第11卷 第6期
1992年12月

红外与毫米波学报
J. Infrared Millim. Waves

Vol. 11, No. 6
December, 1992

二维导体—介质周期结构的毫米波和红外散射

董天临

(华中理工大学电子与信息工程系，湖北，武汉，430074)

摘要：以严格的电磁理论为基础，提出了适合于分析二维导体—介质周期结构毫米波和红外散射问题的改进方法. 本方法考虑了导体厚度和有限电导率等全部电磁参数和几何尺寸的影响，并可以不必借助于任何基函数而获得数值计算结果.

关键词：周期结构，电磁散射，导体—介质周期薄膜，传输矩阵.

引言

二维导体—介质周期结构不仅早已被用于多频率复用天线，太阳能电池和大功率激光器等，而且在雷达散射截面缩减等方面也可望获得应用.

在微波或更低的工作频率下，实际导体可以认为具有无穷大的电导率，并且导体—介质周期层的厚度通常远小于波长. 这时利用矢量模式法[1~3]，谱域法[4]，广义散射矩阵法[5]等分析方法可以获得良好的结果. 然而，以上方法通常不能考虑导体电导率和周期层厚度变化的影响. 同时，由于假定导体有无穷大的电导率，导体内部电场强度和电流密度的相互关系成为不确定，因而，相应的数值计算过程及结果强烈依赖于所选择的基函数和试验函数. 这种情况在理论上和实用上都是不能令人满意的. 随着工作频率的上升，仍然假定周期层厚度为零，而其中的导体具有无穷大的电导率，将会带来不能接受的误差. 针对上述情况，本文从严格的电磁理论出发，提出了适合于分析二维导体—介质周期结构毫米波和红外散射问题的改进方法.

1 边值问题

考虑如图1所示的最简单同时又是最基本的二维导体—介质周期结构. 区1和区3是相对介电常数为 ε_{r1} 和 ε_{r3} 的均匀介质. 区2是二维导体—介质周期层，其中介电常数分布是分片均匀的. 导体部分 (c) 的相对介电常数是 ε_{r2}，介质部分 (d) 是区1的延伸，其相

本文1991年7月17日收到，修改稿1992年7月7日收到.

对介电常数是 ε_{ri} . 考虑导体和介质中的损耗，一般而言，上述介电常数均为复数.

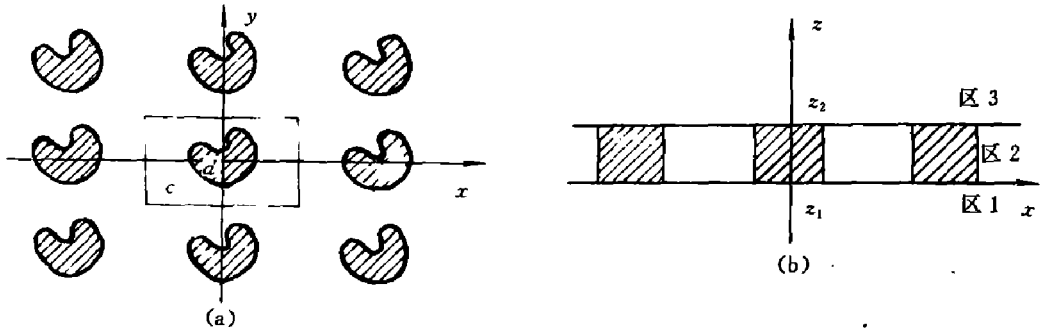

图 1 二维导体—介质周期结构
(a) 周期单元; (b) z 方向剖面
Fig. 1 2DCDP structure
(a) unit cell; (b) profile along z-direction

由于二维导体—介质周期层的存在，所有的均匀介质内的电场和磁场均应表示为弗洛盖 (Floquet) 模式的迭加. 这样区间 1，3 内的电磁场切向分量可以分别表示为

$$\mathbf{E}_{ti} = \sum_{m,n=\infty}^{\infty} \sum_{q=1}^{2} \mathbf{t}_{qmn} V_{qmni} \psi_{mn}, \tag{1}$$

$$\mathbf{z}_0 \times \mathbf{H}_{ti} = -\sum_{m,n=-\infty}^{\infty} \sum_{q=1}^{2} \mathbf{t}_{qmn} I_{qmni} \psi_{mn}; \tag{2}$$

式中 $\mathbf{t}_{qmn}$，q 取值 1 和 2，分别是 TE 和 TM 模式的特征向量:

$$\mathbf{t}_{1mn} = \mathbf{k}_{tmn} \times \mathbf{z}_0 / k_{tmn} \quad , \tag{3}$$

$$\mathbf{t}_{2mn} = \mathbf{k}_{tmn} / k_{tmn} \quad , \tag{4}$$

$$\psi_{mn} = (ab)^{-1/2} \exp(-j\mathbf{k}_{tmn} \cdot \mathbf{t}) \tag{5}$$

是弗洛盖波型函数. 其中 $\mathbf{z}_0$ 和 $\mathbf{t}$ 分别是 z 方向和切平面内的单位矢量. 模式电压和模式电流分别为

$$V_{qmni} = A_{qmni} \exp(-jk_{zmni} z) + B_{qmni} \exp(jk_{zmni} z), \tag{6}$$

$$I_{qmni} = Y_{qmni} [A_{qmni} \exp(-jk_{zmni} z) - B_{qmni} \exp(jk_{zmni} z)], \tag{7}$$

其中模式导纳和 z 方向传播常数分别是

$$Y_{1mni} = k_{zmni} / (\omega \mu_0), \tag{8}$$

$$Y_{2mni} = \omega \varepsilon_0 \varepsilon_{ri} / k_{zmni}, \tag{9}$$

$$k_{zmni} = (k_0^2 \varepsilon_{ri} - k_{tmn} \cdot k_{tmn})^{1/2}, \tag{10}$$

下标 i 取值 1 和 3，分别表示区 1 和 3.

在二维导体—介质周期层内，模式电压和模式电流不仅仅是 z 的函数，也应当是 x 和 y 的函数. 即电磁场切向分量应表示为

$$\mathbf{E}_{t2}=\sum_{m,n=-\infty}^{\infty}\sum_{q=1}^{2}\mathbf{t}_{qmn}V(x,y,z)\psi_{mn},\tag{11}$$

$$\mathbf{z}_0\times\mathbf{H}_{t2}=-\sum_{m,n=-\infty}^{\infty}\sum_{q=1}^{2}\mathbf{t}_{qmn}I(x,y,z)\psi_{mn}.\tag{12}$$

通常导体—介质周期层的厚度远远小于周期，因此瑞利假设可以成立[6]. 而考虑到其中介电常数分布的分片均匀特性，可以认为模式电压和模式电流相对于 x,y 的分布也是分片均匀的. 这样 V，I 在介质区的表达式应与区 1 相同，即

$$V(x,y,z)=V_{qmn1},\tag{13}$$

$$I(x,y,z)=I_{qmn1}.\tag{14}$$

而 V，I 在导体区可以表示为

$$V(x,y,z)=C_{qmn}\exp(-jk_{zmn}z)+D_{qmn}\exp(jk_{zmn}z),\tag{15}$$

$$I(x,y,z)=Y_{qmn}[C_{qmn}\exp(-jk_{zmn}z)-D_{qmn}\exp(jk_{zmn}z)].\tag{16}$$

导体区模式导纳和 z 方向传播常数可分别表示为

$$Y_{1mn}=k_{zmn}/(\omega\mu_0),\tag{17}$$

$$Y_{2mn}=\omega\varepsilon_0\varepsilon_{r2}/k_{zmn},\tag{18}$$

$$k_{zmn}=(k_0^2\varepsilon_{r2}-k_{tmn}\cdot k_{tmn})^{1/2}.\tag{19}$$

在 $z=z_1$ 和 $z=z_2$ 两个分界面上需要匹配的边界条件是

$$\begin{cases}\mathbf{E}_{t1}(z_1)=\mathbf{E}_{t2}(z_1),\\ \mathbf{z}_0\times\mathbf{H}_{t1}(z_1)=z_0\times\mathbf{H}_{t2}(z_1),\\ \mathbf{E}_{t1}(z_2)=\mathbf{E}_{t2}(z_2),\\ \mathbf{z}_0\times\mathbf{H}_{t1}(z_2)=\mathbf{z}_0\times\mathbf{H}_{t2}(z_2).\end{cases}\tag{20}$$

将场的表达式 (1)，(2) 和 (11)，(12) 代入上述边界条件，然后以 ψ_{ij}^* 乘所得到的等式两边，再在一个周期单元内积分，利用 ψ_{mn} 和 $\mathbf{t}_{qmn}$ 的正交性，即

$$\iint_{c+d}\psi_{mn}\psi_{ij}^*\,ds=\delta_{mnij}\mathbf{t}_{qmn}\cdot\mathbf{t}_{pij}=\delta_{qp}\tag{21}$$

化简所得到的等式并消去系数 C_{qmn} 和 D_{qmn}，可以得到以矩阵和矢量形式表示的 V 和 I 应满足的方程:

$$\begin{bmatrix}V_3(z_2)\\ I_3(z_2)\end{bmatrix}=T\begin{bmatrix}V_1(z_1)\\ I_1(z_1)\end{bmatrix},\tag{22}$$

式中

$$T=QT_c+PT_d\tag{23}$$

是周期层的等效传输矩阵. 显然，该等效传输矩阵是 T_c 和 T_d 两个矩阵的加权和. 而 T_c 和 T_d 则是导体区和介质区的传输矩阵. 它们的形式与均匀介质的传输矩阵相同，分别由四个对角块组成. 加权矩阵 Q 和 P 分别是切向场单位矢量的点积乘以弗洛盖模式函

数在导体区和介质区上的内积:

$$Q_{qmnpij} = \mathbf{t}_{qmn} \cdot \mathbf{t}_{pij} \iint_c \psi_{mn} \psi_{ij}^* \, ds, \tag{24}$$

$$P_{qmnpij} = \mathbf{t}_{qmn} \cdot \mathbf{t}_{pij} \iint_d \psi_{mn} \psi_{ij}^* \, ds; \tag{25}$$

矢量 V 和 I 的元素分别是 V_{qmni} 和 I_{qmni}.

以上由严格电磁理论导出的结果说明，二维导体—介质周期层的作用，可以用一个传输矩阵 T 完整地表示. 该传输矩阵不仅依赖于导体区和介质区两者的传输矩阵，而且也依赖于它们的厚度和复介电常数；还依赖于导体区和介质区两者的加权矩阵，以及它们的形状和相互位置. 一般而言，矩阵 T 的元素都是非零的，表明全部弗洛盖模式在周期层中都会互相耦合.

对于比图 1 更复杂的其它情况，可以用同样的方法决定各层的传输矩阵后，通过矩阵级联进行分析计算.

2 结果与讨论

利用上节得到的关系，经过简单的矩阵运算即可把待定的各散射场振幅矢量用已知的入射场表示出来，而不必借助于任何人为的基函数和试验函数，即可直接对二维导体—介质周期结构的散射特性进行计算. 事实上，对于形状比较简单的单元，式 (24) 和 (25) 的积分可以得到解析表达式，所引入的作为加权矩阵元素的函数，对于矩形单元是抽样脉冲函数，对于圆环形单元是贝塞尔函数，这些函数正是其它方法中通常采用的基函数.

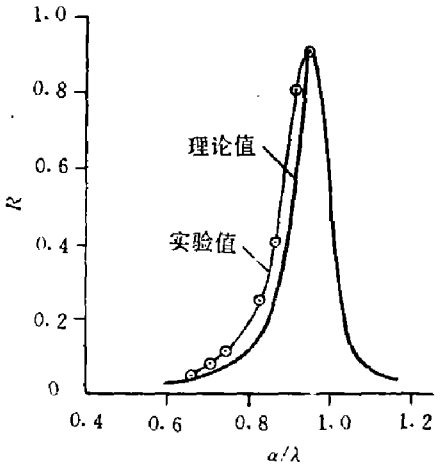

图 2 矩形单元二维导体—介质周期结构的反射率 R

Fig. 2 Reflectivity of 2DCDP structure with rectangular patch

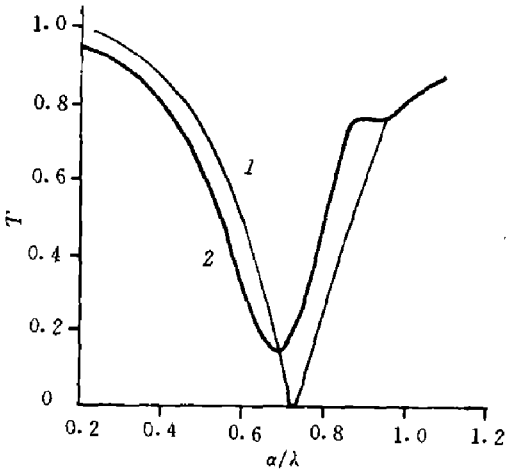

图 3 圆环形单元二维导体—介质周期结构的透射率 T

1. 文献 [7] 结果；2. 本方法结果

Fig. 3 Transmissivity of 2DCDP structure with ring patch

1: from Ref. 7; 2: this paper

利用矩形单元二维导体—介质周期结构的散射特性的测试结果对本方法进行了验证. 测量是利用空间分离法进行的. 入射和反射微波波束被半透明镜分开，因而发射天线与接收天线不会互相影响. 与良导体相比较，则可以测定二维导体—介质周期结构的反射率. 计算时取铜的电导率为 $5.8\times10^7\ (\Omega\mathrm{m})^{-1}$. 计算结果与实测结果的比较见图 2. 从图中可明显地看出二维导体—介质周期结构的谐振特性. 由于实际导体的损耗，即使在谐振峰位置，反射率也小于 1. 本文考虑了导体不为无穷大的实际电导率，得到了与实验符合较好的结果.

图 3 进一步给出了圆环形单元导体—介质周期结构的透射率. 本方法与 Paker[7]等人的结果基本符合.

如前所述，在一定范围内，周期层厚度变化将对结构的散射特性产生明显的影响. 图 4 比较了两种有不同厚度的周期层的二维导体—介质周期结构的反射率和透射率. 介质衬底上的反射单元是铝环. 计算时直接利用红外波段复折射率数据决定铝的复介电常数. 其内外半径对于周期而言的相对值分别是 0.279 和 0.3876，衬底厚度相对值为 0.0116. 显然周期层厚度的变化对二维导体—介质周期结构的反射率和透射率的影响是不能忽视的. 更详细的计算表明，当厚度小到一定程度时，会发生"穿透"现象，透射率急剧上升而反射率急剧下降；当厚度大于一定值后，反射率上升很快，而透射率迅速下降. 这些特性都是应用中值得注意的.

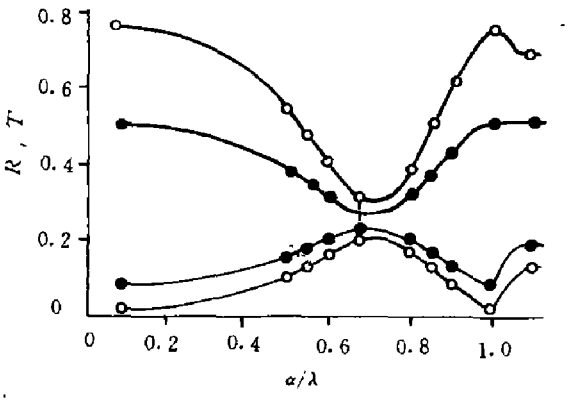

图 4　二维导体—介质周期结构的反射率 (——) 和透射率 (——)

○: 周期层厚度 / 周期 $=0.1\times10^{-4}$

●: 周期层厚度 / 周期 $=0.05\times10^{-4}$

Fig. 4　Transmissivity (——) and reflectivity (——) of 2DCDP structure

○: The normalized thickness of the periodic layer is 0.1×10^{-4}

●: The normalized thickness of the periodic layer is 0.05×10^{-4}

参考文献

1 Chen C C. *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, 1970,**MTT-18**(9):627

2 Chen C C. *IEEE Trans. Antennas Propag.*, 1970,**AP-18**(9):660

3 Chen C C. *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, 1971,**MTT-19**(5):475

4 Taso C H, Mittra R. *IEEE Trans. Antennas Propag.*, 1982,**AP-30**(3):303

5 Hall R C, Mittra R, Mitzner K M. *IEEE Trans. Antennas Propag.*, 1988,**AP-36**(4):51

6 Millar R F. *Proc. Cambridge Phil. Soc.*, 1971,1969:773

7 Paker E A, Hamdy S M A. *Electron. Lett.*, 1981,**17**(17):61

INFRARED AND MILLIMETER WAVE SCATTERING OF TWO-DIMENSIONAL CONDUCTOR-DIELECTRIC PERIODIC STRUCTURES

Dong Tianlin

(*Department of Electronics and Information, Huazhong University of Science and Technology, Wuhan, Hubei* 430074, *China*)

Abstract: Based on rigorous electromagnetic theory, an improved method suitable to analyze Infrared and Millimeter wave Scattering of Two-dimensional Conductor-dielectric Periodic (2DCDP) Structures is presented in this paper. The effects of all electromagnetic parameters and geometry sizes, including those of the thickness and finite conductivity of conductors are taken into account and the numerical results can be obtained without invoking any basis functions.

Key words: periodic structures, electromagnetic scattering, conductor-dielectric periodic thin films, transmission matrices.