353－357

第15卷第5期　　红外与毫米波学报　　Vol. 15, No. 5
1996年10月　　J. Infrared Millim. Waves　　October, 1996

毫米波箔条长度及其误差分布

TN125
TN015

陈 静
（东北电子技术研究所，辽宁，锦州，121000）

摘要 考虑箔条的缩短效应，用两种方法导出圆柱形箔条及其它形状箔条的缩短长度，并求出最短谐振长度，理论计算与实验结果一致．还讨论了箔条长度的误差分布．

关键词 毫米波，箔条，缩短效应．

引言

目前使用的毫米波波段有8mm，3mm，2.1mm，并向更高波段发展．随着频率的提高，波长的缩短，半波长箔条的长度和公差成了关键技术．

根据电磁辐射理论，箔条感应的交变电流要向外辐射．交变电磁场中的箔条偶极子可看作臂长为$\lambda/4$的有源对称振子，其谐振长度就是输入阻抗电抗部分等于0时的长度．

毫米波半波长箔条长度很短，如果长度误差大，则要偏离规定的谐振频率．

本文用两种方法导出箔条缩短的长度，从而得到半波长箔条的谐振长度．长度误差分布计算表明，由于毫米波段可用频带宽，箔条的长度公差并不苛刻，是可实现的．长度测量结果表明，理论计算值与测量值一致．

本文导出的公式和误差分析也适用于厘米波段箔条和振子天线的设计．

1　毫米波箔条长度

1.1　解法 I

对于臂长为$\lambda/4$，以波腹电流为参考点的对称细圆柱形箔条，分别求出其输入阻抗的电阻部分R_{in}和电抗部分X_{in}[1]：

$$R_{in} = 30[2(c + \ln 2\alpha l - C_i 2\alpha l) + \sin 2\alpha l(S_i 4\alpha l - 2S_i 2\alpha l) + \cos 2\alpha l(C + \ln\alpha l + C_i 4\alpha l - 2C_i 2\alpha l)], \tag{1}$$

$$X_{in} = 30[2S_i 2\alpha l + \sin 2\alpha l(c + \ln\alpha l + C_i 4\alpha l - 2C_i 2\alpha l - 2\ln\frac{l}{a}) + \cos 2\alpha l(-S_i 4\alpha l + 2S_i 2\alpha l)], \tag{2}$$

式中$S_i x$为x的正弦积分，

$$S_i x = \int_0^x \frac{\sin u}{u} du = x - \frac{1}{3}\frac{x^3}{3!} + \frac{1}{5}\frac{x^5}{5!} - \cdots;$$

本文1995年9月4日收到，修改稿1996年5月28日收到

$C_i x$ 为 x 的余弦积分，

$$C_i x = -\int_x^{\infty} \frac{\cos u}{u} du = c + \ln x - \frac{1}{2}\frac{x^2}{2!} + \frac{1}{4}\frac{x^4}{4!} - \cdots;$$

式中 c 为欧拉常数(0.57721)，$\alpha=2\pi/\lambda$，$l=\lambda/4$；a 为箔条半径，λ 为工作波长.

由式(1)、(2)算出 $R_{in}=73.14(\Omega)$，$X_{in}=42.54(\Omega)$. 因此半波长箔条的输入阻抗为

$$Z_{in} = R_{in} + X_{in} = 73.14 + j42.54(\Omega), \tag{3}$$

在计算式(2)时，取 $\sin 2\alpha l$ 项为0(因为 $l=\lambda/4$)，由于缩短效应，实际上此项不为0(因为 $l<\lambda/4$). 因此

$$X_{in} = 42.54 + 30\sin 2\alpha l(c + \ln \alpha l + C_i 4\alpha l - 2C_i 2\alpha l - 2\ln \frac{l}{a}), \tag{4}$$

利用三角关系式

$$\sin(A - B) = \sin A\cos B - \cos A\sin B, \tag{5}$$

并注意到

$$\sin 2\alpha l = \sin 2\alpha\Delta l \approx 2\alpha\Delta l = \pi\frac{\Delta l}{l}, \tag{6}$$

式中 Δl 为箔条臂长($\lambda/4$)的缩短量.

将式(6)代入式(4)，并令 $X_{in}=0$，则缩短长度为

$$\Delta l = \frac{0.05642}{\ln(\frac{\lambda}{\pi d}) + 0.0225}\lambda, \tag{7}$$

式中 d 为箔条直径，$d=2a$. 去掉分母中的小数，半波长箔条谐振长度 $L(L=\lambda/2-2\Delta l)$为

$$L = [0.5 - \frac{0.11284}{\ln(\frac{\lambda}{\pi d})}]\lambda, \tag{8}$$

式(8)表明，半波长箔条的实际长度小于半波长，且为波长和直径的函数.

1.2 解法Ⅱ

细线谐振最大点的位置由下式确定[2]

$$\begin{pmatrix} \cot\alpha l \\ -\tan\alpha l \end{pmatrix} = \frac{\pi}{4}[2\ln(\frac{\lambda}{\pi a}) + \frac{1}{2}\ln(\frac{2\pi l}{\lambda}) - 1.87]^{-1}, \tag{9}$$

式(9)中符号意义同前. $\cot\alpha l$ 对应 1,3,5…谐振点；$-\tan\alpha l$ 对应 2,4,6,…谐振点.

用类似法对第一谐振点用式(9)求解，得到半波长箔条臂长缩短量为

$$\Delta l = -\frac{0.0625}{\ln(\frac{\lambda}{\pi d}) - 0.1269}\lambda, \tag{10}$$

式(10)中负号表示缩短. 去掉分母中的小数，箔条实际长度为

$$L = [0.5 - \frac{0.125}{\ln(\frac{\lambda}{\pi d})}]\lambda, \tag{11}$$

式(11)与式(8)相差甚小.

具有任意形状截面处在自由空间的长导体，在离导体足够远的距离上，磁力线为圆形，与截面形状无关.把该导体放入圆形导电金属筒中不会破坏场形，并满足边界条件.内导体分别为薄矩形截面和圆形截面空气填充的同轴线，其特性阻抗分别为

$$Z' = 60\ln\frac{2D}{d'}, \tag{12}$$

$$Z = 60\ln\frac{D}{d}, \tag{13}$$

式中 D 为同轴线外导体内直径；d 为圆形截面内导体直径，d' 为薄矩形截面内导体宽度，则很容易求出等效直径 $d=\frac{d'}{2}$. 因此由式(8)或式(11)求得半波长矩形截面箔条的长度为

$$L = [0.5 - \frac{0.11284}{\ln(\frac{2\lambda}{\pi d'})}]\lambda. \tag{14}$$

当考虑矩形截面厚度时，可从文献[3]中查出等效直径，再计算长度.

2　毫米波箔条长度误差分布

箔条根数很多，相互独立，每根箔条对总和只起微小的作用.根据中心极限定理，箔条长度误差分布符合正态分布.对于按正态分布的误差，当均方差已知时，可算出不同误差值的概率.

设随机变量 ξ 的分布密度为[4]

$$\varphi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma}e^{-\frac{(x-a)^2}{2\sigma^2}}, \tag{15}$$

正态分布的分布函数为

$$F(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma}\int_{-\infty}^{x} e^{-\frac{(x-a)^2}{2\sigma^2}}\mathrm{d}x. \tag{16}$$

考虑服从正态分布的随机变量 ξ 落在区间 (x_1, x_2) 内的概率

$$P(x_1 < \xi < x_2) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma}\int_{x_1}^{x_2} e^{-\frac{(x-a)^2}{2\sigma^2}}\mathrm{d}x. \tag{17}$$

置换变量，令

$$t = \frac{x-a}{\sigma}, \quad t_1 = \frac{x_1-a}{\sigma}, \quad t_2 = \frac{x_2-a}{\sigma},$$

式中 a 为数学期望；σ 为均方差. 则式(17)变成

$$P(x_1<\xi<x_2)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{t_1}^{t_2}e^{-\frac{t^2}{2}}dt. \tag{18}$$

对于误差为正态分布

$$|x_1-a|=|x_2-a|=|x-a|=|\Delta_{max}|.$$

则不超过最大误差 Δ_{max}的概率为

$$P(\xi<|\Delta_{max}|)=\frac{2}{\sqrt{2\pi}}\int_0^{\frac{\Delta_{max}}{\sigma}}e^{-\frac{t^2}{2}}\mathrm{d}t. \tag{19}$$

设

$$P(|\Delta_{丝}|<|\Delta_{max}|)=\frac{2}{\sqrt{2\pi}}\int_0^{\frac{\Delta_{max}}{\sigma}}e^{-\frac{t^2}{2}}dt=0.99,$$

则 $\Delta_{max}=2.58\sigma$，这样

$$P(|\Delta_{丝}|<|\Delta_i|)=\frac{2}{\sqrt{2\pi}}\int_0^{\frac{2.58\Delta_i}{\Delta_{丝}}}e^{-\frac{t^2}{2}}\mathrm{d}t, \tag{20}$$

式中 Δ_i 为可能的不同值的最大值；$\Delta_{丝}$ 为箔条丝长度公差(即均方差)．当 $\sigma=0.3$mm 时，

$$P(|\Delta_{丝}|<|\Delta_i|)=\frac{2}{\sqrt{2\pi}}\int_0^{\frac{2.58\Delta_i}{0.3}}e^{-\frac{t^2}{2}}\mathrm{d}t, \tag{21}$$

误差分布的计算结果见表 1.

表 1 误差分布的计算结果

Table 1 Calculation of the error distribution

Δ_i(mm)	$P(\lvert\Delta_{丝}\rvert<\lvert\Delta_i\rvert)$(%)
0～0.1	61
0.1～0.2	30
0.2～0.3	8
>0.3	1

表 1 中数据表明，误差取 0.3mm 时，91%箔条的误差实际上小于 0.2mm；如果按 3σ 定律，95%以上的箔条误差小于 0.2mm. 说明毫米波箔条的长度公差并不苛刻，是可实现的.

3 测试结果

箔条材料直径和工作波长如表 2 所示. 半波长箔条实际长度计算值和测试值也一并表示在表 2 中.

表 2　计算值与测试值

Table 2 Calculated and measured values

λ(mm)	d(μm)	式(8)计算值(mm)	式(11)计算值(mm)	测试值(mm)
10.931	35	5.19	5.17	5.01
9.196	35	4.36	4.33	4.11
8.773	35	4.16	4.13	4.22
8.000	23	3.80	3.78	3.70

表 2 说明测试结果与理论计算值一致，式(11)计算值更接近测试值.

参考文献

1　Айзенберг г з，*Антенны для магистральных радносвядей*，Связьиздат，1948．毕德显，叶根涵，蒋同泽译，天线，北京：人民邮电出版社，1953，115～128

2　Van Vleck J H，Bloch F，Hamermesh M．*Journal of Applied Physics*，1947，18(3)，274～294

3　The Microwave Engineers' Handbook，*Horizon House*，*Inc*，1964，87

4　沈恒范．概率论讲义．北京：人民教育出版社，1966，53～55，127～130

MILLIMETER WAVE CHAFF LENGTH AND ITS ERROR DISTRIBUTION

Chen Jing

(*Northeast Research Institute of Electronic Technology*,

Jinzhou, *Liaoning* 121000, *China*)

Abstract　The shortening length of chaff was derived based on the shortening effect of chaff by two methods. The theoretical calculation is consistent with the experimental results. The error distribution of chaff length was discussed, too.

Key words　MMW; chaff; shortening effect