

# 毫米波虚阴极器件的锁相\*

蒙林 谢文楷

(电子科技大学高能电子学研究所,四川,成都,610054)

**摘要** 分析了毫米波虚阴极振荡器锁相同题,从经典理论出发,给出了主从锁相和互耦振荡器等同锁相满足的方程及数值计算结果,并进行了分析与讨论,其数值计算结果与理论分析结果相当吻合。

**关键词** 锁相,虚阴极器件,高功率微波。

## 引言

由于物理机理和工艺结构的固有限制,各种毫米波源均具有功率极限,虚阴极器件虽能产生很高的功率输出,但频带相当宽。因此,采用锁相的方式,可以将多个毫米波源输出的功率合成为一个强大的相干波源。同时,在虚阴极器件中采用锁相技术,可以大大减小频率带宽,又可以保持其高功率的特性。因此,高功率微波的锁相引起了学术界的关注。现有的研究大多针对较长的波长(厘米波以上),而对于短波长的研究较少。本文对毫米波虚阴极振荡器的锁相进行了研究和分析,并给出数值计算结果,其结果表明,工作频率越高,Q值越小,锁定的频率就越宽。

## 1 毫米波虚阴极振荡器的主从锁相

通常情况下,锁相的分析基于等效电路法<sup>[1]</sup>,另外,采用具有驱动项波方程的分析也可得到完全一致的结果<sup>[2]</sup>。且物理意义更明确。对已稳定工作的虚阴极振荡器,如果注入一频率相近且强度足够的外加信号,则振荡器的工作状态将受到影响,振荡频率与外加信号一致,输出功率信号的相位随之被锁定,其锁相方程为<sup>[1]</sup>:

$$\frac{d^2E}{dt^2} - 2\gamma(1 - \frac{E_0}{E_{NL}^2}) \frac{dE}{dt} + \omega_0^2 E = \frac{2\omega_i^2}{Q} E \sin \omega t, \quad (1)$$

式(1)中各物理量的含义见文献[3]。

为解出方程(1)中  $E$  的幅值和相位,假定  $E$  是正弦的,且有以下的形式

\* 电子工业部电子科学研究院预研基金资助项目  
本文1994年4月18日收到,修改稿1995年2月24日收到

$$E = E_0(t) \cos[\omega_i - \phi(t)], \quad (2)$$

式(2)中  $E_0(t)$  及  $\phi(t)$  与时间刻度  $\omega_i^{-1}$  相比均是慢变化的, 同时  $\omega_i$  与振荡频率的差别不大. 式(2)代入式(1), 即可得到描述相位和幅值的两个方程:

$$\frac{d\phi}{dt} = \omega_i - \omega_0 - \frac{\omega_0 \rho}{Q} \sin \phi, \quad (3)$$

$$\frac{1}{E_0} \frac{dE_0}{dt} = \gamma \left[ 1 - \frac{E_0^2}{E_{NL}^2} \right] + \frac{\omega_0 \rho}{Q} \cos \phi, \quad (4)$$

其中  $\rho$  为振荡器的反射系数,  $\rho = E_i/E_0$  为注入与输出场的比值.

对于常数  $\rho$ , 锁相发生于  $\frac{d\phi}{dt} = 0$ , 由方程(3)给出锁相条件为

$$\sin \phi = |\omega_i - \omega_0| Q / \omega_0 \rho, \quad (5)$$

由于  $|\sin \phi| \leq 1$ , 则有 Adler 公式:

$$|\omega_i - \omega_0| \leq \omega_0 \rho / Q, \quad (6)$$

式(6)给出了锁相频宽与锁相激励信号之间的关系. 由此不难看出, 锁相的频宽正比于振荡器的振荡频率和反射系数, 而与  $Q$  值成反比. 显然,  $\omega_0$  或  $\rho$  越大, 锁相频宽就越宽;  $Q$  值越大, 锁相频宽就越窄. 一般而言, 虚阴极振荡器的  $Q$  值是相当低的, 可以预计, 这类器件的锁相频宽一般都比较宽; 另一方面, 其振荡频宽一般都较宽, 采用锁相技术, 可以使这类器件的带宽大大减小.

由于高功率虚阴极振荡器一般都是脉冲辐射的(几十纳秒量级), 因此这类器件的锁相需要较强的注入信号.

当给定  $\rho$  值时, 锁相信号与振荡器之间的相位差  $\phi$  因非线性物理过程而发生连续变化, 其规律近似于微分方程(3). 我们取  $f_0 = 37.5\text{GHz}$ ,  $\Delta f = 0.1\text{GHz}$ ,  $Q = 150$ , 在初始相位差  $\phi_0 = 100^\circ, 0^\circ$  和  $-100^\circ$  三种情况下, 对方程(3)进行计算, 注入信号和振荡器场强随时间的变化见图 1(a). 相位差随时间的变化见图 1(b). 结果表明, 在时间变化约 15ns 之后, 各种情况下的相位都完全相同, 这说明产生了锁相效应.

由图 1(b)可见, 在 15~30ns 区间, 不同的初始相位都锁相于  $370^\circ$  左右, 这是由于注入信号的存在, 致使产生锁相效应而引起的. 而当  $t > 30\text{ns}$  时, 注入信号基本上消失, 此时  $\phi$  不再趋于恒定值, 而是正比于  $(\omega_i - \omega_0)t$ .

联立求解方程组(3)和(4), 计算结果仍与无耦合幅值时的情况相吻合. 因此, 在一定条件下, 仅利用方程(3)进行计算即可达到要求精度.

如果初始相位差太大, 则注入信号将失去对振荡信号的锁相作用.

## 2 毫米波虚阴极振荡器的等同锁相

对于两个互耦且相同的振荡器, 它们既是主动振荡器, 又是从动振荡器. 每一个振荡器

依然满足方程(3),但有一个延迟的注入相位.因此,有如下的方程组<sup>[3]</sup>:

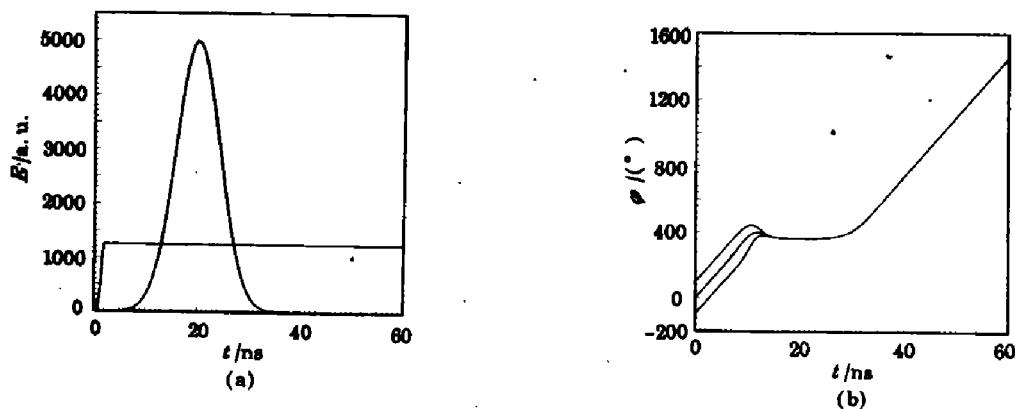


图 1 主从锁相的相位差随时间的变化( $f=37.5\text{GHz}$ ,  $\Delta f=0.1\text{GHz}$ ,  $Q=150$ )

(a)场强随时间的变化 (b)相位随时间的变化

Fig. 1 Variation of phase difference of master/slave phase locking

(a) variation of electric field with time (b) variation of phase difference with time

$$\frac{d\phi}{dt} = \omega_{01} - \frac{\rho_1(t)\omega_{01}}{Q_1} \sin[\phi_1(t) - \phi_2(t - \tau_\rho)], \quad (7)$$

$$\frac{d\phi_2}{dt} = \omega_{02} - \frac{\rho_2(t)\omega_{02}}{Q_2} \sin[\phi_2(t) - \phi_1(t - \tau_\rho)]; \quad (8)$$

在稳定状态下,锁相条件、锁定频率及锁相相位差分别为

$$|\Delta\omega_0| \leq 2\omega_0\rho |\cos(\phi_c)| / Q, \quad (9)$$

$$\omega = \omega_0 - (\rho\omega_0/Q) \cos(\Delta\phi) \sin(\phi_c), \quad (10)$$

$$\Delta\phi = \begin{cases} \sin^{-1}[\Delta\omega_0 Q / 2\omega_0 \rho \cos(\phi_c)], & \cos(\phi_c) > 0 \text{ 时} \\ \pi - \sin^{-1}[\Delta\omega_0 Q / 2\omega_0 \rho \cos(\phi_c)], & \cos(\phi_c) < 0 \text{ 时} \end{cases} \quad (11)$$

式(7)~(11)中各物理量的含义见文献[3].

对式(10)和式(11)的计算表明,  $\omega$  和  $\Delta\phi$  均是  $\phi_c$  的周期函数, 如果  $\phi_c \approx 0, 2\pi$ , 则锁相位于  $0^\circ$  附近, 而频率锁定于平均频率附近; 如果  $\phi_c \approx \pi$ , 振荡器锁相于  $\pi$  附近, 频率仍锁定于平均频率附近; 而在  $\phi_c \approx \pi/2$  或  $3\pi/2$  附近, 锁相效应不能产生.

对式(7)和式(8)进行数值求解, 并假定两个振荡器同时起振, 微波功率为三角波形, 脉冲长度为 40ns, 噪声电平低于峰值功率 50dB, 取 10 个随机的初始值来计算  $\Delta\phi$  的变化过程. 初始频率在  $37.5 \pm 0.5\text{GHz}$  内随意选取,  $Q=50$ ,  $\rho_{\max}^2=1/3$ , 计算结果如图 2 所示, 其中图 2 (a) 对应于  $\phi_c=2\pi$ , 此时  $\Delta\phi$  被锁定于  $0^\circ$  附近; 图 2(b) 对应于  $\phi_c=2.5\pi$ , 此时  $\Delta\phi$  不被锁定于任何确定的值, 因为锁相条件式(9)得不到满足, 因此不存在任何锁相稳态; 图 2(c) 对应于  $\phi_c=3\pi$ , 此时  $\Delta\phi$  被锁定于  $\pm 180^\circ$  附近. 由此可见, 数值计算的结果与稳态理论分析的结果是一致的.

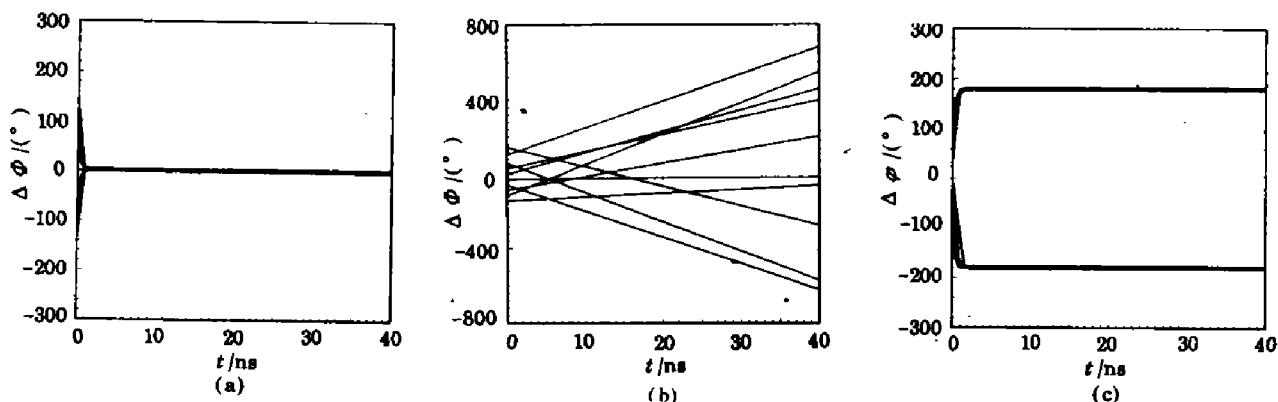


图 2 等同锁相的相位差随时间的变化

(a)  $\Delta\phi-t$  关系曲线,  $\phi_c=2\pi$  (b)  $\Delta\phi-t$  关系曲线,  $\phi_c=2.5\pi$  (c)  $\Delta\phi-t$  关系曲线( $\phi_c=3\pi$ )

Fig. 2 Variation of phase difference of the peer phase locking with time

(a)curves of  $\Delta\phi-t(\phi_c=2\pi)$  (b)curves of  $\Delta\phi-t(\phi_c=2.5\pi)$  (c)curves of  $\Delta\phi-t(\phi_c=3\pi)$

### 参考文献

- 1 Van der Pol B. *Proc. IRE*, 1934; **22**(9):1051
- 2 Sargent M, et al. *Laser Physics*, London; Addison-Wesley, 1974
- 3 Woo W, et al. *J. Appl. Phys.*, 1989; **65**(2):861
- 4 Price D, et al. *J. Appl. Phys.*, 1989; **65**(12):5185
- 5 Sze H, et al. *J. Appl. Phys.*, 1990; **67**(2):2278
- 6 Hendricks K J, et al. *J. Appl. Phys.*, 1990; **68**(2):820

## PHASE LOCKING OF MILLIMETER WAVE VIRCATORS\*

Meng Lin Xie Wenkai

(High Energy Electronics Institute, University of Electronic  
Science and Technology of China Chengdu, Sichuan 610054, China)

**Abstract** Phase locking of millimeter wave vircators was analyzed. The nonlinear equations satisfied both for the case in which an oscillator is driven by an external signal without feedback, and for the case in which two coupled oscillators drive each other, were given. Numerical calculations were carried out and discussed in detail. The results are in good agreement with theoretical analysis.

**Key words** phase locking, vircators, high power microwaves

\* The project supported by the Science Foundation of Electronics (SFE)