

# 量子阱中电子隧穿逃逸时间的研究

张玉民 郑厚植

(中国科学院半导体研究所, 半导体超晶格国家实验室, 北京, 100083)

**摘要** 用波包方法计算了电子从量子阱中的隧穿逃逸时间随外加偏压的变化, 与实验结果符合良好, 通常半经典近似模型与实验结果偏离较大, 通过对两者的比较给出了改进的半经典模型, 大大简化了隧穿逃逸时间的计算.

**关键词** 量子阱, 隧穿, 逃逸时间.

## 引言

近来, 在探索新型量子器件的研究中<sup>[1~4]</sup>, 人们发现电子通过隧道效应从量子阱中的逃逸时间是决定器件性能的重要物理量. 在双势垒共振隧穿结构中, 可以采用透射率方法计算逃逸时间<sup>[5,6]</sup>, 但对陷落在量子阱中的电子<sup>[7,8]</sup>, 人们往往求助于半经典近似<sup>[9]</sup>. 然而、用半经典近似计算的结果与实验有很大误差<sup>[7]</sup>, 而且在计算时还需要一些待定参数. 我们利用波包方法<sup>[10]</sup>解决了这一问题.

## 1 理论模型

图 1 是我们研究的量子阱能带结构. 其中 I、III 区为  $\text{Al}_{0.3}\text{Ga}_{0.7}\text{As}$  材料, II、IV 区为 GaAs 材料,  $V_0$  是势垒高度, 阵宽  $w = 30 \text{ \AA}$ , 垒厚  $b = 85 \text{ \AA}$ , 假设 I、IV 区的厚度无限大.

在  $t=0$  时刻, 我们假设电子是完全局域在量子阱中的, 即电子的初始态取作量子阱两侧均为无限厚势垒情况下薛定谔方程的解, 具体形式为:

$$\Psi_0(x, 0) = \begin{cases} A_1 \exp(\kappa_0 x), & x \leq 0 \\ A_2 \sin(k_0 x + \theta), & 0 \leq x \leq w \\ A_3 \exp[-\kappa_0(x - w)]. & x \geq w \end{cases} \quad (1)$$

其中  $A_1$ 、 $A_2$  和  $A_3$  为常数,  $w$  是量子阱的宽度,  $\kappa_0 = \sqrt{2m(V_0 - E_0)/\hbar}$ ,  $k_0 = \sqrt{2mE_0}/\hbar$ ,  $\theta = \tan^{-1}(k_0/\kappa_0)$ , 为简单起见这里电子采用了同一个有效质量  $m$ ,  $V_0$  是势垒高度,  $E_0$  是束缚态的本征能量.

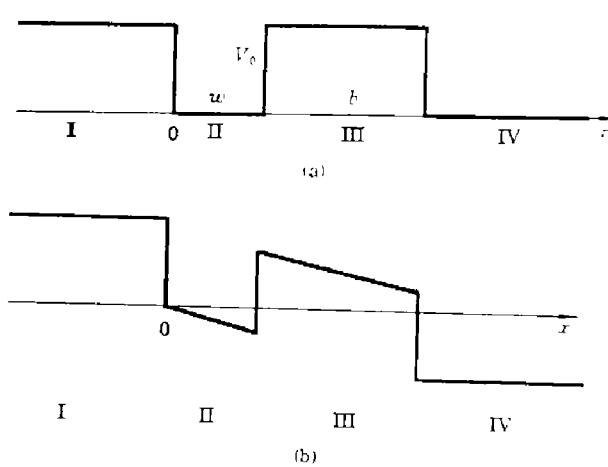


图 1 量子阱在零偏压 (a) 和加偏压 (b) 情况下的能带图

Fig. 1 Schematic diagram of the energy band structure of the quantum well

假设  $\Psi_E(x, 0)$  是在  $t = 0$  时刻与图 1(a) 的实际能带结构所对应的薛定谔方程的解, 由此可以把  $\Psi_0(x, 0)$  写成波包形式

$$\Psi_0(x, 0) = \int_0^\infty \varphi(E) \Psi_E(x, 0) dE, \quad (2)$$

其中  $E$  是波包中各个波函数所对应的能量,  $\varphi(E)$  是它们在能量谱上权重的分布. 可以解出<sup>[10]</sup>

$$\varphi^2(E) = \frac{\hbar}{2\pi\tau} \frac{1}{(E - E_0)^2 + \hbar^2/4\tau^2}, \quad (3)$$

$$\tau = \frac{m}{8\hbar} \cdot \frac{\rho_0^4}{\kappa_0^3 k_0^3} (2 + \kappa_0 w) \exp(2\kappa_0 b). \quad (4)$$

这里  $\tau$  就是电子的隧穿逃逸时间,  $\rho_0 = \sqrt{2mV_0/\hbar}$ .

## 2 结果与分析

在计算中我们采用了图 1 所示的能带结构, 它在阱宽、垒厚和垒高这 3 个关键参数上和文献 [7] 中的一个样品一致, 在不同材料中采用了相应的有效质量. 此外, 为了与实验比较, 我们把外加偏压转换成电场强度, 文献 [7] 给出  $-2\text{ V}$  偏压相当于  $5 \times 10^4 \text{ V/cm}$ , 其它各点的电场强度是由偏压按线性关系得到的.

图 2 中黑三角表示文献 [7] 中的实验值, 粗实线是半经典近似结果, 细实线是我们用波包方法数值计算的结果. 从图 2 可以看出, 波包方法的计算结果与实验基本符合, 只是在偏压较大时出现一些误差, 这有可能是能带弯曲所致. 另外, 我们注意到实验点随着偏压的增大出现了一些波动, 其原因有待于进一步研究.

我们还计算了垒厚在  $100 \text{ \AA}$  以上的情况, 计算结果比实验值高很多. 这是由于此时的电子隧穿逃逸时间  $\tau_T$  已接近甚至超过电子-空穴复合时间  $\tau_R$ , 而由实验测得的时间  $\tau$  是由这两种机制共同决定的, 即

$$\frac{1}{\tau} = \frac{1}{\tau_T} + \frac{1}{\tau_R}. \quad (5)$$

由于  $\tau_R$  的数值无法严格确定, 所以我们的结果难以与实验进行比较.

## 3 对半经典近似的修正

从图 2 可知半经典近似结果与实验相比有很大误差, 但其随偏压变化的趋势还是基本正确的. 由半经典近似求得的零偏压下的隧穿逃逸时间为

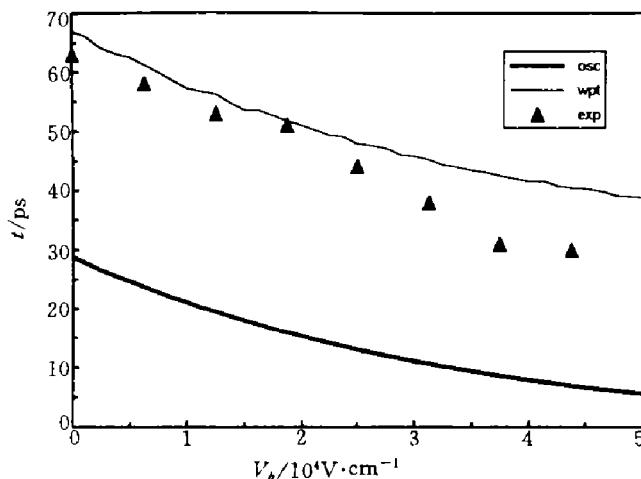


图 2 理论计算与实验结果的比较

Fig. 2 Comparison between the results of the theories and experiment

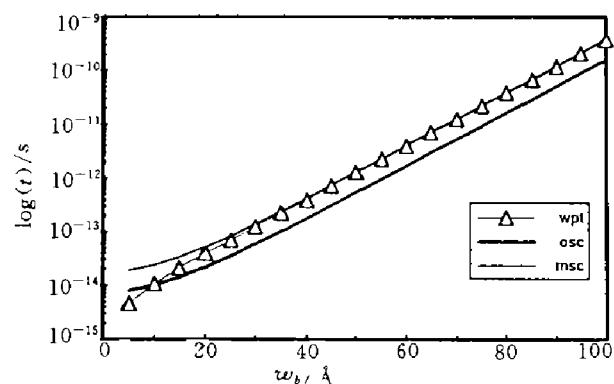


图 3 用 3 种方法计算的电子隧穿逃逸时间与势垒厚度的关系

Fig. 3 The relationship between electron tunneling escape time and barrier width, calculated with three different models

$$\tau = \frac{1}{\nu T} = \frac{m}{8\hbar} \cdot \frac{\rho_0^4}{\kappa_0^2 k_0^3} \cdot w \cdot \exp(2\kappa_0 b), \quad (6)$$

其中  $\nu = \frac{\hbar k_0}{2mw}$  是电子在量子阱中的准经典碰撞频率,  $T = \frac{16k_0^2 \kappa_0^2}{\rho_0^4} \exp(-2\kappa_0 b)$  是电子穿过势垒的透射率.

对比式 (4) 和 (6), 我们发现用波包方法求出的结果相当于量子阱的有效宽度从  $w$  变成了  $w + \frac{2}{\kappa_0}$ , 这可以解释为电子向两侧势垒各渗透一个  $\delta = 1/\kappa_0$  的距离. 因此, 可以把电子在量子阱中的碰撞频率修正为  $\frac{\hbar k_0}{2m(w+2\delta)}$ .

图 3 是我们利用 3 种模型在零偏压下对不同势垒厚度情况下电子隧穿逃逸时间的计算结果, 其中标有三角的虚线是用波包方法的计算结果, 粗实线和细实线分别表示修正前和修正后的半经典近似计算结果. 在计算中, 不同的材料分别采用了相应的有效质量. 在半经典近似中使用的本征能量值是由波包方法得出的, 此外, 透射率采用了严格解. 从图 3 可看出在垒厚大于 20 Å 的情况下, 修正的半经典近似与波包方法符合得很好, 而未修正的半经典近似与前两者之间有一定的误差. 在垒厚小于 20 Å 的情况下, 得出式 (3)、(4) 所使用的某些近似不再成立, 在此我们可以给出一个波包方法失效的判据: 当势垒厚度接近或小于电子波函数的渗透深度  $\delta$  时, 波包方法不再适用.

## 4 结论

本文给出了一种计算电子从量子阱中隧穿逃逸时间的方法, 计算结果与实验符合良好. 在考虑了电子波函数向两侧势垒的渗透以后, 修正了通常所用的半经典近似, 其计算

结果与波包方法在零偏压情况下十分接近。最后给出了波包方法失效的判据。

### 参考文献

- 1 Sollner T C L G et al. *High-frequency oscillators based on resonant tunneling*, in *Resonant Tunneling in Semiconductors*, edited by LL Chang et al. New York: Plenum Press, 1991. 487
- 2 Levine B F et al. *Appl. Phys. Lett.*, 1988, **53**(4):296
- 3 Rosencher E et al. *Appl. Phys. Lett.*, 1989, **55**(16):1597
- 4 Kastalsky A, Goldman V J. *Appl. Phys. Lett.*, 1991, **59**(21):2636
- 5 Sakaki H et al. *Transversal time and charge accumulation in double-barrier resonant tunneling structures*, in *Resonant Tunneling in Semiconductors*, edited by LL Chang et al. New York: Plenum Press, 1991. 307
- 6 Benyuan Gu et al. *Phys. Rev.*, 1989, **B40**(9):6124
- 7 Norris T B et al. *Appl. Phys. Lett.*, 1989, **54**(1):60
- 8 Martinet E et al. *Phys. Rev.*, 1991, **B44**(7):3157
- 9 Landau L D, Lifshitz E M. *Quantum Mechanics, Nonrelativistic Theory*, 3rd ed. New York: Pergamon, 1977. 178
- 10 D ter Haar. *Problems in Quantum Mechanics*, 3rd ed. London: Pion Limited, 1975. 240

## STUDY ON ELECTRON TUNNELING ESCAPE TIME FROM QUANTUM WELL

Zhang Yumin Zheng Houzhi

(National Laboratory for Superlattices and Microstructures, Institute of Semiconductors,  
Chinese Academy of Sciences, Beijing 100083, China)

**Abstract** Electron tunneling escape time from a biased quantum well was calculated with the wave-packet method. The result agrees with the experiment reasonably, but considerable discrepancy was found when the usual semi-classical model was applied. By comparing the two approaches, the authors pointed out that the wave function can penetrate some distance into the barriers, which was ignored by the usual semi-classical model. And thus a modified model was given to simplify the calculation of tunneling escape time.

**Key words** quantum well, tunneling, escape time.