

39-44

不变性理论用于空中目标的识别*

陈昕 向健勇^V 杨宜禾

(西安电子科技大学技术物理系, 陕西, 西安, 710071)

TP391.41

A **摘要** 以计算机视觉的不变性理论为基础, 用飞机红外图像边缘中的角点反映飞机的几何结构, 然后对飞机的角点应用变化, 以构造出两种不变特征, 实验表明这两种特征具有一定不变性. 推导了 Mahalanobis 距离的平移、旋转和仿射不变性, 并应用到空中目标的识别, 实验表明这种方法效果良好, 性能稳定.

关键词 不变量, 交比, Mahalanobis 距离.

红外 空中目标识别
不变性理论 | 红外 计算机视觉

引言

① 不变性是指几何图形在数学变换的作用下, 仍然保持不变的性质. 交比是射影变换下的基本不变量, 其它许多不变量都可以从交比推导得到. Mahalanobis 距离具有在仿射变换下的不变性. 当导引头和空中目标的位置发生变化时, 所形成的图像会发生一定变化, 但在一定的范围内, 存在一些不变量. 本文利用交比和 Mahalanobis 距离求空中目标在一定范围内的不变量, 工作是探索性的.

1 交比的应用

图 1 中, 我们把 $(AB \cdot CD) / (AD \cdot BC)$ 定义为这 4 点按顺序的交比, 并记作 (AB, CD) , 见式(1). 图 2 中设 i, j, l, m 是线束 T 的 4 直线, 则其交比如式(2).

$$(AB, CD) = \frac{AB \cdot CD}{AD \cdot BC} \quad (1)$$

$$(ij, lm) = \frac{\sin(\hat{il}) \cdot \sin(\hat{jm})}{\sin(\hat{im}) \cdot \sin(\hat{jl})} \quad (2)$$

如果线束 T 的 4 直线 i, j, l, m 被任何一条直线截于 4 点 I, J, L, M , 如图 2, 则 $(IJ, LM) = (ij, lm)$, 证明见文献[1]. 可以证明, 在射影变换的作用下, 点列的交比保持不变, 即点列的交比是射影不变量.

通常一个飞机红外图像的边缘是由线段和曲线组成的, 我们把线段和线段之间、线与曲线之间的交结点以及曲线中的大曲率点称为角点. 由于曲线可以近似地用一段或几段直线表示, 这样飞机边缘就简化为点和线段组成, 实验中我们就采用这种简化模型. 其中角点反应了飞机的几何结构, 因为顺次连接这些角点就可以得到飞机的边缘, 我们就在这些角点的基础上应用交比. 图 5 是实验中使用的模型, 这样既简化了问题, 又不妨碍对不变量的计算分析, 有利于理论原则的阐述. 实验中首先对图像进行目标分割, 找到目标并对目标进行二

* 国防预研基金资助项目, 编号 93J1A005
本文 1996 年 4 月 9 日收到, 修改稿 1996 年 7 月 9 日收到

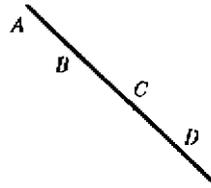


图1 共线4点的交比
Fig. 1 Cross-ratio of four colinear dots

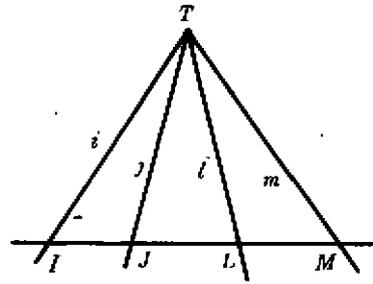


图2 共点4线的交比
Fig. 2 Cross-ratio of four co-dotted lines

值化,然后对目标进行边缘提取和搜索,并把边缘点依次记录下来,形成一个数据链.最后进行角点提取,形成角点链.由于篇幅有限,不再叙述具体算法.

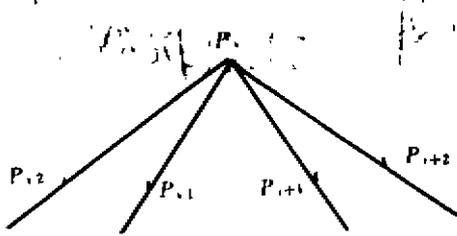


图3 飞机边缘的交比
Fig. 3 Cross-ratio of air plane edge

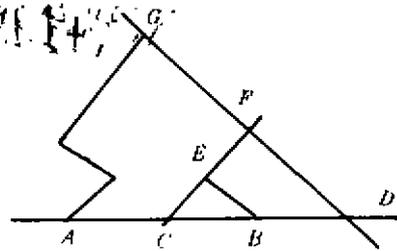


图4 飞机边缘特征
Fig. 4 Feature of air plane edge

如图3,设飞机边缘上有一角点 P_i ,在角点链中它的前两点是 P_{i-1} 和 P_{i-2} ,它的后两点是 P_{i+1} 和 P_{i+2} ,根据式(2),可求出一个交比 Cr_i ;对于每个角点,都可求出一个交比 $Cr_i [i=1, 2, \dots, N]$,由这些 Cr_i ,可得新的不变特征 $R = (\prod_{i=1}^N Cr_i)^{1/N}$,其中 N 是飞机边缘角点数.对于不同的图像,由于提取角点的起始点不相同,所以每个 Cr_i 并不相同.例如:图像1得到的交比是 Cr_i ,图像2得到的交比是 $Cr'_i, Cr_i \neq Cr'_i$,但是由于提取角点的顺序相同,实际上 $Cr'_i = Cr_{i+m}, m$ 是个可变的整数,它与两幅图中边缘搜索的起始点有关,但不管 m 取值多少, R 肯定是相同的.

图4给出另一种描述飞机外形的不变量特征,我们首先在飞机边缘上取连续点 A、B,延长 A、B 得直线 AB,沿飞机边缘逆时针依次寻找与 AB 相交的直线,得 EF 与 AB 交点 C, GF 与 AB 交点 D,显然 A、B、C、D 共线4点,可得4点交比为

$$G_s = \frac{AC \cdot BD}{AD \cdot BC}$$

对飞机边缘的任何两角点,我们都可以得到一个 Cs_i ,假设飞机的角点数为 N ,可得新的不变特征 $S = (\prod_{i=1}^N Cs_i)^{1/N}$.显然,对于不同的图像,得到的 Cs_i 不一定相等,但在一定姿态范围内,不同图像上得到的 Cs_i 序列只是在序号上对应不同,它们的积肯定相同,所以 S 也相同.

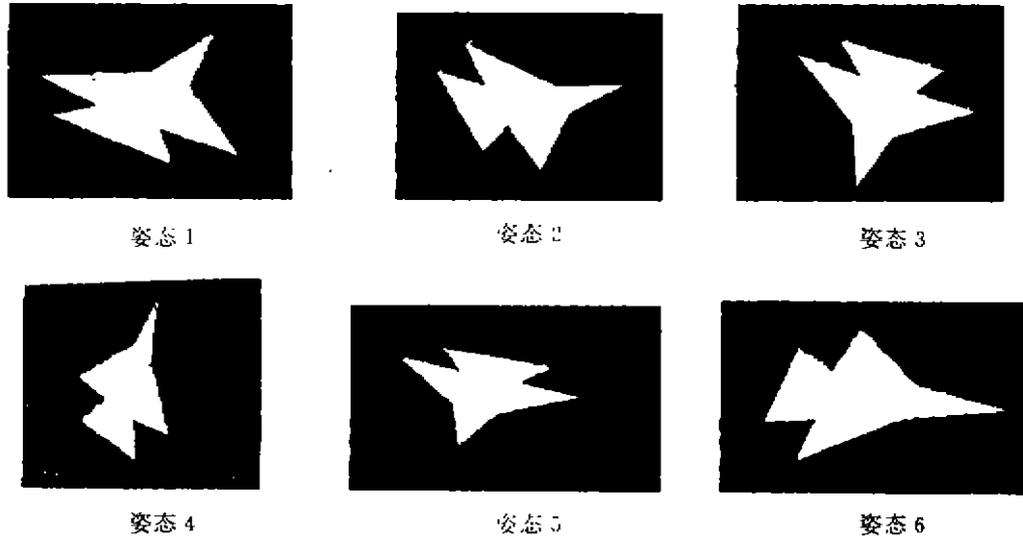


图 5 实验飞机

Fig. 5 Airplanes in the experiment

我们进行了大量实验,表 1 给出一组实验数据.实验表明,各角点的交比和两种新特征在同一飞机的一定范围内的不同姿态下具有不变性.这一方面用实验证明了交比的不变性,另一方面也说明了用交比构造的新不变特征是成功的,具有很好的实用价值.这种方法的主要误差源是图像数值化引起的误差.

表 1 飞机边缘交比

Table 1 Cross-ratio of airplane edge

姿态	1	2	3	4	5	6	方差
R	2.61376	2.54303	2.61692	2.53981	2.62007	2.52658	0.00162
cr1	14.6077	14.5622	14.6299	14.5401	14.6120	14.5581	0.00108
cr2	0.79026	0.74460	0.79232	0.74254	0.79436	0.74048	0.00062
cr3	6.52123	6.47561	6.52333	6.45355	6.54539	6.47149	0.00100
cr4	0.80887	0.76321	0.81093	0.75909	0.81299	0.73909	0.00087
cr5	3.76102	3.68535	3.78307	3.72329	3.79513	3.70924	0.00137
cr6	2.30054	2.25488	2.30259	2.25282	2.32466	2.22079	0.00129
cr7	2.20560	2.15994	2.24766	2.15788	2.20972	2.13583	0.00146
cr8	6.08878	6.04312	6.12084	6.05106	6.09289	6.01089	0.00187
cr9	0.80470	0.75904	0.82676	0.76698	0.80882	0.73492	0.00103
S	0.45699	0.35198	0.46201	0.36751	0.43704	0.34307	0.00250
cs1	1.85684	1.82112	1.86890	1.80912	1.86060	1.78706	0.00091
cs2	0.32580	0.28014	0.32786	0.27808	0.33992	0.25603	0.00097
cr3	1.62290	1.57724	1.64496	1.54518	1.62715	1.57312	0.00125
cs4	0.20859	0.16294	0.21066	0.15882	0.21272	0.16581	0.00105
cs5	0.73883	0.67316	0.76089	0.69111	0.74285	0.66910	0.00131
cs6	1.07029	1.02463	1.09235	1.04252	1.08441	1.01051	0.00092
cs7	1.21832	1.12266	1.16413	1.14060	1.19244	1.13854	0.00111
cs8	0.33678	0.27112	0.32884	0.26906	0.28965	0.21700	0.00162
cs9	1.56553	1.51987	1.56759	1.51781	1.56965	1.51575	0.00098

2 Mahalanobis 距离的应用

在数理统计中, 观察样本 x 到 μ 的 Mahalanobis 距离平方为

$$\gamma^2 = [x - \mu] \Sigma^{-1} [x - \mu]^t. \quad (3)$$

当我们把 Mahalanobis 距离应用到描述飞机边缘特征时, 式(3)中的变量定义如下: 设飞机边缘有 N 个角点, 第 i 个角点的坐标是 $[x_i, y_i]$, 则

$$x = [x_i, y_i]^t, \quad (4)$$

$$\mu = [\mu_x, \mu_y]^t = \left[\sum_{i=1}^N x_i, \sum_{i=1}^N y_i \right]^t / N, \quad (5)$$

$$\Sigma = \left\{ \sum_{i=1}^N \begin{pmatrix} x_i - \mu_x \\ y_i - \mu_y \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_i - \mu_x & -\mu_x y_i - \mu_y \end{pmatrix} \right\} / N. \quad (6)$$

下面我们来证明 Mahalanobis 距离的平移、旋转和仿射不变性.

2.1 Mahalanobis 距离的平移不变性

设飞机边缘在图像中平移了 (a, b) , 显然 $x_i - \mu_x, y_i - \mu_y$ 与平移无关, 由式(6)得 Σ 也与平移无关, 由式(3)得 Mahalanobis 距离与平移无关, 即 Mahalanobis 距离的平移不变性.

2.2 Mahalanobis 距离的旋转不变性

由于 Mahalanobis 距离有平移不变性, 为了证明方便, 我们假设 $[\mu_x, \mu_y]^t = [0, 0]^t$, 这样的假设不妨碍证明的一般性, 设旋转矩阵为 p , 有

$$p = \begin{pmatrix} \cos\theta & \sin\theta \\ -\sin\theta & \cos\theta \end{pmatrix}.$$

则旋转后点 $x = [x_i, y_i]^t$ 的新坐标为 $x' = px$. 因此旋转后的 Mahalanobis 距离的平方为

$$\gamma'^2 = [x_i, y_i] p^t \Sigma'^{-1} p \begin{pmatrix} x_i \\ y_i \end{pmatrix} = (x_i, y_i) p^t (p^t)^{-1} \Sigma^{-1} p^{-1} p \begin{pmatrix} x_i \\ y_i \end{pmatrix} = \gamma^2.$$

由此得出 Mahalanobis 距离有旋转不变性.

2.3 Mahalanobis 距离的仿射不变性

设平面上一点 p 的齐次坐标为 $(x, y, 1)$, 则在仿射变换为 $T = \begin{pmatrix} \alpha_1 & \alpha_2 & \alpha_0 \\ \beta_1 & \beta_2 & \beta_0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ 和

$\begin{vmatrix} \alpha_1 & \alpha_2 \\ \beta_1 & \beta_2 \end{vmatrix} \neq 0$ 下的新齐次坐标为 $(\alpha_{1x} + \alpha_{2y} + \alpha_0, \beta_{1x} + \beta_{2y} + \beta_0, 1)$. 如果用非齐次坐标表示, 则变换前和后的坐标分别为 $[x, y]$ 和 $[\alpha_{1x} + \alpha_{2y} + \alpha_0, \beta_{1x} + \beta_{2y} + \beta_0]$. 所以仿射变换可以表示为

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \alpha_1 & \alpha_2 \\ \beta_1 & \beta_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \alpha_0 \\ \beta_0 \end{pmatrix}.$$

上式的仿射变换相当于一个线性变换再加上一个平移. 设线性变换后 $\Sigma = P \Sigma P^2$, 线性变换后的 Mahalanobis 距离的平方为

$$r'^2 = [x_i, y_i] p' \Sigma^{-1} p' \begin{pmatrix} x_i \\ y_i \end{pmatrix} = [x_i, y_i] p' (p')^{-1} \Sigma^{-1} p^{-1} p \begin{pmatrix} x_i \\ y_i \end{pmatrix} = r^2.$$

所以 Mahalanobis 距离有线性变换不变性, 进而可得 Mahalanobis 距离有仿射变换不变性.

表 2 给出一组实验数据, 飞机姿态见图 5. 实验中, 对每个角点求出一个 Mahalanobis 距离, 最后把这些距离组成一个向量. 向量中把最大距离放在第一个, 其它的按角点顺序排列. 由表 2 可以看出, Mahalanobis 距离的确具有在一定范围内的不变性, 可以用于对空中目标的识别. 与前一种边缘交比方法相比, 后者只具有仿射变换不变性, 没有射影变换不变性, 因而前者应用范围广; 前者需要飞机边缘至少 5 个以上角点, 而后者不需要; 前者在角点较多时计算量比后者大. 当前汉字识别的研究工作是一个大家都比较感兴趣的课题. 而汉字识别中的一个重要工作是解决汉字的平移, 旋转和大小变化带来的困难. 现在人们普遍采用神经网络来解决这个难题, 并取得了一定的成果. 我们认为如果能正确的提取汉字的端点、拐点或交叉点, 然后在此基础上再求这些点的 Mahalanobis 距离向量, 也有望解决这个问题. 以上我们对 Mahalanobis 距离向量的应用所作的一些想法和分析, 有待进一步实验检验.

表 2 飞机的 Mahalanobis 距离
Table 2 Airplanes Mahalanobis distance

姿态	mah1	mah2	mah3	mah4	mah5	mah6	mah7	mah8	mah9
1	5.2503	0.7427	3.0431	0.7102	1.8341	1.9341	0.7402	3.1065	0.5643
2	5.2965	0.7332	3.1037	0.7280	1.8361	1.8873	0.9695	2.8635	0.6824
3	5.3622	0.7174	2.9555	0.7687	1.8562	1.8538	0.7731	3.0762	0.6969
4	5.2372	0.7153	2.9682	0.7310	1.8909	1.9295	0.8041	3.0101	0.7210
5	5.3283	0.7076	3.0052	0.7294	1.8430	1.8576	0.8477	3.0139	0.6955
6	5.3413	0.6768	2.9536	0.7209	1.8170	1.8238	0.7969	3.0395	0.7202
均值	5.3026	0.7155	3.005	0.7314	1.8462	1.8810	0.8053	3.0349	0.6951
方差	0.0021	0.0004	0.0029	0.0003	0.0005	0.0016	0.0019	0.0022	0.0005

参考文献

- 1 徐正伟. 计算机视觉中的不变性研究及其应用, 西安电子科技大学博士学位论文, 1992
- 2 Xuan Guorong, Chai Peiqi. *GMICV*, 1995, 130
- 3 Wang Runsheng, Liu Fang. *GMICV*, 1995, 316
- 4 朱德祥. 高等几何. 北京: 高等教育出版社, 1983

APPLICATION OF INVARIANT THEORY TO AIR-TARGET RECOGNITION*

Chen Xin Xiang Jianyong Yang Yihe

(Department of Applied Physics, Xidian University, Xian, Shaanxi 710071, China)

Abstract Based on the invariant theory, corners on the edge of an airplane were used to describe the plane's geometrical structure, and crossratio was applied for the corners to make two invariant features. The experiments show that the two features invariant in some scopes. It was deduced that the Mahalanobis distance is invariant in translation, rotation and affine deformation. So it can be used to recogniz air-targets. The experiments show that the method has good results and stable performance.

Key words invariant, cross-ratio, Mahalanobis distance.

* The project supported by the National Defence Preliminary Research Foundation