

准周期耦合量子点的输运性质*

平文胜

(上海交通大学应用物理系, 上海, 200030)

冯伟国

(同济大学固体物理研究所, 上海, 200092)

吴翔

(理论物理中心(CCAST), 中国科学院材料物理中心, 北京, 100080)

摘要: 讨论了一种一维准周期系统的输运性质. 该系统由一系列 Fibonacci 耦合的量子点组成. 利用转移矩阵方法并考虑实验技术, 推导了通过一系列量子点的电子透射几率, 从而讨论了电导与磁场和电压的关系. 通过数字计算获得了具有非常丰富结构的透射谱, 这种结构的丰富性依赖于量子点间的耦合.

关键词: 量子点, 透射几率, 转移矩阵.

引言

自从 Esaki 和 Tsu^[1,2]报道以来, 半导体超晶格和量子阱结构引起了广泛的关注^[3,4]. 目前, 无论从应用还是从基础物理研究的角度来看, 在两维乃至三维上的量子局限的半导体微结构(量子线及量子点)是这一领域中最受关注的问题, 当然, 这要以微加工技术的发展为基础的^[6,7].

L. P. Kouwenhoven 等人^[8]从实验上研究了一种人工一维晶体的磁输运性质, 这种晶体由一系列量子点组成, 而每个量子点是通过在 GaAs/AlGaAs 异质结利用分裂栅技术获得的. 他们还提出了一个简单的理论模型, 以说明在周期性晶体中由于子带的形成导致的振荡, 但他们没有考虑量子点间的耦合影响. 本文在他们的模型基础上, 利用转移矩阵方法讨论了一种准周期一维晶体的输运性质, 从而通过引入 (Fibonacci) 序列考虑了量子点间的耦合.

本文 1991 年 10 月 16 日收到, 修改稿 1992 年 1 月 30 收到.

* 中国国家高等科技基金资助课题.

1 模型及理论推导

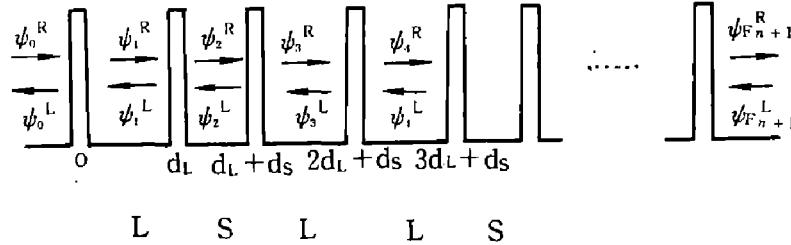


图 1 电子在一维势垒系统中的示意图

Fig. 1 Schematic representation of an electron wave in a 1-D barrier system

图 1 是电子在一维势垒系统中传播的示意图, 本文考虑的一维准周期晶体是沿着 x 方向由两个子单元 L 和 S 按照 Fibonacci 序列的法则生成的^[9]: 有

$$S_1 = L, S_2 = LS, S_3 = LSL, \dots, S_n = S_{n-1}S_{n-2}. \quad (1)$$

子单元 L 包括一个厚度为 d_L 的量子点和一个势垒, 而单元 S 和 L 的区别在于其厚度 d_S 较小, 并且 d_L 和 d_S 的比是黄金数的倒数 $\tau = d_S / d_L = (\sqrt{5} - 1) / 2$. 对于第 n 级, 有 F_n 个点和 $F_n + 1$ 个势垒, 其中 F_n 是 Fibonacci 系列的第 n 级大小, 这样, 第 n 级的晶体总厚度为 $D_n = (F_{n-1} + \tau F_{n-2}) d_L$. 此处我们假定势垒的厚度与 d_L 和 d_S 相比可以忽略不计, 而且势垒彼此完全相同, 即它们有相同的宽度、高度及透射和反射振幅 $t_i = t$ 和 $r_i = r$. 由流守恒定律可知 $tt^* + rr^* = 1$, $t/t^* = -r/r^*$.

对于在 $x = 0$ 处的一个势垒, 其左右两边的波函数的关系可由转移矩阵表示为

$$\begin{bmatrix} \Psi_0^R(0^-) \\ \Psi_0^L(0^-) \end{bmatrix} = \frac{1}{t} \begin{bmatrix} 1 & -r \\ r & t/t^* \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Psi_0^R(0^+) \\ \Psi_0^L(0^+) \end{bmatrix} \quad (2)$$

同样, 对于在 $x = d_L$ 处的势垒, 有

$$\begin{bmatrix} \Psi_1^R(d_L^-) \\ \Psi_1^L(d_L^-) \end{bmatrix} = \frac{1}{t} \begin{bmatrix} 1 & -r \\ r & t/t^* \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Psi_1^R(d_L^+) \\ \Psi_1^L(d_L^+) \end{bmatrix} \quad (3)$$

考虑到量子点的形成是由于在高磁场穿过样品时的 $A-B$ 效应所致^[10], 一个电子围绕量子点旋转一周相位将改变 $2\pi(\Phi / \Phi_0)$, 其中 $\Phi = BA$ 是磁通量, A 是边界沟道所围的面积, 而 $\Phi_0 = h/e$ 是磁通量子^[11]. 在本文的模型中, 引入两个相位 θ_L 和 θ_S , 分别表示电子在点 L 和 S 中的相位. 由文献[8]可知, 在相同门电压 V_g 下, 量子点面积 A 与宽度 d_K 成正比 (这里 K 表示 L 或 S), 所以在相同磁场 B 情况下, 可假定 $\theta_S / \theta_L = d_S / d_L = \tau$, 故可得^[12]

$$\left. \begin{aligned} \Psi_1^R(d_L^-) &= \Psi_1^R(0^+) e^{i\theta_L/2}, \\ \Psi_1^L(d_L^-) &= \Psi_1^L(0^+) e^{-i\theta_L/2}, \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

和

$$\begin{bmatrix} \Psi_0^R(0^-) \\ \Psi_0^L(0^-) \end{bmatrix} = \frac{1}{t^{F_n+1}} M_0 C_n \begin{bmatrix} \Psi_{F_n+1}^R(D_n) \\ \Psi_{F_n+1}^L(D_n) \end{bmatrix}. \quad (5)$$

式(5)中 M_0 表示 $\begin{bmatrix} 1 & -r \\ r & t/t^* \end{bmatrix}$, $C_n = C_{n-1}C_{n-2}$ 表示转移矩阵, 它们与参数 r_i 、 t_i 、 θ_S 和 θ_L 有关.

对于第 n 级晶体, 可得

$$\begin{bmatrix} \Psi_0^R(0^-) \\ \Psi_0^L(0^-) \end{bmatrix} = \frac{1}{t^{F_n+1}} X \begin{bmatrix} \Psi_{F_n+1}^R(D_n) \\ 0 \end{bmatrix}. \quad (6)$$

式(6)中 $x \equiv M_0 C_0 \equiv \begin{bmatrix} x_{11} & x_{12} \\ x_{21} & x_{22} \end{bmatrix}$, $\Psi_{F_n+1}^L(D_n) \equiv 0$. 这样, 整个系统的透射振幅 $t = \Psi_{F_n+1}^R / \Psi_0^R(0^-) = t^{F_n+1} / x_{11}$, 而透射几率 $T \equiv |t|^2 = |t^{F_n+1}|^2 / |x_{11}|^2$.

我们再假设每个势垒的透射几率 T_i 已知, $T_i = |t_i|^2 = T$, 并定义 $t_i = t$ 为一个实数, 而 $r_i = r = \sqrt{R} e^{i\theta_r}$, 其中 R 是单个势垒的反射几率, θ_r 是反射几率的相位. 可证明该定义满足流守恒定律. 这样, 当我们选择 T 、 θ_r 和级数 n 时, 可获得 T 与 θ_L 间的关系.

我们知道, 系统的透射几率与电导 G 间有 Landauer 关系 $G = T \cdot e^2 / h$, 而 θ_L 可以通过改变磁场 B 或环绕面积 A 而变化, 其中 A 又与量子点结构及门电压 V_g 有关. 所以 T 与 θ_L 间的关系直接反映了电导 G 与磁场 B 及电压 V_g 间的关系.

2 计算结果与讨论

我们计算了在 $n=6$ ($N=14$), $\theta_r = \pi/2$, T 分别为 0.10、0.50、0.90 时, T 和 θ_L 之间的关系如图 2 所示. 可见, 单势垒的透射几率越大, 系统的透射谱就越复杂. 与文献[8]中的结果相比, 可知我们结果的高度复杂性来自于量子点间的耦合, 也就是本文中的量子点非周期性组成.

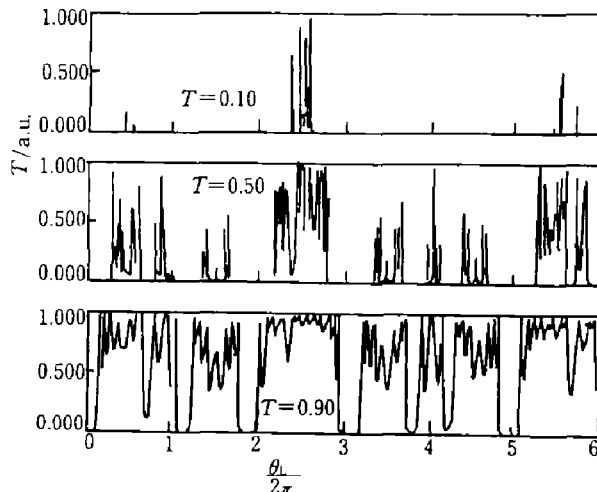


图 2 系统透射几率 T 与相位变化 $\theta_L/2\pi$ ($n=6$, $N=14$, $\theta_r = \pi/2$)
 Fig. 2 The system transmission rate T as a function of phase change $\theta_L/2\pi$
 ($n=6$, $N=14$, $\theta_r = \pi/2$)

参考文献

- 1 Esaki L, Tsu R. *IBM J. Res. Dev.*, 1970, **14**: 61
- 2 Esaki L, Chang L L. *Phys. Rev. Lett.*, 1974, **33**: 495
- 3 Chien Hua Tsai et al. *Proc. Workshop on the Physics of Superlattice and Quantum Well*, World Scientific, Singapore, 1989
- 4 Gubel E O, Ploog K. *Prog. Quan. Elec.*, 1990, **14**: 289
- 5 Buttiker M, Imry Y, Landauer R. *Phys. Lett.*, 1983, **96A**: 365
- 6 Lorke A, Kotthaus J P, Ploog K. *Phys. Rev. Lett.*, 1990, **64**: 2559
- 7 Elizabeth Corcoran. *Scientific American*, 1990, **263**(5): 122
- 8 Kouwenhoven L P, Hekking F W J, Van Wees B J et al. *Phys. Rev. Lett.*, 1990, **65**: 361
- 9 Feng Weiguo, He Wenzhong, Xue Dengping et al. *J. Phys: Condensed Matter*, 1989, **1**: 8241
- 10 Van Wees B J, Kouwenhoven L P, Harmans C J P M et al. *Phys. Rev. Lett.*, 1989, **62**: 2523
- 11 Sivan U, Imry Y, Hartzstein C. *Phys. Rev.*, 1989, **B39**: 1242
- 12 Kouwenhoven L P, Van Wees B J, Hekking F W J et al. *Proc. Localization and Confinement of Electrons in Semiconductor*, Manterndorf

TRANSPORT THROUGH QUASI-PERIODIC COUPLED QUANTUM DOTS *

Ping Wensheng

(*Applied Physics Department, Shanghai Jiaotong University, Shanghai 200030, China*)

Feng Weiguo

(*Pohl Institute of Solid State Physics, Tongji University, Shanghai 200092, China*)

Wu Xiang

(*Center of Theoretical Physics (CCAST World Laboratory) and International Center for Materials Physics, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100080, China*)

Abstract: The transport properties of a kind of quasi-periodical one-dimensional system have been studied. This system consists of a series of Fibonacci coupled quantum dots. By using the transfer matrix method, and taking account of the experiment techniques, the formalism of the electron transmission rate for the chain of quantum dots is proposed, and the relationship between the conductance, magnetic field and voltage is discussed. From the numerical results, it has been found that the transmission spectra of the system have rich structures, depending on the coupling among quantum dots.

Key words: quantum dots, transmission rate, transfer-matrix.

* The project supported by the National Advanced Science and Technology Foundation of China.