

非线性光热辐射技术的理论和实验研究*

王钦华 李佩赞

(苏州大学物理系, 江苏, 苏州, 215006)

摘要: 基于光热辐射技术 (PTR) 中的非线性效应, 本文建立了材料中的非线性热传导方程及其相应的边界条件, 导出了二次谐波的 PTR 信号表达式, 讨论了二次谐波信号的特点并进行了实验验证. 为非线性 PTR 技术的实际应用提供了理论基础.

关键词: 线性光热辐射, 非线性光热辐射, 二次谐波.

引言

近年来, 光声 (PA)^[1]、光热偏转 (PTD)^[2] 和光热辐射 (PTR)^[3] 等热波技术发展很快, 并成功地应用在许多领域, 如表面和亚表面科学的研究^[4], 层状结构材料的物理性质的测量^[5,6], 材料的无损检测^[7,8] 等. 然而这些研究大部分都基于线性的理论模型. Y. N. Rajakarunanayak^[9] 首次用实验描述了非线性光热偏转技术. Wetsel 和 Spicer^[10] 也从实验上研究了非线性光热偏转成像技术, 并提出了一个在特殊边界条件下的理论模型. O. Doka^[11] 等讨论了来源于材料的体参数的更一般的非线性光热偏转技术. 杜功焕^[12] 从理论上研究了非线性的光声效应. 但是, 上述研究都集中在 PA 和 PTD 上, 而没有涉及到 PTR 技术, 并且样品都被认为是半无界的. 本文描述了非线性 PTR 技术. 基于材料的热参数是温度的函数, 并且认为材料是有界的, 建立了一个非线性热传导方程及其相应的边界条件, 导出了样品前、后表面的二次谐波的信号表达式, 讨论了二次谐波的一般特性, 并进行了实验验证.

1 理论

当一束调制光照射到样品上时, 导致样品表面温度上升 δT , 根据 Stefan-Boltzmann 定律, 样品热辐射的增量为 $\delta W = 4\epsilon\sigma T^3\delta T$, 其中 $\sigma = 5.67 \times 10^{-12} \text{ W}\cdot\text{cm}^{-2}\cdot\text{K}^{-4}$, ϵ 为样品发射率, $T = T_0 + T(x)$, T_0 为环境温度, $T(x)$ 是光束照射时引起的不随时间改变的温

本文 1992 年 12 月 28 日收到, 修改稿 1993 年 6 月 12 日收到.

* 国家自然科学基金资助项目.

度直流项, PTR 信号正比于热辐射的改变量 δW . 线性 PTR 技术检测与激励光的调制频率相同的基波红外辐射, 实际上, 由于样品热导率的温度依赖性, 在样品发出的红外辐射中还包含了 2 倍于调制频率的红外辐射信号.

1.1 样品中的非线性热波方程及边界条件

仅考虑一维热传导情形. 一束受正弦调制的光照射到样品上, 光被样品吸收后而转化为热. 对于大多数固体样品, 其密度与比热随温度的变化相对于热导率来说, 可认为是很小的. 因此, 样品中的热波方程及边界条件为

$$\frac{\partial}{\partial x} \left[K_s \frac{\partial \phi_s(x, t)}{\partial x} \right] = \rho c \frac{\partial \phi_s(x, t)}{\partial t} - S(x, t); \quad (1)$$

$$K_s \frac{\partial \phi_s(0, t)}{\partial x} = K_g \frac{\partial \phi_g(0, t)}{\partial x} - \beta' I_0 [1 + \exp(j\omega t)] + H[\phi_s(0, t) - \phi_g(0, t)]; \quad (2)$$

$$K_s \frac{\partial \phi_s(l, t)}{\partial x} = K_g \frac{\partial \phi_g(l, t)}{\partial x} + \beta'(1 - \beta') I_0 \exp(-\beta l) [1 + \exp(j\omega t)] - H[\phi_s(l, t) - \phi_g(l, t)]; \quad (3)$$

其中 $\phi_s(x, t)$, $\phi_g(x, t)$ 分别为样品和空气的温度涨落, ρ , c 分别为样品的密度和热容量, $H = h + 4\epsilon\sigma T^3$, h 为对流系数. $S(x, t)$ 为样品中的内热源, 可表示为

$$S(x, t) = \beta(1 - \beta') I_0 \exp(-\beta x) [1 + \exp(j\omega t)];$$

式中 β 为样品的体吸收系数, β' 为样品表面吸收率. K_s 、 K_g 分别为样品和空气的热导率. 一般情况下, K_s 并不为常数, 而是随温度变化的函数. 在温度变化范围不太大的情况下, 热导率可表示为^[13]

$$K_s = K_0 [1 + b\phi_s(x, t)]; \quad (4)$$

式 (4) 中 K_0 为稳态温度下样品的热导率, b 为热导率的温度系数. 将式 (4) 代入式 (1), 并记 $\alpha_s = K_0/\rho c$, 则得:

$$\frac{\partial^2 \phi_s(x, t)}{\partial x^2} = \frac{1}{\alpha_s} \frac{\partial \phi_s(x, t)}{\partial t} - b\phi_s(x, t) \frac{\partial^2 \phi_s(x, t)}{\partial x^2} - b \left[\frac{\partial \phi_s(x, t)}{\partial x} \right]^2 - \frac{S(x, t)}{K_0}, \quad (5)$$

这是一个非线性热波方程, 一般求解比较困难. 选用逐步近似法求解是一合理的选择. 假设其解具有如下形式:

$$\phi_s(x, t) = \phi_{s1}(x, t) + \phi_{s2}(x, t) + \dots, \quad (6)$$

式 (6) 中 $\phi_{s1}(x, t)$, $\phi_{s2}(x, t)$ 分别表示基频温度场和二次谐波温度场, 并注意到方程 (5) 中基频激励源产生基频温度场, 倍频激励源产生二次谐波温度场, 则方程 (5) 可分离为

$$\frac{\partial^2 \phi_{s1}(x, t)}{\partial x^2} = \frac{1}{\alpha_s} \frac{\partial \phi_{s1}(x, t)}{\partial t} - \frac{S(x, t)}{K_0}, \quad (7)$$

$$\frac{\partial^2 \phi_{s2}(x, t)}{\partial x^2} = \frac{1}{\alpha_s} \frac{\partial \phi_{s2}(x, t)}{\partial t} - b\phi_{s1}(x, t) \frac{\partial^2 \phi_{s1}(x, t)}{\partial x^2} - b \left[\frac{\partial \phi_{s1}(x, t)}{\partial x} \right]^2; \quad (8)$$

式 (7) 即为通常的基频温度场的热传导方程, 而式 (8) 则为二次谐波温度场的热传导方程. 将式 (4) 代入式 (2) 和式 (3), 考虑到 PTR 信号主要是由于交变温度场引起的, 并为了简化计算而略去直流项以及空气和对流辐射对温度的影响, 则可得与方程 (7)、(8) 对应的边界条件:

$$\frac{\partial \phi_{s1}(0, t)}{\partial x} = -\frac{\beta'}{K_0} I_0 \exp(j\omega t), \quad (9a)$$

$$\frac{\partial \phi_{s1}(l, t)}{\partial x} = \frac{\beta'(1-\beta')}{K_0} I_0 \exp(-\beta l) \exp(j\omega t); \quad (9b)$$

$$\frac{\partial \phi_{s2}(0, t)}{\partial x} = -b\phi_{s1}(0, t) \frac{\partial \phi_{s1}(0, t)}{\partial x}, \quad (10a)$$

$$\frac{\partial \phi_{s2}(l, t)}{\partial x} = -b\phi_{s1}(l, t) \frac{\partial \phi_{s1}(l, t)}{\partial x}; \quad (10b)$$

方程 (7), (9a) 和 (9b) 组成了基频温度场的边值问题, 方程 (8), (10a) 和 (10b) 组成了二次谐波温度场的边值问题.

1.2 二次谐波信号的表达式

边值问题式 (7), (9a) 和 (9b) 即为线性的 PTR 理论模型, 一般解为^[14]:

$$\phi_{s1}(x, t) = [U \exp(\sigma_s x) + V \exp(-\sigma_s x) - E \exp(-\beta x)] \exp(j\omega t); \quad (11)$$

式 (11) 中 U, V, E 为常数, $\sigma_s = a_s(1+j)$, $a_s = (\omega/2\alpha_s)^{\frac{1}{2}}$.

同样, 设 $\phi_{s2}(x, t) = \phi_{s2}(x) \exp(2j\omega t)$, 代入到方程 (8) 中, 可得:

$$\frac{\partial^2 \phi_{s2}(x)}{\partial x^2} = \frac{2j\omega}{\alpha_s} \phi_{s2}(x) - b\phi_{s1}(x) \frac{\partial^2 \phi_{s1}(x)}{\partial x^2} - b \left(\frac{\partial \phi_{s1}(x)}{\partial x} \right)^2; \quad (12)$$

将 $\phi_{s1}(x)$ 代入式 (12), 并解此方程, 可得一般解为

$$\begin{aligned} \phi_{s2}(x) = & M \exp(d_s x) + N \exp(-d_s x) + P \exp(\sigma_s - \beta)x + Q \exp(-\sigma_s - \beta)x \\ & + R \exp(-2\beta x) + L \exp(2\sigma_s x) + T \exp(-2\sigma_s x); \end{aligned} \quad (13)$$

式 (13) 中 $d_s = \sqrt{2}\sigma_s$, M, N 可由边界条件 (10a) 和 (10b) 求出, P, Q, R, L, T 为方程 (12) 特解中的常数.

对于金属或光学上不透明的样品, 有 $\exp(-\beta l) \rightarrow 0$, $|\beta/\sigma_s| \gg 1$, 则可得到样品前表面 (反射方向) 和后表面 (透射方向) 的温度场变化:

$$\phi_{s2}(0) = \frac{bI_0\phi_{s1}(0)[\exp(d_s l) + \exp(-d_s l)]}{K_0 d_s [\exp(d_s l) - \exp(-d_s l)]} - \frac{bI_0^2 [\exp(2\sigma_s l) + \exp(2\sigma_s l)]}{K_0^2 \sigma_s^2 [\exp(\sigma_s l) - \exp(-\sigma_s l)]^2}, \quad (14)$$

$$\phi_{s2}(l) = \frac{2bI_0\phi_{s1}(0)}{K_0 d_s [\exp(d_s l) - \exp(-d_s l)]} - \frac{2bI_0^2}{K_0^2 \sigma_s^2 [\exp(\sigma_s l) - \exp(-\sigma_s l)]^2}; \quad (15)$$

式中 $\phi_{s1}(0)$ 为样品前表面的基频温度场^[14].

我们注意到方程 (14), (15) 中 $\phi_{s2}(0)$ 和 $\phi_{s2}(l)$ 均为复数, 经复数运算后可化为指数形式. 本文仅对后表面光热辐射二次谐波进行讨论. 图 1(a), (b) 分别给出了对于不同厚度的样品的后表面的二次谐波的振幅 A 和位相 φ 对调制频率依赖关系的计算机模拟的理论曲线. (图中选用的是铜的物理常数: $K_0=386 \text{ W/m}^\circ\text{C}$, $\alpha_s=1.123 \times 10^{-4} \text{ m}^2/\text{s}$).

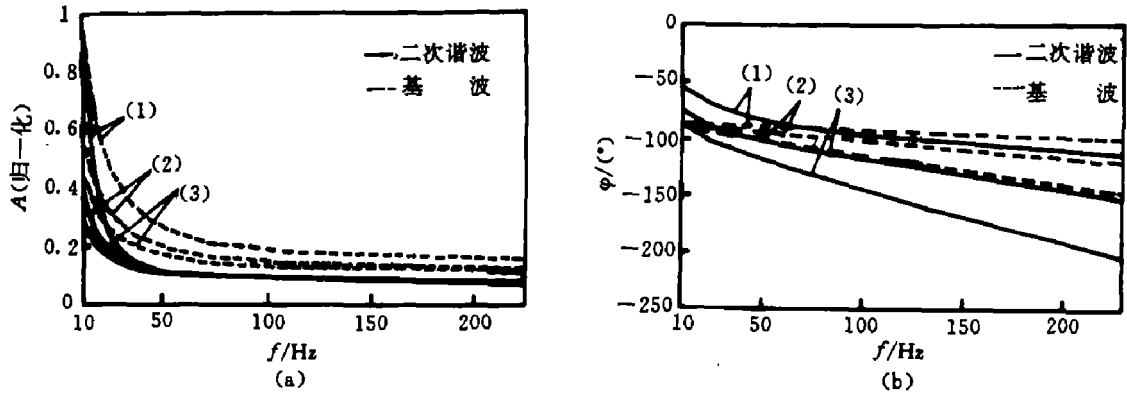


图 1 不同样品厚度时 $\phi_{s2}(l)$ 的振幅 (a) 和位相 (b) 的频率特性
(1)—0.3 mm; (2)—0.5 mm; (3)—0.7 mm

Fig. 1 Frequency dependence of amplitude (a) and frequency dependence of phase (b) of $\phi_{s2}(l)$ for different sample thicknesses

从方程 (14), (15) 可以看出, 二次谐波温度场的幅值与入射激励光的功率平方 (I_0^2) 成正比, 而线性理论中基频温度场的幅值与 I_0 成正比. 在图 1(a), (b) 中, 二次谐波温度场的振幅和位相随频率的变化率比基频温度场的变化率大. 因此, 将二次温度场用于材料的无损检测可望得到更高的空间分辨率和灵敏度.

2 实验

实验装置如图 2 所示. 波长为 $10.6 \mu\text{m}$ 、功率约为 8W 的 CO_2 激光 (其功率可由衰减器调节), 经调制器后照射到金属铜样品上.

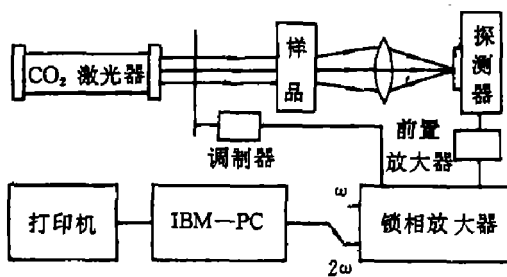


图 2 实验装置图
Fig. 2 Schematic of the experimental set-up

考虑到样品的温升和热辐射波长, 在透射方向上用致冷的光导型 HgCdTe 红外探测器 (由中科院上海技术物理研究所提供) 探测样品的热辐射变化量, 将光热信号与参考信号一起输入锁相分析器 (Stanford SR530), 由锁相分析器可同时读出振幅和位相值, 并与理论进行比较.

图 3 给出了二次谐波幅值随入射光功率变化的理论和实验曲线, 图 4 给出了后表面二次谐波的振幅和位相随频率变化的实验和理论曲线的比较 (样品厚度为 0.4 mm).

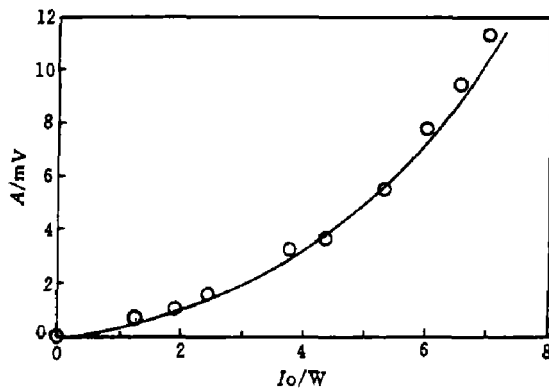


图 3 二次谐波的振幅与入射光强的关系
Fig. 3 Amplitude of the second-harmonic signal vs. incident beam power

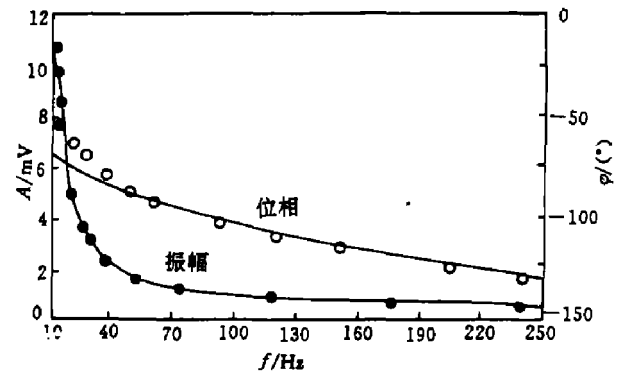


图 4 后表面二次谐波的振幅与位相的实验值和理论值的比较
Fig. 4 Comparison of the experimental and theoretical results for the second-harmonic amplitude and phase of the rear-surface

3 结语

一束调制的较强激光束入射于待测样品表面时，由于样品热导率的温度依赖性，除产生基频热辐射外，还会激发出二次谐波热辐射。二次谐波的热辐射具有以下特点：(1) 二次谐波的幅值与入射光强的平方成正比；(2) 样品的二次谐波随频率、厚度的变化率比基频大，所以它对样品的检测将具有更高的分辨率（有关这方面的研究，将另文发表）；(3) 由于接收的是二次谐波而不是基频成份，因此检测系统的基频噪声也相对地被抑制，这有利于提高 PTR 检测的信噪比。因此，非线性光热辐射技术在材料物性和无损检测方面有着广阔的应用前景。

致谢：作者衷心感谢吴志明和周根元同志在实验和计算中给予的支持和帮助。

参考文献

- 1 Rosencwaig A. *Photoacoustic and Photoacoustic Spectroscopy*, New York: Wiley, 1980
- 2 Opsal J, Rosencwaig A, David L Willenborg. *Appl. Opt.*, 1983;22(5):3169
- 3 Nordal P E, Kanstad P E. *Phys. Scr.*, 1979;20:659
- 4 Wong Y H, Thomas R L, Hawkins G F. *Appl. Phys. Lett.*, 1978;32(2):538
- 5 Opsal J, Rosencwaig A. *J. Appl. Phys.*, 1982;53(6):4240
- 6 Baumann J, Tilgner R. *Can. J. Phys.*, 1986;64:1291
- 7 Busse G, Rief B, Eyerer P. *Can. J. Phys.*, 1986;64:1195
- 8 Li P Z, Zhou G Y. *Appl. Opt.*, 1992;31(5):3731
- 9 Rajakarunanayake Y N, Wickramasinghe H K. *Appl. Phys. Lett.*, 1986;48(3):218
- 10 Wetsel C Grover, James B Spicer. *Can. J. Phys.*, 1986;64:1269
- 11 Doka O, Miklos A, Lorincz A. *Appl. Phys.*, 1989;A48:415
- 12 杜功焕. *物理学报*, 1988;37(5):769
- 13 Sadik Kakac, Yaman Yeuer. *Heat Conduction*, Berlin: Springer-Verlag, 1985, 18
- 14 管国兴, 郑小明, 李佩赞. *红外研究*, 1988;7(3):201

NONLINEAR THEORY AND EXPERIMENT OF PHOTOTHERMAL RADIOMETRY*

WANG QINHUA, LI PEIZAN

(Department of Physics, Suzhou University, Suzhou, Jiangsu 215006, China)

Abstract: Based on the nonlinear effect of photothermal radiometry (PTR), a theoretical model of nonlinear heat conduction along with boundary conditions is developed, from which the representations of the second-harmonic signal of PTR are derived. Furthermore, the general features of the second-harmonic signal are discussed, and all of these are well demonstrated by the experimental results. This nonlinear theory provides a theoretical basis for the applications of the nonlinear PTR technique.

Key words: linear photothermal radiometry, nonlinear photothermal radiometry, second harmonic.

*The project supported by the National Natural Science Foundation of China.