

# 非均匀介质填充波导法传输特性的数值模式匹配分析法\*

潘锦 聂在平

(电子科技大学微波工程系, 四川, 成都, 610054)

**摘要** 用数值模式匹配理论研究了非均匀介质填充波导混合模问题的全波分析方法. 给出了波导中的统一色散方程和完整的电磁场表达式, 以部分介质填充波导为例进行了计算, 所得结果与文献报道相吻合.

**关键词** 波导, 混合模, 非均匀, 数值模式匹配, 色散特性.

## 引言

数值模式匹配法是在 W. C. Chew<sup>[1-4]</sup>等应用的一种解析-数值计算基础上发展起来的. 其特点是能容易地模拟二维非均匀复杂边界, 对二维的结构仅需进行一维数值模拟, 而且对于恰当的基函数选择, 无需作任何数值积分, 就可得到复杂边值问题的电磁场解. 本文作为该高效计算方法的一个应用, 讨论了单导体板和平行导体板所在非均匀媒质空间中的广义反射算子矩阵; 推导了矩形波导中二维非均匀填充介质问题的统一色散方程和电磁场的完整表达式, 并讨论了相关问题的传输特性. 由于所给出的公式皆为不含数值积分的代数表达式, 所以该算法便于计算机处理, 因而具有高效的数值计算能力.

## 1 基本理论和算法

对垂直于  $y$  轴的导体平面所确定的半空间, 任意非均匀复数媒质可用  $\epsilon(x)$ 、 $\mu(x)$  和  $\sigma(x)$  表示; 根据建立在直角坐标系下的数值模式匹配理论<sup>[1]</sup>, 包含关于  $x$  的 TE 和 TM 波混合模构成的电磁场全波表达式为

$$\bar{A}_x = \bar{F}'_{(x)} \{ \exp(j\bar{K}|y-y_s|) \bar{F}_{S\pm} + \exp[-j\bar{K}(y-d)] \bar{R}_{12} \exp(j\bar{K}|d-y_s|) \bar{F}_{S+} \}, \quad (1)$$

式(1)中  $\bar{A}_x$  是由 TM 波和 TE 波相应的电磁场分量  $D_x$  和  $B_x$  构成的列矢量;  $y_s$  和  $d$  是源和导体板的  $y$  坐标. 另外在式(1)中,

\*国家自然科学基金资助项目

本文 1995 年 4 月 12 日收到, 修改稿 1995 年 8 月 16 日收到

$$\bar{A}_x = \begin{bmatrix} D_x \\ B_x \end{bmatrix}, \quad \bar{K} = \begin{bmatrix} \bar{K}_\epsilon & O \\ O & \bar{K}_\mu \end{bmatrix}, \quad \bar{F}'_{\pm}(x) = \begin{bmatrix} f'_\epsilon(x) & O \\ O & f'_\mu(x) \end{bmatrix}, \quad \bar{R}_{12} = \begin{bmatrix} \bar{R}_{ee} & \bar{R}_{me} \\ \bar{R}_{em} & \bar{R}_{mm} \end{bmatrix}; \quad (2)$$

其中  $\bar{K}_p (p = \epsilon \text{ 或 } \mu)$  由各模式的  $y$  向传播常数  $k_{poy}$  排成对角矩阵;  $f'_p(x)$  是由数值模式表示的本征函数矢量, 可应用数值模式匹配理论简单求得<sup>[1]</sup>,  $\bar{F}_{\pm}$  是由具体激励源决定的激励系数矢量, 符号“±”分别表示  $y \geq y_s$  和  $y \leq y_s$ , 即  $\bar{R}_{12}$  是由导体板产生的反射构成的反射算子矩阵, 根据导体板的边界条件可求出其元素为:

$$\bar{R}_{em} = 0, \bar{R}_{me} = 0, \bar{R}_{ee} = -\bar{I}, \bar{R}_{mm} = \bar{I}, \quad (3)$$

由此可发现导体板产生的反射不会在 TE 波和 TM 波之间引起耦合, 空间中的电磁场可以存在关于  $x$  的独立 TE 波和 TM 波, 并且导体板对 TM 波反射时将产生相位翻转, 而对 TE 波则不然.

图 1 给出的模型, 表示出一个平行导体板间的二维非均匀介质填充问题. 该二维非均匀性在  $y$  方向为水平分层, 而在  $x$  方向媒质参数可以是关于  $x$  的任意函数. 图 1 所示模型中, 在  $x$  方向的左右两端可以施加另外的边界, 如放置导体板构成矩形波导结构, 其下的讨论和推导同样成立. 因为在  $x$  方向是采用数值模式来构造本征函数.  $x$  方向两端面的边界条件可通过选择基函数来保证. 在图 1 中, 任一分区中的电磁场的全波表达均由下式给出<sup>[1]</sup>:

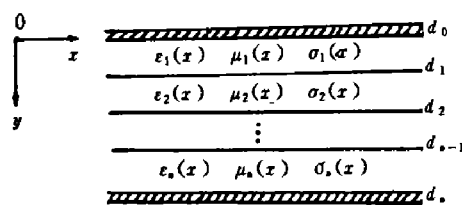


图 1 平行导体板间的二维非均匀结构  
Fig. 1 The 2-D inhomogeneous structure between conductor plates

$$\bar{A}_{nx} = \bar{F}'(x) \{ \exp(j\bar{K}_n y) + \exp[-j\bar{K}_n(y-dn)] \bar{G}_{n,n+1} \exp(j\bar{K}_n d_n) \} \bar{A}_n, \quad (4)$$

式(4)中下标  $n$  表示第  $n$  个水平分区;  $\bar{A}_n$  是各模式波幅构成的列矢量;  $\bar{G}_{n,n+1}$  表示  $d_n$  处的界面对  $n$  区中的入射场产生的广义反射, 可通过递推公式求出<sup>[1]</sup>. 根据递推公式并结合式(3)的结果和  $d_0$  处导体边界条件进而推出图 1 结构的统一色散方程:

$$\begin{vmatrix} \bar{I} + \exp(j\bar{K}_{1\epsilon} d_1) \bar{G}_{12ee} \exp(j\bar{K}_{1\epsilon} d_1) & \exp(j\bar{K}_{1\epsilon} d_1) \bar{G}_{12me} \exp(j\bar{K}_{1\epsilon} d_1) \\ -\bar{K}_{1\mu} \exp(j\bar{K}_{1\mu} d_1) \bar{G}_{12em} \exp(j\bar{K}_{1\epsilon} d_1) & \bar{K}_{1\mu} [\bar{I} - \exp(j\bar{K}_{1\mu} d_1) \bar{G}_{12mm} \exp(j\bar{K}_{1\mu} d_1)] \end{vmatrix} = 0; \quad (5)$$

在式(5)中, 波导问题的传播常数  $k_z$  由  $k_z^2 = k_{pas}^2 - k_{pay}^2$  给出, 其中  $k_{pas}$  是数值模式的特征值, 可由文献[1]求出. 另外, 通过式(4)给出的  $D_x$  和  $B_x$  全波表达式, 波导中各区的电磁场其它分量可由横纵关系得到<sup>[5]</sup>.

## 2 计算实例

图 2 给出 4 种介质填充波导模型. 将式(5)用于图 2 结构可得简化色散关系:

$$|\sin \bar{K}_{1\mu} d_1| = 0;$$

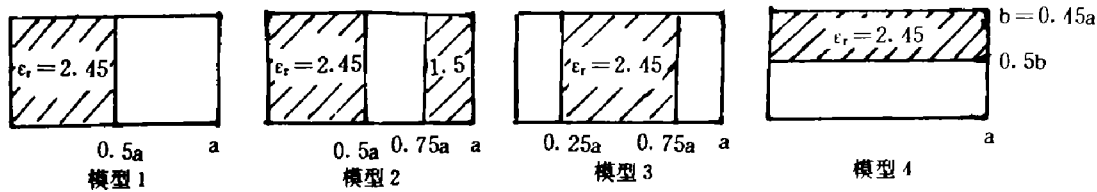


图 2 几个矩形介质填充波导的计算模型

Fig. 2 Some models of dielectric-filled rectangular waveguides for numerical calculation

由此求出各模式的相位常数为

$$(k_z)_p = [k_{pas}^2 - (\frac{m\pi}{d_1})^2]^{1/2},$$

其中,  $p = \epsilon$  或  $\mu$ , 分别对应于 TM 波和 TE 波. 由场的统一表达式(4)可得到电磁场为:

$$\begin{cases} D_x = \bar{f}_e(x) \sin \bar{K}_e(y-d_1) \bar{A}_e, \\ B_x = \bar{f}_e(x) \cos \bar{K}_e(y-d_1) \bar{A}_e; \end{cases} \quad (6)$$

由此可知, TM 波和 TE 波的最低模分别由  $m = 1$  和  $m = 0$  确定. 波导的主模由下列关系式确定:

$$k_x = \max[(k_x)_{11}^{TM}, (k_x)_{10}^{TE}], \quad (7)$$

即对于 E 面填充的波导, 主模为 TE<sub>10</sub> 波; 而 H

面填充波导的主模为 TM<sub>11</sub> 波. 由上述公式给出了图 2 中模型相关截止频率和主模工作带宽等的计算结果; 图 3 给出了模型 3 色散特性的计算结果与文献[6]结果的比较, 图中曲线表明两者相吻合.

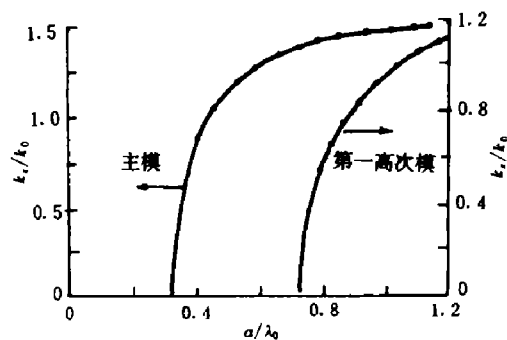


图 3 模型 3 的色散特性曲线

— 本文 · 文献[6]

Fig. 3 The dispersion characteristic curves for model 3: — this paper, · reference (6)

表 1 各模式的截止频率与主模工作带宽(a=22.86mm)

Table 1 Cut-off frequencies and the leading mode operating bandwidths for models 1-4

模型	TE 波		TM 波		主模	第一高次模	主模工作带宽 (MHz)
	模式	截止频率(MHz)	模式	截止频率(MHz)			
mod. 1	TE <sub>10</sub>	4894.387	TM <sub>11</sub>	10099.486	TE <sub>10</sub>	TM <sub>11</sub>	5205.162
	TE <sub>20</sub>	10604.558	TM <sub>21</sub>	13776.666			
mod. 2	TE <sub>10</sub>	4852.721	TM <sub>11</sub>	10089.584	TE <sub>10</sub>	TM <sub>11</sub>	5236.859
	TE <sub>20</sub>	10456.306	TM <sub>21</sub>	13062.980			
mod. 3	TE <sub>10</sub>	4424.646	TM <sub>11</sub>	11167.980	TE <sub>10</sub>	TE <sub>20</sub>	5377.289
	TE <sub>20</sub>	9801.935	TM <sub>21</sub>	13969.237			
mod. 4	TE <sub>10</sub>	10876.805	TM <sub>11</sub>	5404.009	TM <sub>11</sub>	TE <sub>10</sub>	5472.796
	TE <sub>20</sub>	23567.131	TM <sub>21</sub>	12131.692			

### 3 结语

上述研究表明,数值模式匹配法在波导中的应用可取得满意的结果.在波导问题中,该方法能将任意的分区非均匀二维介质结构化为一维的数值模拟,而在另一维方向进行严格的解析递推,并且计算中不含任何数值积分,为单一的矩阵代数运算,从而可兼顾精度要求及计算的高效能力.另外本文的讨论是在直角坐标系下,研究平板和矩形类波导问题,但其算法对其它可分离变量的坐标系也适用,可对相应的波导结构进行全波分析.

### 参考文献

- 1 潘 锦,聂在平. *电子科学学刊*, 1994, **16**(4): 388~394
- 2 聂在平,周永祖,柳清伙. *电子学报*, 1992, **20**(9): 12~21
- 3 Chew W C, Nie Z P, Liu Q, *et al.* *IEEE Trans. on GE*, 1991, **29**(2): 308~313
- 4 聂在平. *地球物理学报*, 1992, **35**(4): 479~489
- 5 Chew W C. *Waves and Fields in Inhomogeneous Media*, New York: Van Nostrand Reinhold, 1990; 聂在平,柳清伙译. *非均匀介质中的场与波*, 北京: 电子工业出版社, 1993, 283
- 6 徐善驾. *电子科学学刊*, 1983, **5**(1): 6~15

## ANALYSIS OF THE TRANSMISSION CHARACTERISTICS FOR INHOMOGENEOUS MEDIA-FILLED WAVEGUIDES WITH THE NUMERICAL MODE MATCHING METHOD\*

Pan Jin Nie Zaiping

(Department of Microwave Engineering, UEST of China, Chengdu Sichuan 610054, China)

**Abstract** A full-wave analysis method was presented with the numerical mode matching theory to analyze the hybrid mode waveguide problems filled with inhomogeneous media. The unified dispersion equation and the general electromagnetic field expressions in the waveguides were proposed. As an example, the transmission characteristics of the partially filled rectangular waveguides were calculated numerically, which can show good agreement between the results with the present theory and with the others.

**Key words** waveguide; hybrid mode; inhomogeneous media; numerical mode matching; dispersive characteristics.

---

\* The project supported by the National Natural Science Foundation of China