和尺度参数,把这几组参数分别送到图2的算法中计算图像之间的平移;一旦有极大值大于阈值 $T_n$ ,就把这一组参数送到后面的算法.由于频域相关对旋转和尺度变化相当敏感,相关峰的尖锐程度直接反应两幅图像之间的角度和尺度差别,两幅图像之间角度和尺度差别越小,图2算法中计算

图像之间平移参数的相关平面的 SNR 局部极大值就越大. 选 SNR 最大的几个平移参数作为候选参数回送到图 1 的算法中, 一旦其频域相关信噪比大于某个门限  $T_1$ , 就把这一参数送到图 1 的算法中, 如此重复几次以得到从旋转和尺度参数到平移参数之间互相适合的正确匹配参数为止. 为了减少运算量, 在降低分辨率的情况下, 完成一组满意的参数的选取, 然后用这组参数对原图像进行处理后再做一次类似的运算, 得到更为满意的匹配参数. 图 4 给出了改进算法的流程图.

### 3 匹配结果

对存在不同差别的图像进行了算法的验证. 匹配结果如下: 图 5 中的大图是一幅  $512 \times 512$  的航空图片, 小图是从大图中截取的一块并且经过平移旋转和缩放的版本. 图 6 中的大图也是一幅  $512 \times 512$  航空照片, 小图是从同一场景不同条件下得到的图像中截取一块. 图 5、图 6 中的两幅图像经过前面描述的算法的计算, 可得到表征两幅图像之间几何关系的匹配参数  $(x_c, y_c, \theta, \sigma)$ . 通过与已知的参数比较, 发现结果是相当精确的, 表 1 给出了已知参数和通过计算所得参数的比较. 表 1 中的已知参数中有的仪器给出的, 有的是通过别的参数计算得到的.



图 5 实验图像对 1  
Fig. 5 Experimental image pair 1



图 6 实验图像对 2  
Fig. 6 Experimental image pair 2

表 1 两种参数的比较

Table 1 Two sets of parameters compared

参 数		$x_c$	$y_c$	$\theta/(^\circ)$	$\sigma$
图 5 的匹配参数	已知参数	172	169	8	1.2
	计算参数	172	169	7.9858415	1.2003421
图 6 的匹配参数	已知参数	259	59	10.0001	5
	计算参数	251	62	9.7345382	4.7775409

我们进行了大量类似的实验, 所得结果都是满意的. 都能得到精确的匹配参数值. 特别是对自然图像进行的匹配实验的结果更是另人满意, 因为两幅自然图像之间除了存在平移旋转和尺度等几何差别之外, 还存在由于光线强度和方向的不同所带来的灰度等的差别, 以及其它一些尚无法预知的差别, 这些差别将直接影响到匹配结果, 使得自然图像之间的匹配变得很困难. 与 Chen 的算法相比, 在人工图像上两种算法都能给出精确的结果, 但在自然图像和人工图像加噪声时, Chen 的算法很难给出满意的结果, 而我们的算法都能给出较好的匹配结果.

对于上面  $512 \times 512$  的两幅图像 (这种方法要求两幅图像大小相同) 在 Pentium MMX200 的微机大约要运行 1min, 与经典的匹配算法相比快得多. 而且, 这种算法容易硬件实现, 因此, 它将是发展的方向.

#### 4 结语

上述是在 Chen 算法的基础上提出的改进算法, 解决了图像相位相关中图像尺寸大小不同的问题, 提出了参数之间互相迭代、相互适应的算法, 这种算法把前一步骤得到的参数送到后一步骤, 后一步骤的参数反过来再送到前一步骤, 循环几次以得到互相适应的参数, 一旦哪一步出了问题也不要紧, 因相位相关的方法可检测的位移范围很大, 只要能落在正确匹配点附近较大一个范围即可. 实验结果也表明: 这种改进的算法比 Chen 的算法有下小的提高, 特别是在匹配不同条件下得到的同一场景的自然图像上有较大的提高. 因此, 这是一种相当有潜力的算法.

#### REFERENCES

- 1 GAO Zhi-Yong, SUN Zhong-Kang, SHEN Zheng-Kang. A sequential initial location method for fast image matching in low SNR. *Acta Electronica Sinica* (高志勇, 孙仲康, 沈振康, 低 SNR 下快速图像匹配的序贯初定位方法. *电子学报*), 1989, **17**(3): 29~35
- 2 Barnea D I, Silverman H F. A class algorithm for fast digital registration. *IEEE Trans. Comput.* 1972, **C-21**: 179~186
- 3 Brown L G. A survey of image registration techniques. *ACM Computing Surveys*, 1992, **24**(4): 325~376
- 4 Dah Hye Lee, Sunanda Mitra. A hybrid registration and analysis technique for sequential complex images. *SPIE*, 1989, **1153**: 193~199
- 5 Vanderlugt D. Signal detection by complex spatial filtering. *IEEE Trans. Inf. Theory*, 1969, **10**: 130~145
- 6 Horner J L, Gianino P D. Phase-only matched filtering. *Appl. Opt.* 1984, **23**: 812~816
- 7 Castro E De, Morandi C. Registration of translated and rotated images using finite Fourier transforms. *IEEE Trans. PAMI*, 1987, **9**(6): 700~703
- 8 CHEN Qin-sheng, Michel Defrise Deconinck F. Symmetric phase-only matched filtering of Fourier-Mellin transforms for image registration and recognition. *IEEE Trans. PAMI*, 1991, **16**(12): 1156~1168
- 9 SHENG Y, Arsenault H H. Experiments on pattern recognition using invariant descriptors. *J. Opt. Soc. Amer. A*. 1986, **3**(6): 771~776

## SYMMETRIC PHASE-MATCHED FILTERING ALGORITHMS BASED ON FOURIER-MELLIN TRANSFORM

GUAN Yun-Feng HU Yong LI Jie-Gu

(Institute of Image Processing and Pattern Recognition, Shanghai Jiaotong University,  
Shanghai 200030, China)

SUN Zai-Long

(Jinhang Institute of Technical Physics, CASU, Tianjin 300192, China)

**Abstract** Based on Chen's algorithm, a new template matching algorithm was developed. The algorithm resolves the problem that two images have different sizes in frequency domain correlation, replacing the maximum by local maximum on correlation surface, puts forward an iterative matching strategy from rotation and scale parameters to translation parameter between images so that these parameters suit to each other. The matching result of aerial photographs shows that this is a promising algorithm.

**Key words** Fourier-Mellin transform, symmetric phase-matched filter, image matching.