

毫米波矩形介质波导传播特性的FDTD分析*

吴祥应 徐得名 肖衍明

(上海大学电子工程系, 上海, 201800)

周世平

(上海大学物理系, 上海, 201800)

摘要 采用 FDTD 法分析了矩形介质波导的传播特性, 与其它方法相比, 它不受材料介电常数大小的限制, 即使在较高介电常数情况下, 也能获得满意的结果; 同时作为全波分析方法, FDTD 法能方便地求得波导中存在的各个模式的传播常数及其横截面场分布。

关键词 矩形介质波导, FDTD 法, 吸收边界条件。

引言

近十年来, 由于毫米波单片集成电路在通信领域的推广应用, 以硅为代表的高介电常数介质波导引起人们的关注。这些介质波导一般为矩形截面, 阶跃折射率剖面。它们不仅可用作毫米波传输线, 也可以做成集成电路的基本元件, 如定向耦合器、相移器、滤波器等, 以及相应的光控毫米波器件。

研究矩形介质波导的方法很多。早期有 Marcatil 的近似解析法^[1]、等效介电常数法^[2]及 Goell 的圆谐函数法^[3]。80 年代中期出现了有限差分法^[4]和有限元法^[5]。80 年代末, 又出现了利用 Galerkin 法求解介质波导的标量波动方程^[6,7]和矢量波动方程^[8]。所有这些方法都有各自的缺陷和适用范围, 尤其对大介电常数介质波导, 大部分方法都不能得到较好的结果。为此我们采用目前电磁领域中最活跃的分析方法——时域有限差分(FDTD)法。

时域有限差分法早在 1966 年由 Yee^[9]提出, 80 年代, 经 Taflov, Kunz 等人加以发展, 获得了广泛的应用。它直接求解 Maxwell 旋度方程, 因而具有如下突出的优点: (1) 不受边界条件的限制, 特别适用于复杂结构的电磁问题; (2) 可用于各种复杂媒质, 包括各向异性媒质; (3) 可进行全波分析; (4) 物理概念清晰, 编程简单。

本文尝试用 FDTD 法分析矩形介质波导的传播特性。为简单起见, 文中采用一段矩形金属波导作为馈源, 工作在 TE_{10} 模, 分别对较高介电常数和低介电常数的介质波导作了计算, 得到了矩形介质波导的主模传播常数和可能引起的高次模传播常数及其场分布, 其主模

* 国家自然科学基金资助项目

本文 1995 年 7 月 17 日收到, 修改稿 1995 年 8 月 31 日收到

传播常数分别与圆谐函数法和有限差分法的结果作了比较,证明了用 FDTD 法分析矩形介质波导传播特性的有效性.

1 理论与公式

考虑一矩形介质波导,波导芯相对介电常数为 ϵ_L ,宽和高分别为 a, b ,芯外为无限大自由空间包层. 介质波导的工作模式一般为混合模,相应的 Maxwell 方程应包含电场和磁场的 6 个分量,采用中心差分格式,并用 Yee 的记号,可将 Maxwell 旋度方程离散化而得到 6 个差分形式的迭代公式,对于 H_z 和 E_z 分量有^[9]

$$H_z^{n+\frac{1}{2}}\left(i+\frac{1}{2}, j+\frac{1}{2}, k\right) = H_z^{n-\frac{1}{2}}\left(i+\frac{1}{2}, j+\frac{1}{2}, k\right) + \frac{\Delta t}{\mu_0} \left\{ \begin{array}{l} \frac{E_x^n\left(i+\frac{1}{2}, j+1, k\right) - E_x^n\left(i+\frac{1}{2}, j, k\right)}{\Delta y} + \\ \frac{E_y^n\left(i, j+\frac{1}{2}, k\right) - E_y^n\left(i+1, j+\frac{1}{2}, k\right)}{\Delta x} \end{array} \right\}, \quad (1)$$

$$E_z^{n+1}\left(i, j, k+\frac{1}{2}\right) = E_z^n\left(i, j, k+\frac{1}{2}\right) + \frac{\Delta t}{\epsilon} \left\{ \begin{array}{l} \frac{H_y^{n+\frac{1}{2}}\left(i+\frac{1}{2}, j, k+\frac{1}{2}\right) - H_y^{n+\frac{1}{2}}\left(i-\frac{1}{2}, j, k+\frac{1}{2}\right)}{\Delta x} + \\ \frac{H_x^{n+\frac{1}{2}}\left(i, j-\frac{1}{2}, k+\frac{1}{2}\right) - H_x^{n+\frac{1}{2}}\left(i, j+\frac{1}{2}, k+\frac{1}{2}\right)}{\Delta y} \end{array} \right\}. \quad (2)$$

在介质波导芯内,介电常数取 $\epsilon_L \epsilon_0$,自由空间包层取 ϵ_0 ,波导与包层交界面上的点必须分开处理,电场切向分量放置在这些点上,其介电常数取介质和自由空间包层的平均值. 由于介质波导是开放式波导,场分布在空间,但是具体计算只能模拟一有限空间,也就是说, FDTD 差分网格将在某处被截断,截断处须采用吸收边界条件来处理.

目前,已发展了多种吸收边界条件. 我们发现,对于自由空间包层中的截断面,只要采用 Mur 的一阶吸收边界条件^[10]处理就能达到较好的精度要求,但是在波导横截面的截断边界条件($x-y$ 面),由于截断面由两种媒质构成,采用 Mur 的一阶吸收边界条件将引起较大误差. 为此,设想在波导截断处接一等效吸收负载,以满足无反射波条件. 我们假设在等效吸收负载中其电导率随电磁波穿透深度平方律增加,即电导率从 $\rho=0$ (介质波导与等效负载交界面)处的零值增加到 $\rho=\delta$ 处的最大值 σ_{max} ,满足 $\sigma(\rho) = \sigma_{max}(\rho/\delta)^2$ 关系,选择适当的 σ_{max} ,使 $\rho=\delta$ 处电场足够小,从而可以看成理想导体边界. 此时,由于电场在等效吸收媒质中衰减较快, Yee 的迭代公式(2)不再适用,而必须采用如下的指数时间迭代公式^[11]

$$E_z^{n+1}\left(i, j, k+\frac{1}{2}\right) = e^{-\sigma\left(k+\frac{1}{2}\right)\Delta t/\epsilon} E_z^n\left(i, j, k+\frac{1}{2}\right) - \frac{e^{-\sigma\left(k+\frac{1}{2}\right)\Delta t/\epsilon} - 1}{\sigma\left(k+\frac{1}{2}\right)}.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{H_y^{n+\frac{1}{2}}\left(i+\frac{1}{2}, j, k+\frac{1}{2}\right) - H_y^{n+\frac{1}{2}}\left(i-\frac{1}{2}, j, k+\frac{1}{2}\right)}{\Delta x} + \\ \frac{H_x^{n+\frac{1}{2}}\left(i, j-\frac{1}{2}, k+\frac{1}{2}\right) - H_x^{n+\frac{1}{2}}\left(i, j+\frac{1}{2}, k+\frac{1}{2}\right)}{\Delta y} \end{array} \right\} \quad (3)$$

以上各式中,空间网格划分和时间增量必须满足 FDTD 法的稳定条件.

2 数值计算的实现和结果

上节给出了矩形介质波导 FDTD 法分析的迭代公式. 当在波导输入端某处加一激励脉冲时,经过足够的迭代运算,各场分量将自动满足 Maxwell 方程和边界条件. 记 $\Phi'(x, y, z)$ 表示电磁场的任一分量,对其作离散 Fourier 变换,可得到各频谱分量 $\Phi^f(x, y, z)$. 一般来说,每一频谱分量应包含传播场和辐射场. 假设源在无穷远处,则可忽略辐射场, $\Phi^f(x, y, z)$ 可表示为有限传播模的和,即

$$\Phi^f(x, y, z) = \sum_m c_m \phi_m(x, y) \sin(\omega t - \beta_m z). \quad (4)$$

式(4)中 $\phi_m(x, y)$ 为第 m 个模场的横向分布, β_m 为传播常数,且 $k_0 < \beta_m < k_1$, k_0, k_1 分别为波导自由空间包层的波数和介质芯的波数. 因每一模式均为坐标 z 的周期函数,周期为 $\lambda_m = 2\pi/\beta_m$,因此总场 $\Phi^f(x, y, z)$ 亦为坐标 z 的周期函数,设其最小正周期为 l ,则 $\Phi^f(x, y, z)$ 在 $[-l/2, l/2]$ 区间内,可以按坐标 z 用 Fourier 级数展开为

$$\Phi^f(x, y, z) = a_0(x, y) + \sum_n \left[a_n(x, y) \cos\left(\frac{2\pi n}{l} z\right) + b_n(x, y) \sin\left(\frac{2\pi n}{l} z\right) \right], \quad (5)$$

其中系数 $a_0(x, y)$ 、 $a_n(x, y)$ 、 $b_n(x, y)$ 分别为

$$a_n(x, y) = \frac{1}{l} \int_{-\frac{l}{2}}^{\frac{l}{2}} \Phi^f(x, y, z) \cos\left(\frac{2\pi n}{l} z\right) dz, \quad b_n(x, y) = \frac{2}{l} \int_{-\frac{l}{2}}^{\frac{l}{2}} \Phi^f(x, y, z) \sin\left(\frac{2\pi n}{l} z\right) dz. \quad (6)$$

将式(4)代入式(6)即可知道式(4)与式(5)是等价的. 因此,只要获得介质波导中的场分布,就能分解得到某一频率下各个传播模的传播常数及其横截面分布.

考虑到采用脉冲激励,每一点场量均须作离散 Fourier 变换,计算量十分庞大. 为了简单起见,具体计算时采用了正弦激励,并接一段金属波导作为馈源. 考虑到我们主要对介质波导的主模传播特性感兴趣,假定金属波导工作在 TE_{10} 模,并采用连续过渡以减少金属波导至介质波导不连续引起的反射.

为验证上述理论的正确性,我们计算了两种矩形介质波导,其横截面的宽高比 a/b 均为 1,而波导芯的相对介电常数分别为 2.5 和 13.1. FDTD 网格划分为 $\Delta x = a/20$, $\Delta y = b/20$, $\Delta z = \lambda_g/20$, λ_g 为金属波导 TE_{10} 模的波导波长. 为了与已有的结果比较,这里采用光波导理论中的表示方法,定义归一化频率 V 和归一化传播常数 B 分别为

$$V_s = \frac{k_0 b}{\pi} \sqrt{\epsilon_L - 1}, \quad B = \frac{(\beta/k_0)^2 - 1}{\epsilon_L - 1} \quad (7)$$

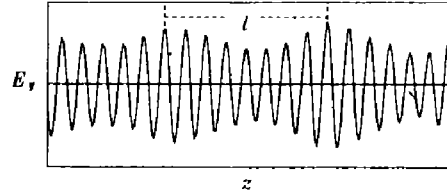
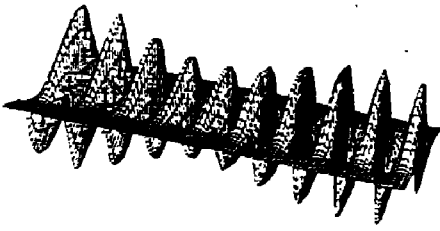


图 1 $V_s=4, \epsilon_L=2.25$ 矩形介质波导 E_y 场某一时刻在 $x-z$ 面上分布图

Fig. 1 Field distribution of E_y in the $x-z$ plane with $V_s=4, \epsilon_L=2.25$ at a time

图 2 $V_s=4, \epsilon_L=2.25$ 矩形介质波导 E_y 场某一时刻沿传播方向的分布图

Fig. 2 Field distribution of E_y along z -axis with $V_s=4, \epsilon_L=2.25$ at a time

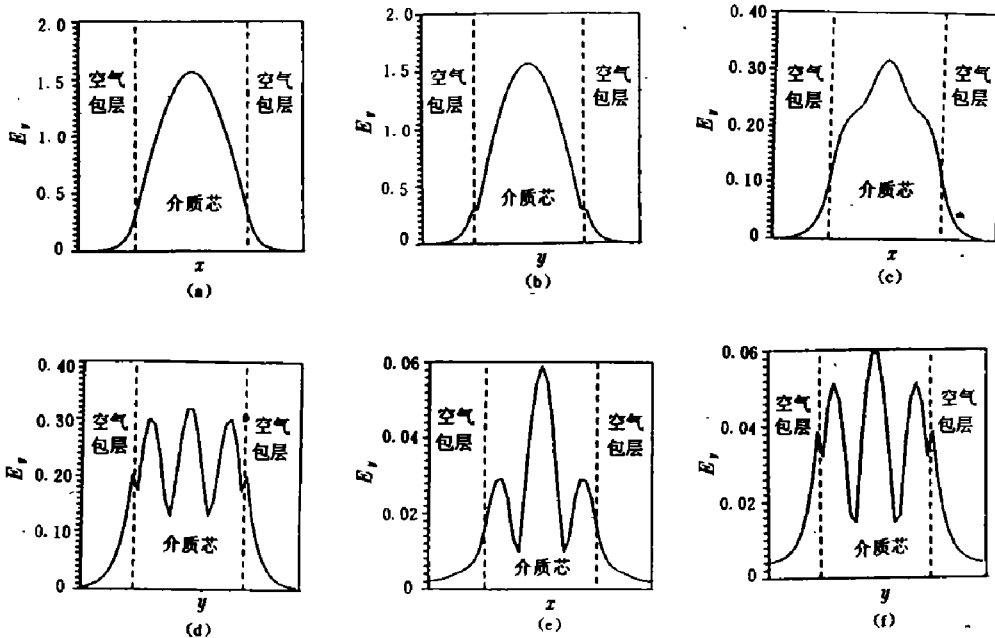


图 3 $V_s=4, \epsilon_L=2.25$ 介质波导各传播模横截面场分布图

(a)(b) EH_{11} 模沿 x 坐标和 y 坐标分布图

(c)(d) EH_{13} 模沿 x 坐标和 y 坐标分布图

(e)(f) EH_{33} 模沿 x 坐标和 y 坐标分布图

Fig. 3 Field distribution of each mode in the cross section with $V_s=4, \epsilon_L=2.25$

具体计算时,由于波导的长度必须足够长才能将所有高次模的信息包含在里面,为了尽可能减少计算量,我们利用波导结构的对称性,消除某些高次模,从而大大减少了计算量,以适应微型计算机的内存要求.图 1 为归一化频率等于 4, ϵ_L 等于 2.25 的矩形介质波导 E_y 场某一时刻在纵剖面 $x-z$ 面上的分布图;图 2 为该波导此时刻场沿传播方向的分布图.可以看到场是坐标 z 的周期函数,由图 2 可确定其最小周期,然后按 z 的 Fourier 级数展开,便可得到各个传播模的传播常数及横截面场分布图(见图 3).图 4 为归一化频率等于 $8\pi, \epsilon_L=13.1$ 的

矩形介质波导中某一时刻场沿 z 坐标的分布图,图 5 为其主模 EH_{11} 模与高次模 EH_{31} 模的横截面分布图(以上各图中电场均为馈源的相对值,无量纲). 为方便比较,将 FDTD 法算得各传播模的归一化传播常数和文献^[3,4]对应模式由 Goell 圆谐函数法或有限差分法算得的结果分别列于表 1 和表 2 中,表中 Δ 为 FDTD 法算得的归一化传播常数与圆谐函数法或有限差分法结果的相对误差. 从表中可见,本文的结果与文献^[3,4]的结果在低介电常数和主模情况下,由于 H_y 分量较小,可以忽略,所以吻合较好;而在高介电常数和高次模情况下差别较大,这是因为文献^[3,4]忽略 H_y 场分量带来了较大误差的结果. 这说明了 FDTD 法相对说具有普遍适用性. 当然,FDTD 法本身存在着数值色散,也给计算带来误差^[12],其误差大小取决于网格划分的精细程度. 计算中我们已考虑到了这种情况,使网格划分保证误差小于 1.3%.

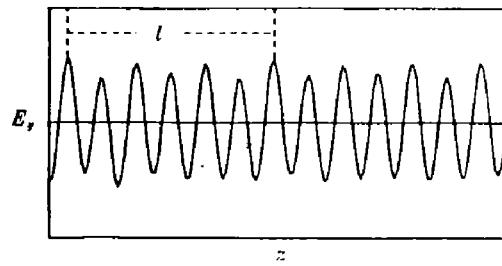


图 4 $V_S=8\pi, \epsilon_L=13.1$ 矩形介质波导 E_y 场某一时刻沿传播方向的分布图
Fig. 4 Field distribution of E_y along z -axis with $V_S=8\pi, \epsilon_L=13.1$ at a time

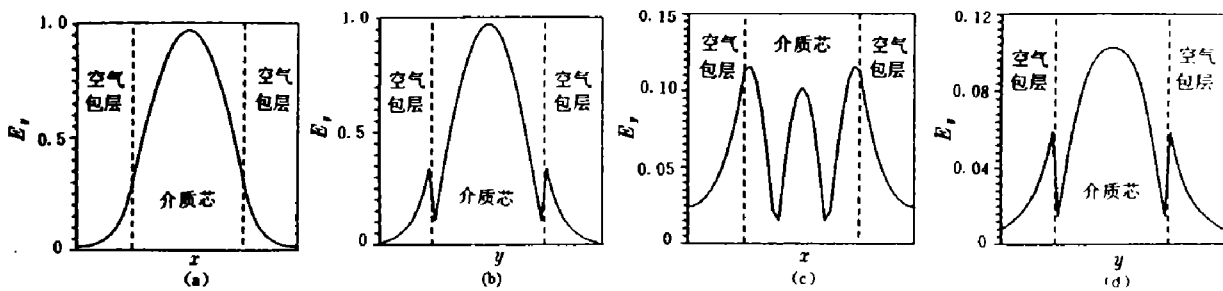


图 5 $V_S=8\pi, \epsilon_L=13.1$ 介质波导各传播模横截面场分布图
(a)(b) EH_{11} 模沿 x 坐标和 y 坐标分布图, (c)(d) EH_{31} 模沿 x 坐标和 y 坐标分布图
Fig. 5 Field distribution of each mode in the cross section with $V_S=8\pi, \epsilon_L=13.1$

表 1 FDTD 法与圆谐函数法比较
Table 1 Comparison between FDTD method and Goell's method

$\epsilon_L=2.25, V_s=4$				
FDTD	模式	EH_{11}	EH_{13}	EH_{33}
	B	0.939	0.531	0.178
Goell ^[3]	模式	E_{11}	E_{13}	
	B	0.906	0.476	
	Δ	3.5%	9.79%	9.79

表 2 FDTD 法与有限差分法的比较
Table 2 Comparison between FDTD method and FD method

$\epsilon_L=13.1, V_s=8\pi$			
FDTD	模式	EH_{11}	EH_{31}
	B	0.775	0.132
FD ^[4]	模式	E_{11}	
	B	0.736	
	Δ	5%	

本文采用 FDTD 法分析了矩形介质波导,获得了波导的主模及高次模的传播常数和它们的场分布,证明了该方法的有效性. 由于 FDTD 法不受材料介电常数高低与形状的限制,所以该方法特别适用于研究各种截面形状,特别是高介电常数的介质波导或器件的特性.

参考文献

- 1 Marcatili E A J. *Bell syst. Tech. J.*, 1969, **48**:2071-2132
- 2 Knox R M, Toullos P P. *Proc. MRSI Symposium on Submillimeter waves, J. Fox. Ed. Brooklyn, NY: Pllytechnic Press, 1970*
- 3 Goell J E. *Bell Syst. tech. j.*, 1969, **48**:2133-21660
- 4 Schveig E, Bridges W B. *IEEE Trans. Microeave Theory Tech.*, 1984, **32**:531-541
- 5 Rahman B M A, Davics J B. *IEEE Trans Microwave Theory Tech.*, 1984, **32**:20-28
- 6 Henry C H, Verbeek B H. *J. Lightwave technol.*, 1989, **7**:308
- 7 Rasmussen T, et al. *J. Lightwave Technol.*, 1993, **11**:429~433
- 8 Marcuse D. *IEEE J. of Quantum Electronics*, 1992, **28**:459~465
- 9 Yee K S. *IEEE Trans, on Antenna and Propagation*, 1966, **14**:302~307
- 10 Mur G. *IEEE Trans. Electromang. Compat.*, 1981, **23**:377~382
- 11 Berenger J P. *J. of Computational Physics*, 1994, **114**:185~200
- 12 Taflove A, Umashankar K R. in *PIER2-finite Element and Finite Difference Methods in Electromagnetic Scattering*, New York: Elsevier, 1990, 287~373

ANALYSIS OF THE MILLIMETER WAVE PROPAGATION IN A RECTANGULAR DIELECTRIC WAVEGUIDE USING FDTD METHOD*

Wu Xiangying Xu Deming Xiao Yanmin

(Department of Electronic Engineering, Shanghai University, Shanghai 201800, China)

Zhou Shiping

(Department of Physics, Shanghai University, Shanghai 201800, China)

Abstract Analysis of the millimeter wave propagation in a rectangular dielectric waveguide using the FDTD method is presented. In comparison with other methods, the FDTD method is not restricted in the cases of higher or lower permittivity, and good results can be reached even at high permittivity. By using the FDTD method, the propagation constant of each mode as well as its field distribution can be obtained.

Key words rectangular dielectric waveguide, FDTD method, absorbing boundary condition.

* The project supported by the National Natural Science Foundation of China