

铁磁膜双皱纹波导中非线性 静磁表面波的禁带频移*

施解龙 王奇 鲍家善

(上海大学物理系, 上海, 201800)

摘要 揭示了双皱纹铁磁膜周期波导中静磁表面波的非线性磁化响应导致系统的频率禁带下移和变宽的特性. 波导上下表面皱纹间的空间位相差对频率禁带宽度有重要影响, 它削弱导波功率的非线性效应, 在一定的条件下, 它使系统的禁带消失.

关键词 周期波导, 静磁波, 禁带.

引言

具有周期结构的波导虽已成为集成光学和微波器件的重要组成部分, 但其导波特性的仍是当今导波理论和实验研究的热门课题^[1,2]. 对周期波导的研究虽然早已扩展到对铁磁膜波导中的静磁波特性的探索, 并取得了重要进展^[3,4]. 但是对铁磁膜波导中静磁波的非线性传播效应尚未见文章分析. 本文尝试在理论上探讨这个问题. 我们对非周期结构的铁磁膜中的非线性静磁波传播特性做了一些探索.^[5-8] 在此基础上, 本文进一步在理论上分析和揭示了静磁表面波的传播功率对铁磁膜双周期结构波导系统的频率禁带的影响.

1 基本方程

周期性皱纹铁磁膜波导的结构如图1所示, 外偏置静磁场 \vec{H}_0 沿 z 方向施加. 在 x 方向上, 其衬底、波导和包层分别用数字 1、2 和 3 标注, 膜层平均厚度为 d . 皱纹波导上下表面的坐标分别表示为:

$$x = d + \zeta_1(y) = d(1 + \epsilon_1 e^{iQy} + \epsilon_1^* e^{-iQy}), \quad (1)$$

$$x = \zeta_2(y) = d(\epsilon_2 e^{i(Qy+\phi)} + \epsilon_2^* e^{-i(Qy+\phi)}); \quad (2)$$

式中 $\epsilon_i (i=1,2)$ 是表面调制强度, ϵ_i^* 是 ϵ_i 的复共轭, $|\epsilon_i|d$ 为皱纹幅度, $Q=2\pi/\Lambda$ 是皱纹的空间波数, Λ 是空间周期, ϕ 是上下两表面皱纹间的空间位相差. 需要指出的是, 为了忽略表面

* 国家自然科学基金资助项目

本文 1994 年 12 月 22 日收到, 修改稿 1995 年 5 月 5 日收到

皱纹引起的退磁场, ϵ_r 值必须满足 $|\epsilon_r| \ll 1$, 在下面的数值计算中取 $|\epsilon_r|$ 最大为 0.1.

在膜层中, 一个波矢为 q 沿 $+y$ 轴或 $-y$ 轴传播的波, 在满足布拉格衍射条件 ($q = mQ/2$) 时, 能被皱纹壁反射, 这里 $m = 1, 2, \dots$ 是正整数.

在表面皱纹存在时, 膜层中的表面波场受到空间调制, 产生无限多个散射子波以满足周期性边界条件, 因此, 在空气、膜层和衬底中的静磁波磁势必定有 Floquet 形式^[9]:

$$\Psi = \sum_n A_n [e^{q_n x} + \alpha e^{-q_n x} + \eta_n] e^{i(q_n y - \omega t)}, \quad (3)$$

$$q_n = q_0 + nQ; \quad (4)$$

式中 η_n 是依赖于波功率的非线性项^[6], 它正比于 $|A_n|^2$.

在空气和基质中没有磁化效应, $\eta_n = 0$.

虽然膜层的空间周期微扰导致波场无限多个散射子波, 但只有布拉格频率 ω_B 上下相邻的两级子波在相位上保持同步, 并有较大的振幅. 其它各级子波都可以忽略^[10]. 这两个相邻级子波通过布拉格衍射耦合起来形成一对反向传播的耦合波. 事实上, 波在这样一个周期波导膜中传播是第 n 级空间谐波直接与第 $n-1$ 级或 $n+1$ 级谐波耦合, 间接与其它级谐波相耦合. 不失一般性, 把这两个相邻级子波记为 $n=0$ 和 $n=-1$, 基于这样的物理事实, 方程(3)可缩减为一个简单的形式. 当 $q_0 = Q/2$ 时, 这两级子波就是传播方向相反的导波. 在膜层的上下表面, 静磁表面波的场强具有最大值, 波的传播方向由 $\vec{H}_0 \times \vec{n}$ 方向决定, 其中 \vec{n} 是膜层表面的外法向. 在 \vec{H}_0 沿 z 向施加的情况下, 膜层上表面上的波沿 $+y$ 方向传播, 下表面上的波沿 $-y$ 方向传播, 传播波矢分别为 q_+ 和 q_- , 下脚标 $+$ 和 $-$ 分别对应 $+y$ 和 $-y$ 方向.

在皱纹表面, 利用上述边界条件^[11]得到下列关系

$$A_+(F_+ + Y_+) = A_-G_-, \quad (5)$$

$$A_-(F_- + Y_-) = A_+G_+; \quad (6)$$

式(5)和(6)可认为是耦合波方程, 其中 A_+ 和 A_- 分别是上下表面波的振幅, 并有

$$F_{\pm} = \omega_H^2 + \omega_H \omega_M - \omega^2 + \frac{\omega_M^2}{4} (1 - e^{-2|q_{\pm}|d}), \quad (7)$$

$$Y_{\pm} = \frac{1}{4} e^{\mp q_{\pm} d} (\omega_H^2 - \omega^2) [\mu_1 \mp \mu_2 + 1] V_{1\pm} + (\mu_1 \mp \mu_2 - 1) V_{2\pm} e^{\mp q_{\pm} d}, \quad (8)$$

$$\begin{aligned} G_{\pm} &= \pm \frac{1}{4} e^{\mp q_{\pm} d} (\omega_H - \omega^2) q_{\pm} d \{ \epsilon_1 (\mu_1 \pm \mu_2 + 1) [(\mu_1 \pm \mu_2 - 3) e^{\mp q_{\pm} d} + \alpha_{1,2} (\mu_1 \mp \mu_2 - 1) e^{\mp q_{\pm} d}] \\ &\quad - \epsilon_2 e^{\mp q_{\pm} d} (\mu_1 \pm \mu_2 - 1) [(\mu_1 \pm \mu_2 - 1) + \alpha_{1,2} (\mu_1 \mp \mu_2 - 3)] e^{\mp q_{\pm} d} \} \\ &= G_{\pm 1} - G_{\pm 2}; \end{aligned} \quad (9)$$

这里 $G_{\pm 1}, G_{\pm 2}$ 是 ϵ_1 和 ϵ_2 的函数, V_1 和 V_2 取决于表面波强度 $|A_{\pm}|^2$, 因此 Y_{\pm} 是表面波强度的函数. 很明显, 方程(9)中的 G_+ 和 G_- 是复数, 它们可写为 $G_{\pm} = G_{\pm}^{(r)} + iG_{\pm}^{(i)} = |G_{\pm}| e^{i\theta_{\pm}}$; 不难证明, $G_{+1}G_{-2} = G_{+2}G_{-1}$ 和 $G_+^{(r)}G_-^{(i)} + G_+^{(i)}G_-^{(r)} = 0$, 由此推出 $\theta_+ + \theta_- = 0$, 因而 G_+G_- 是纯实数.

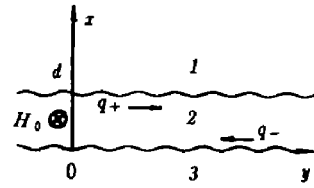


图1 周期性双皱纹铁磁薄膜结构和坐标系
Fig. 1 The doubly periodically corrugated ferromagnetic film structure and the coordinate system

2 禁带频移

如果 ω_B 是系统没有空间微扰时波数为 $Q/2$ 的波导具有的 ω 值,那么对一个上下表面完全光滑的铁磁膜波导层,线性静磁表面波满足 Damon-Eshbach 色数关系 $F_{\pm}(\omega_B, Q/2) = 0$ ^[12]. 为进一步研究表面皱纹、波功率和关于布拉格频率的失谐量对色散关系的影响,我们把方程(7)中 F_{\pm} 在 $(\omega_B, Q/2)$ 点附近展开,得到

$$F_{\pm} = \pm \frac{\partial F_{\pm}(\omega_B, \frac{Q}{2})}{\partial q} \Delta q + \frac{\partial F_{\pm}(\omega_B, \frac{Q}{2})}{\partial \omega} \Delta \omega = \pm \frac{1}{2} \omega_M^2 d e^{-Qd} \Delta q - 2\omega_B \Delta \omega; \quad (10)$$

联立式(5)和(6)可导出

$$(F_+ + Y_+)(F_- + Y_-) = G_+ G_- \quad (11)$$

把式(8)~(10)代入式(11)得到表面波波数改变量 Δq 在 $(\omega_B, Q/2)$ 附近表达式

$$(\Delta q)_{1,2} = \frac{1}{d\omega_M^2} e^{Qd} \{ -(Y_+ - Y_-) \pm \sqrt{(Y_+ - Y_-)^2 + 4[4\omega_B^2(\Delta\omega)^2 - 2\omega_B\Delta\omega(Y_+ + Y_-) - G_+G_-]} \}; \quad (12)$$

由式(12)可见,波矢的修正量 Δq 是由皱纹因素 G_{\pm} ,系统的非线性量 Y_{\pm} 和关于布拉格频率的失谐量 $\Delta\omega$ 所共同贡献. 显然,由于 $Y_{\pm} \neq 0$, $(\Delta q)_{1,2}$ 既可以是实数也可以是复数. $(\Delta q)_{1,2}$ 为复数时,系统出现频率禁带,禁带半宽度为

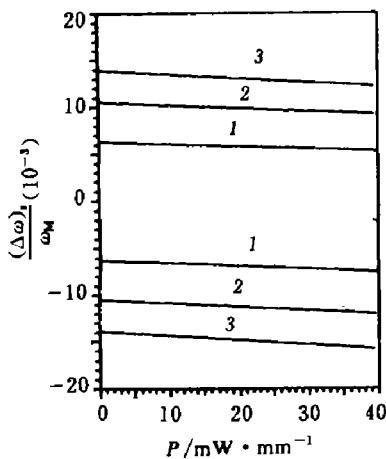


图2 归一化的禁带宽度 $\frac{(\Delta\omega)_1}{\omega_M}$

与功率的变化关系 ($\phi = 0.75\pi$,

$\epsilon_1 = \epsilon_2 = 0.1, d = 10\mu\text{m}$,

1: $\omega_B = 2.13 \times 10^{10} \text{rad/s}$,

2: $\omega_B = 2.2 \times 10^{10} \text{rad/s}$,

3: $\omega_B = 2.27 \times 10^{10} \text{rad/s}$

Fig. 2 Variations of the normalized stopbands

$\frac{(\Delta\omega)_1}{\omega_M}$ with the wave power at $\phi = 0.75\pi$

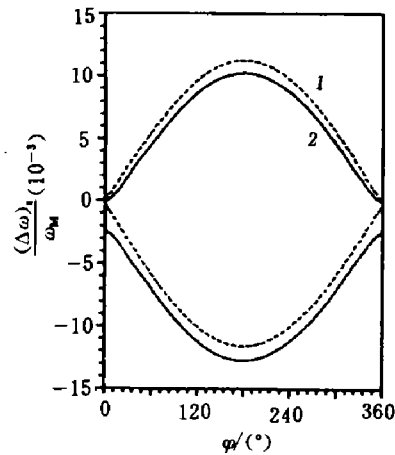


图3 给定频率时 ($\omega_B = 2.2 \times 10^{10} \text{rad/s}$), 归一化的禁带宽度 $\frac{(\Delta\omega)_1}{\omega_M}$

与空间位相差 ϕ 变化关系

1: $P = 5 \text{mW/mm}$, 2: $P = 35 \text{mW/mm}$

Fig. 3 Variations of the normalized stopbands $\frac{(\Delta\omega)_1}{\omega_M}$ with spatial phase difference ϕ at $\omega_B = 2.2 \times 10^{10} \text{rad/s}$

for two power values.

$$(\Delta\omega)_{s1} = \frac{1}{4\omega_B} \{ (Y_+ + Y_-) + 2\sqrt{Y_+Y_- + G_+G_-} \}, \quad (13)$$

$$(\Delta\omega)_{s2} = \frac{1}{4\omega_B} \{ (Y_+ + Y_-) - 2\sqrt{Y_+Y_- + G_+G_-} \}; \quad (14)$$

$$\text{总的禁宽度是} \quad (\Delta\omega)_s = (\Delta\omega)_{s1} - (\Delta\omega)_{s2} = \frac{1}{\omega_B} \sqrt{Y_+Y_- + G_+G_-}. \quad (15)$$

式(15)中的非线性项 Y_+ 和 Y_- 表明, 波功率使得系统的禁带不再关于布拉格频率 ω_B 对称. 数值计算表明 Y_+ 和 Y_- 值是负值, 这使得总禁带下移并且变宽. 图 2 表示禁带宽度 $(\Delta\omega)_s$ 与静磁表面波 (MSSW) 功率的依赖关系. 显然, 频率 ω_B 越高, $(\Delta\omega)_s$ 对功率的依赖性越强.

另一方面, $(\Delta\omega)_s$ 也是表面皱纹的空间位相差 ϕ 的函数. 由方程(9)和 $G_{+1}G_{-2} = G_{+2}G_{-1}$ 条件可得:

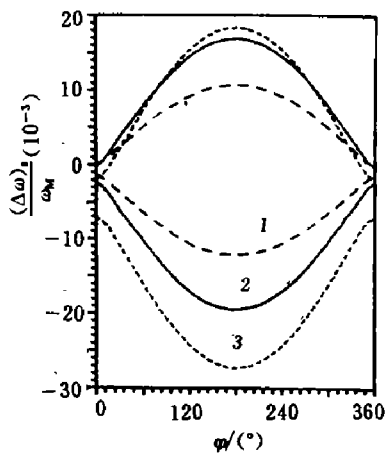


图 4 给定功率时 ($P=20\text{mW/mm}$) 规一化的禁带宽度 $\frac{(\Delta\omega)_s}{\omega_M}$ 与空间位相差 ϕ 依赖关系

- 1: $\omega_B = 2.2 \times 10^{10} \text{rad/s}$,
- 2: $\omega_B = 2.33 \times 10^{10} \text{rad/s}$,
- 3: $\omega_B = 2.39 \times 10^{10} \text{rad/s}$

Fig. 4 Dependence of $\frac{(\Delta\omega)_s}{\omega_M}$ upon ϕ at 20

mW/mm for three different Bragg frequencies

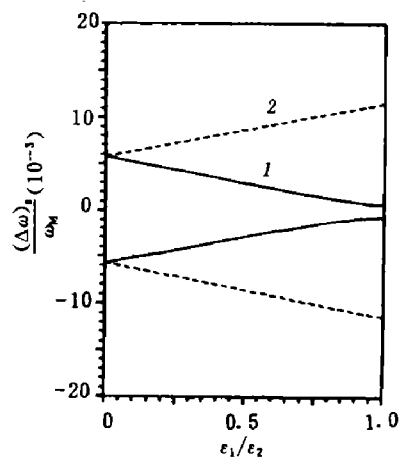


图 5 $(\Delta\omega)_{s\min}$ (实线) 和 $(\Delta\omega)_{s\max}$ (虚线) 与 ϵ_1/ϵ_2 的依赖关系

$P=20\text{mW/mm}$, $\omega_B=2.2 \times 10^{10}$

rad/s, $\epsilon_2=0.1$)

Fig. 5 Dependence of $(\Delta\omega)_{s\min}$ (solid line) and

$(\Delta\omega)_{s\max}$ (dashed line) upon

ϵ_1/ϵ_2 at $P=20\text{mW/mm}$,

$\omega_B=2.2 \times 10^{10} \text{rad/s}$, $\epsilon_2=0.1$

$$G_+G_- = G_{+1}G_{-1} + G_{+2}G_{-2}\cos\phi, \quad (16)$$

式(16)表明, 当 $\phi = 2n\pi$ ($n=0, 1, 2, \dots$) 时, G_+G_- 有极小值, 即 $(G_+G_-)_{\min} = [\sqrt{(G_{+1}G_{-1})} - \sqrt{(G_{+2}G_{-2})}]^2 > 0$, 与 $(G_+G_-)_{\min}$ 对应, 系统禁带宽度具有最小值. 如果 $\epsilon_1 = \epsilon_2$, 那么 $(G_+G_-)_{\min} = 0$. 由式(15)可见, 对于一个非线性系统, $(G_+G_-)_{\min} = 0$ 时导出的最小禁带宽度是 $\sqrt{Y_+Y_-}/\omega_B$, 它由频率为 ω 的 MSSW 功率决定. 对于一个线性系统, $Y_+ = Y_- = 0$, $(G_+G_-)_{\min} = 0$, 这意味着双皱纹铁磁膜波导在 $\phi = 2n\pi$ 线性情况下, 系统禁带宽度消失, 周期性皱纹薄膜波导的行为如同光滑表面的薄膜波导一样. 另一方面, 对 $\phi = (2n+1)\pi$, G_+G_- 达到最大值 $(G_+G_-)_{\max} = (\sqrt{G_{+1}G_{-1}} + \sqrt{G_{+2}G_{-2}})^2$, 它对应系统最大的禁带宽度. 在 $\epsilon_1 = \epsilon_2$ 情况下,

它成为 $(G_+G_-)_{\max} = 4G_+G_- = 4G_{+2}G_{-2}$.

图 3 表示在给定的布拉格频率和导波功率下,禁带宽度随 ϕ 的变化.有明显,禁带宽度对上下表面皱纹相位差 ϕ 的依赖很强.在 $\phi = 2n\pi$,由于 $G_+G_- = 0$, $Y_+ \approx Y_-$,因此, $(\Delta\omega)_{s1} \approx 0$, $(\Delta\omega)_{s2} = Y_{\pm}/\omega_B$.图 4 显示在一定功率下,针对三个不同的布拉格频率,禁带对 ϕ 的依赖关系.很明显,膜层的空间布拉格频率越高,禁带宽度对表面皱纹的空间相位差 ϕ 的依赖越灵敏.值得注意的是, ϵ_1 和 ϵ_2 的相对大小对 $(G_+G_-)_{\min}$ 和 $(G_+G_-)_{\max}$ 值有较大影响,因而对禁带宽度极小值 $(\Delta\omega)_{\min}$ 和极大值 $(\Delta\omega)_{\max}$ 也产生较大的影响.图 5 显示最一般的情况,当 $\epsilon_1/\epsilon_2 = 0$ 时,对应于单表面皱纹薄片结构,我们有 $(\Delta\omega)_{\min} = (\Delta\omega)_{\max}$.当 ϵ_1/ϵ_2 值增加时, $(\Delta\omega)_{\min}$ 变小, $(\Delta\omega)_{\max}$ 变大.显然,当表面调制强度相等 ($\epsilon_1/\epsilon_2 = 1$), ϕ 从 0 到 π 变化时, $(\Delta\omega)_s$ 有最大的变化范围.

参考文献

- 1 Empsten A, Veretennicoff I. *IEEE. J. Quantum Electron*, 1990, **QE-26**:1089
- 2 Yasumoto K, Kubo H. *J. Opt. Soc. Am. A*, 1990, **7**:2069
- 3 Tsutsumi M. *et al. IEEE Trans. Microwave Theory and Tech.*, 1977, **MTT-25**:224
- 4 Gulyaev Y V, Nikitov S A. *Sov. Phys. Solid State*, 1981, **23**:2138
- 5 Boardman A D, 鲍家善, 王 奇, 等. *物理学报*, 1991, **40**:1703
- 6 王 奇, 鲍家善, 蔡英时. *物理学报*, 1993, **42**:2005
- 7 王 奇, Boardman A D, 鲍家善, 等. *中国科学(A 辑)*, 1994, **24**:160
- 8 王 奇, Boardman A D, 鲍家善, 等. *红外与毫米波学报*, 1994, **13**(2):131
- 9 Peng S T, Tamir T, Bertoni H L. *IEEE Trans. Microwave Theory and Tech.*, 1975, **MTT-23**:123
- 10 Elachi C. *IEEE Trans. Mags.*, 1975, **MAG-11**:36
- 11 Boardman A D, Nikitov S A, Qi Wang. *IEEE Trans. Mags.* 1994, **30**:1
- 12 Damon R D, Eshbach J E. *J. Phys. Chem. Solids*, 1961, **19**:308

STOPBAND SHIFTS OF NONLINEAR MAGNETOSTATIC SURFACE WAVE IN FERROMAGNETIC SLABS WITH DOUBLE CORRUGATED SURFACES*

Shi Jielong Wang Qi Bao Jiashan

(Physics Department, Shanghai University, Shanghai 201800, China)

Abstract The nonlinear effects of stopband shift downward and widening induced by the magnetostatic surface wave power in ferromagnetic slabs with double corrugated surfaces were investigated. The spatial phase difference between the two surfaces of the slab has significant influence on the width of stopband and weakens the nonlinear effects of the wave power. Under certain conditions it makes the stopband of the system disappear.

Key words periodical waveguide, magnetostatic wave, stopband

* The project supported by the National Natural Science Foundation of China