

# 高斯光束驱动的腔镜透射率 不等的环形腔双稳系统

樊锡君 于洛平 马先

(山东师范大学物理系, 山东, 济南, 250014)

谢莉莉

(山东师范大学计算中心, 山东, 济南, 250014)

在单横模及平均场近似下, 给出了定态方程及线性稳定性分析, 指出了高斯光束驱动与平面波近似双稳系统的差别. 本文还把其它文献发表的许多重要结论作为一定条件下的特殊情况包括在文内.

**关键词:** 高斯光束, 透射率, 环形腔, 光学双稳性.

## 1 引言

近年来, 关于光学双稳的理论研究在深度和广度上都取得了相当大的进展. 对全光学双稳系统的研究已由平面波近似描述转到包括光场的横向结构在内的完全描述<sup>[1~13]</sup>; 另外, 人们已由对典型的单向环形腔和法布里-珀罗腔光学双稳系统的研究推广到双向环形腔<sup>[14~16]</sup>、双环形腔<sup>[17]</sup>、单输出环形腔<sup>[18, 19]</sup>等类型的光学双稳系统, 从而得出一些具有重要意义的新结果, 文献 [20] 在平面波近似下对入射端和反射端腔镜透射率不等的环形腔光学双稳系统进行了分析, 在此基础上我们把这一讨论推广到光场具有高斯横向分布的情况. 在处理横向效应时, 我们选用球面镜而不用平面镜.

## 2 吸收兼色散单横模定态方程

图 1 是总长为  $\mathcal{L}$  的单向环形腔光学双稳系统. 设腔长为  $L$ , 半径为  $R_0$  的圆柱形介质由  $N$  个均匀展宽的二能级原子系统组成. 镜 1 和镜 2 的透射率分别为  $T_1$  和  $T_2$ , 镜 3 和镜 4 为全反射镜.  $\vec{F}_{0I}$ ,  $\vec{F}_{0R}$  和  $\vec{F}_{0T}$  分别为入射、反射和透射光场. 入射场为 TEM<sub>00</sub> 模, 频率为  $\omega_0$ , 原子跃迁频率为  $\omega_a$ , 腔内光场亦为 TEM<sub>00</sub> 模. 考虑到偶极近似和旋波近似, 描述光场与介质相互作用的 Maxwell-Bloch 方程组为<sup>[7]</sup>

$$\begin{cases} \frac{\partial}{\partial z} \tilde{F}_0(z, t) + \frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t} \tilde{F}_0(z, t) = -\alpha \int_0^{R_0} dr \frac{4r}{w_0^2} A(r, z) \tilde{P}(r, z, t); & (1a) \\ \frac{\partial}{\partial t} \tilde{P}(r, z, t) = \gamma_{\perp} [D(r, z, t) \tilde{F}_0(z, t) A(r, z) - (1+i\Delta) \tilde{P}(r, z, t)]; & (1b) \\ \frac{\partial}{\partial t} D(r, z, t) = -\gamma_{\parallel} \left\{ \frac{1}{2} [\tilde{P}(r, z, t) \tilde{F}_0^*(z, t) + \tilde{P}^*(r, z, t) \tilde{F}_0(z, t)] A(r, z) \right\} & (1c) \end{cases}$$

关于  $\tilde{F}_0^*(z, t)$  和  $\tilde{P}^*(r, z, t)$  的运动方程分别是(1a)和(1b)的复数共轭方程. 方程组(1)中,  $\tilde{F}_0(z, t) = \sqrt{2/\pi} F_0(z, t)/w_0$ ,  $F_0(z, t)$  为归一化的慢变电场振幅,  $\tilde{P}$  和  $D$  是被标度的量, 分别对应于宏观原子极化量和原子上下能级布居数差;  $\gamma_{\perp}$  和  $\gamma_{\parallel}$  分别为  $\tilde{P}$  和  $D$  的弛豫速率;  $c$  为光速;  $\Delta = (\omega_c - \omega_0)/\gamma_{\perp}$  为原子失谐参量,  $w_0$  是高斯光束束腰,  $A(r, z)$  的具体表达式见文献[19]. 光场  $\tilde{F}_0$  满足边界条件

$$\begin{aligned} \tilde{F}_0(-L/2, t) &= \sqrt{T_1} \tilde{F}_{0r}(t) \\ &+ \sqrt{R_1 R_2} e^{-i\delta_0} \tilde{F}_0(L/2, t - \Delta t). \end{aligned} \quad (2)$$

反射与透射输出光场分别为

$$\begin{cases} \tilde{F}_{0r}(t) = -\sqrt{R_1} \tilde{F}_{0r}(t) + \sqrt{R_2 T_1} e^{-i\delta_0} \tilde{F}_0(L/2, t - \Delta t), & (3a) \\ \tilde{F}_{0t}(t) = \sqrt{T_2} \tilde{F}_0(L/2, t). & (3b) \end{cases}$$

在式(2)和式(3a)中,  $\Delta t = (\mathcal{L} - L)/c$ , 而  $\delta_0 = \mathcal{L}(\omega_c - \omega_0)/c$  为腔失谐参量, 其中  $\omega_c$  为最靠近  $\omega_0$  的环形腔共振频率.

方程组(1)的定态解为

$$\begin{cases} \tilde{P}_s(r, z) = \frac{(1-i\Delta) \tilde{F}_{0s}(z) A(r, z)}{1 + \Delta^2 + |\tilde{F}_{0s}(z)|^2 A^2(r, z)}; & (4a) \\ D_s(r, z) = \frac{1 + \Delta^2}{1 + \Delta^2 + |\tilde{F}_{0s}(z)|^2 A^2(r, z)}; & (4b) \\ \frac{d}{dz} \tilde{F}_{0s}(z) = -\alpha(1-i\Delta) \int_0^{R_0} dr \frac{4r}{w_0^2} \frac{\tilde{F}_{0s}(z) A^2(r, z)}{1 + \Delta^2 + |\tilde{F}_{0s}(z)|^2 A^2(r, z)}. & (4c) \end{cases}$$

将式(4)中复量  $\tilde{F}_{0s}(z)$  记作

$$\tilde{F}_{0s}(z) = \rho(z) e^{i\theta(z)},$$

则可由式(4c)得

$$\ln \left[ \frac{\rho(L/2)}{\rho(-L/2)} \right] = -\frac{1}{\Delta} [\theta(L/2) - \theta(-L/2)]. \quad (5)$$

再考虑到费涅尔数  $\mathcal{F} = w_0^2/(\lambda_0 L) \gg 1$  及  $R_0/w_0 \rightarrow \infty$ , 则可由式(4c)得另一超越方程:

$$\frac{1}{2}(1 + \Delta^2) \left\{ \ln \left[ 1 + \frac{\rho^2(L/2)}{1 + \Delta^2} \right] - \ln \left[ 1 + \frac{\rho^2(-L/2)}{1 + \Delta^2} \right] \right\} = -\alpha L. \quad (6)$$

根据边界条件式(2), 定态的边界条件可写成复数方程

$$\rho(-L/2) \exp[i\theta(-L/2)] = \sqrt{T_1} \tilde{F}_{0r} + \sqrt{R_1 R_2} \rho(L/2) \exp[i\theta(L/2) - i\delta_0]. \quad (7)$$

将式(5)、式(6)和式(7)联立, 并注意到  $R_1 = 1 - T_1$ ,  $R_2 = 1 - T_2$ , 原则上便可对任意  $\alpha L$ ,  $T_1$ ,  $T_2$  和  $\tilde{F}_{0r}$  求解  $\rho(L/2)$ ,  $\rho(-L/2)$ ,  $\theta(L/2)$  和  $\theta(-L/2)$  等 4 个实数量. 但是, 由于超越方

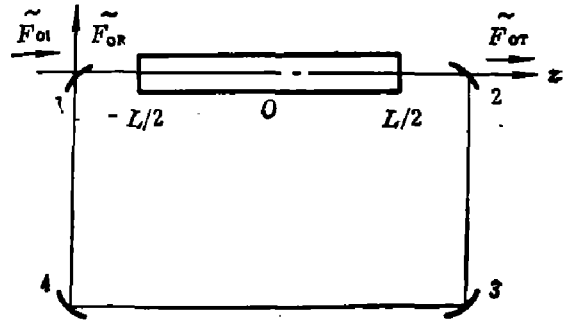


图1 入射端与反射端半透反射镜透射率不等的环形腔双稳系统

Fig. 1 Ring cavity optically bistable system with two partially reflecting mirrors of unequal transmissivity

程很难求得解析解,为此,引入平均场近似

$$\begin{cases} \alpha L \rightarrow 0, T_1, T_2 \rightarrow 0, \delta_0 \rightarrow 0, \\ 0 = \frac{\alpha L}{2T_1} = \text{常数}, \eta = \frac{\delta_0}{T_1} = \text{常数}. \end{cases} \quad (8)$$

以下记  $M \equiv T_1/T_2$ , 并将定态输入、定态透射输出与反射输出光场分别表示为

$$y \equiv \frac{\tilde{F}_{0Is}}{\sqrt{T_1}}, \quad x_T \equiv \frac{\tilde{F}_{0rs}}{\sqrt{T_1}} = \frac{\tilde{F}_{0s}(L/2)}{\sqrt{M}}, \quad x_R \equiv \frac{\tilde{F}_{0Rs}}{\sqrt{T_1}}. \quad (9)$$

利用式(2)、式(4c)、式(11)及  $\mathcal{F} \gg 1$  的条件,可导出输入光场  $y$  与透射光场定态模振幅  $|x_T|$  的关系式为

$$y = \sqrt{M} |x_T| \left\{ \left[ \frac{1}{2} \left( 1 + \frac{1}{M} \right) + \frac{2C}{M |x_T|^2} G \right]^2 + \left[ \eta - \frac{2C\Delta}{M |x_T|^2} G \right]^2 \right\}^{1/2}; \quad (10)$$

其中

$$G = \ln \left[ \frac{1 + \Delta^2 + M |x_T|^2}{1 + \Delta^2 + M |x_T|^2 \exp(-2R_0^2/w_0^2)} \right]. \quad (11)$$

如果在式(10)中取  $M=1$ , 便可得到熟知的  $T_1=T_2=T$  的双稳系统在色散兼吸收情况下的定态方程<sup>[1, 2, 7, 8]</sup>

$$y = |x_T| \left\{ \left[ 1 + \frac{2C}{|x_T|^2} g \right]^2 + \left[ \eta - \frac{2\Delta C}{|x_T|^2} g \right]^2 \right\}^{1/2}; \quad (12)$$

其中  $g$  由  $G$  的表达式式(11)取  $M=1$  得到.

在纯吸收和腔共振(即  $\Delta=\eta=0$ )的简单情况下,式(10)中的  $x_T$  以及反射光场  $x_R$  均为实数,式(10)即可化为

$$y = \sqrt{M} x_T \left[ \frac{1}{2} \left( 1 + \frac{1}{M} \right) + \frac{2C}{M x_T^2} G_0 \right]; \quad (13)$$

其中  $G_0$  由  $G$  的表达式式(11)中取  $\Delta=0$ ,  $|x_T|=x_T$  得到.

图2给出了  $\Delta, \eta$  皆为零(纯吸收腔共振)情况下,固定  $C, R_0/w_0$  的取值,不同的  $M$  值所对应的透射输出输入定态曲线.从图2可以看出,在固定  $\eta, \Delta, C$  及  $R_0/w_0$  等参量取值的

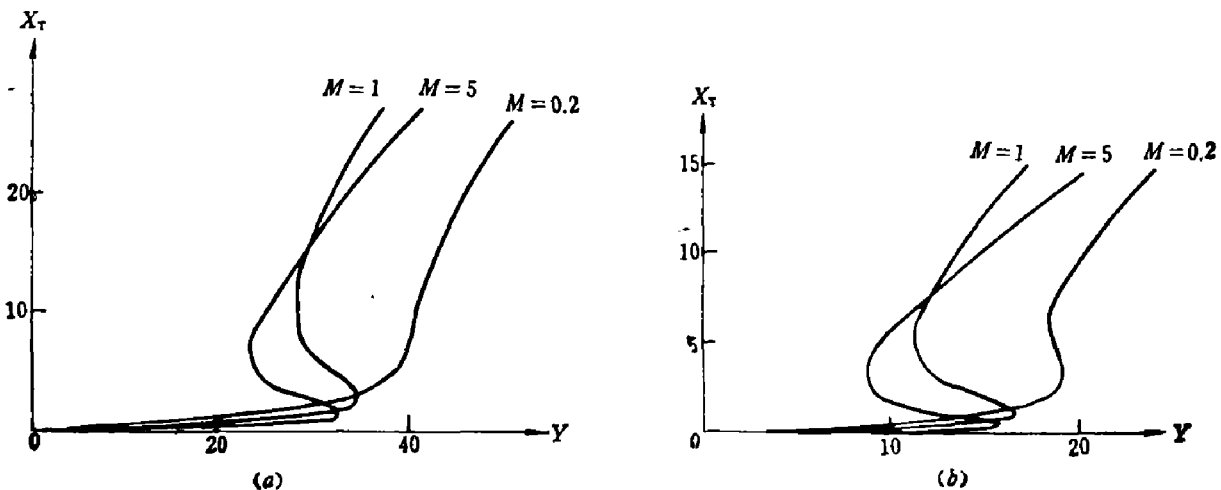


图2 透射输出输入定态关系曲线(高斯光束情况)

(a)  $\Delta=0, \eta=0, C=20, R_0/w_0=20$

(b)  $\Delta=0, \eta=0, C=200, R_0/w_0=0.2$

Fig. 2 Transmission steady state curves of output versus input amplitudes for a Gaussian beam

情况下,改变入射、透射两端半透镜的透射率之比  $M$ , 可以使双稳区域的大小和位置发生明显的变化,减小  $M$  使双稳范围缩小, 甚至使透射定态曲线变成完全无双稳区的光放大曲线。这表明仅仅调节  $M$  的取值, 便能使双稳器件在双稳区或放大区域工作。这与平面波近似下的结论是类似的<sup>[20]</sup>。但将图2(a)与平面波近似下的相应情况(图3)相比较可以发现,光场具有高斯分布而且  $R_0/w_0$  较大时, 定态曲线的双稳区域相对平面波情况沿  $y$  轴方向明显右移, 即产生双稳的输入光强阈值明显增大。数值计算表明, 若固定  $C$  和  $R_0/w_0$  的值分别为 20 和 0.2, 则在  $M$  取值为 0.2、1 和 5 时皆不能得到双稳定态曲线, 而只能得到光放大曲线。但从图 2(b) 可以看出, 若在减小  $R_0/w_0$  的同时增大  $C$ , 又可使双稳再现, 且使双稳区的大小、位置及双稳曲线的形状出现类似于平面波的情况(比较图 2(b) 与图 3)。

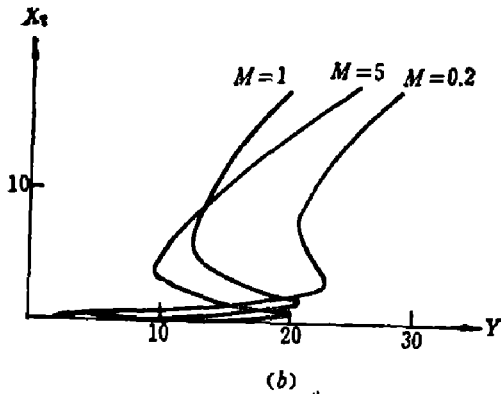


图 3 透射输出输入定态关系曲线(平面波情况)( $C=20, \Delta=0, \eta=0$ )

Fig. 3 Transmission steady state curves of output versus input amplitudes for a plane wave

数值计算表明, 若固定  $C$  和  $R_0/w_0$  的值分别为 20 和 0.2, 则在  $M$  取值为 0.2、1 和 5 时皆不能得到双稳定态曲线, 而只能得到光放大曲线。但从图 2(b) 可以看出, 若在减小  $R_0/w_0$  的同时增大  $C$ , 又可使双稳再现, 且使双稳区的大小、位置及双稳曲线的形状出现类似于平面波的情况(比较图 2(b) 与图 3)。

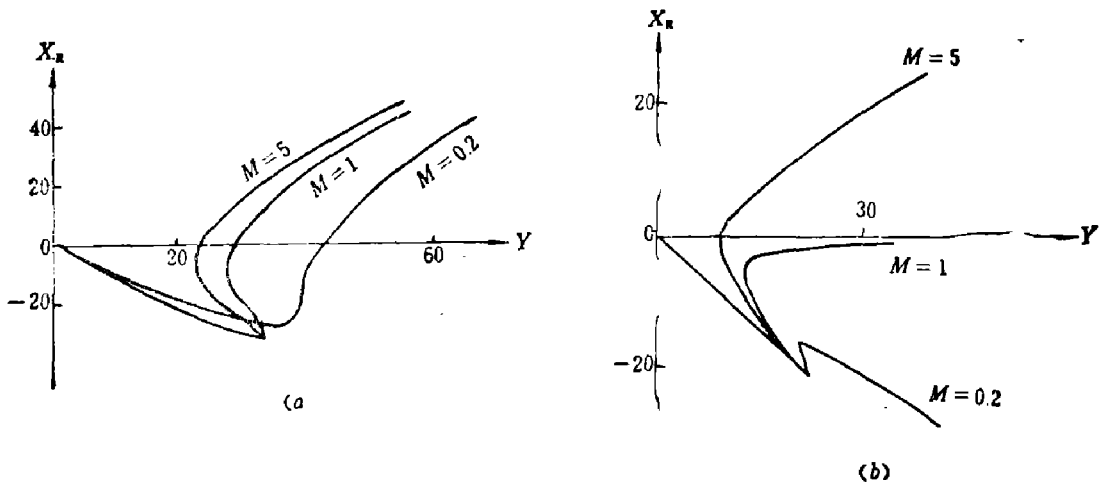


图 4 反射输入输出定态关系曲线

(a)  $C=20, \Delta=\eta=0, R_0/w_0=20$ (高斯光束);

(b)  $C=20, \Delta=\eta=0$ , (平面波)

Fig. 4 Reflection steady state curves of input versus output amplitudes

对于反射输出  $x_R$ , 在纯吸收腔共振的情况下, 由式(3a)和式(9)可得

$$x_R = -y + \sqrt{M} x_T \tag{14}$$

由式(13)及式(14)消去  $x_T$  可得反射输出  $x_R$  与输入  $y$  的定态关系为

$$y = \frac{1}{2} \left( 1 + \frac{1}{M} \right) (y + x_R) + \frac{2C}{y + x_R} \ln \left[ \frac{1 + (y + x_R)^2}{1 + (y + x_R)^2 \exp(-2R_0^2/w_0^2)} \right] \tag{15}$$

图 4(a) 为不同  $M$  值的输入-反射输出定态曲线。将图 4(a) 与平面波近似下的图 4(b) 相比可见, 在高斯光束情况下,  $M$  值的改变对曲线形状的影响远小于平面波时的情况。

若取  $M \rightarrow \infty$ ,  $R_0/w_0 \rightarrow \infty$ , 则得到高斯光束驱动的单输出双稳系统的定态关系<sup>[19]</sup>

$$y = x_R + \frac{4C}{y + x_R} \ln [1 + (y + x_R)^2]. \quad (16)$$

### 3 定态稳定性分析

我们仅讨论纯吸收腔共振情况 ( $\Delta = \eta = 0$ ), 此时  $\tilde{F}_0$  和  $\tilde{P}$  皆为实量. 为简化求解过程, 取  $\mathcal{L} \gg 1$ ,  $\gamma_1 = \gamma_l = \gamma$ , 并将定态偏离量写成如下形式

$$\begin{cases} \delta F(z, t) \equiv \tilde{F}_0(z, t) - \tilde{F}_{0s}(z) = e^{\lambda t} \delta F_\lambda(z) + O.C.; \\ \delta P(r, z, t) \equiv \tilde{P}(r, z, t) - P_s(r, z) = e^{\lambda t} \delta P_\lambda(r, z) + O.C.; \\ \delta D(r, z, t) \equiv D(r, z, t) - D_s(r, z) = e^{\lambda t} \delta D_\lambda(r, z) + O.C.; \end{cases} \quad (17)$$

其中偏离量  $\delta F(z, t)$  服从边界条件

$$\delta F(-L/2, t) = \sqrt{R_1 R_2} \delta F(L/2, t - \Delta t). \quad (18)$$

将式(17)代入方程组(1)并进行线性化处理, 然后利用定态解式(4)及边界条件式(18), 仿照参考文献[21]相同的步骤, 可得  $\lambda$  的超越方程

$$\begin{aligned} \lambda = & -i\alpha + \frac{c}{\mathcal{L}} \sqrt{R_1 R_2} - \frac{\alpha C}{\mathcal{L}} \int_{-L/2}^{L/2} dz \int_0^{R_0} \left\{ \frac{4r}{w_0^2} \cdot \frac{\exp(-2r^2/w_0^2)}{[1 + \exp(-2r^2/w_0^2) F_{0s}^2]} \right. \\ & \left. \cdot \frac{[1 + \lambda/\gamma - \exp(-2r^2/w_0^2) \tilde{F}_{0s}^2]}{[(1 + \lambda/\gamma)^2 + \exp(-2r^2/w_0^2) F_{0s}^2]} \right\} \end{aligned} \quad (19)$$

其中  $\alpha_n = \frac{C}{\mathcal{L}} 2n\pi$  ( $n=0, \pm 1, \pm 2, \dots$ ). 为了求出式(19)的本征值  $\lambda$  的解析形式, 我们仅考虑平均场近似条件(8)成立时的优质腔情况 (即空腔阻尼系数  $K = CT_1/\mathcal{L} \ll \gamma$ ). 此时, 可以由式(19)解得 (保留到  $K/\gamma$  数量级):

$$\tilde{\lambda}_n = -i\tilde{\alpha}_n - \tilde{K} \left\{ \frac{1}{2} \left( 1 + \frac{1}{M} \right) + \frac{2C}{M x_T^2} \int_{M x_T S}^{M x_T} \frac{d\xi}{1 + \xi} \cdot \frac{1 - i\tilde{\alpha}_n - \xi}{(1 - i\tilde{\alpha}_n)^2 + \xi} \right\}; \quad (20)$$

其中

$$\begin{cases} \xi = M x_T^2 \exp(-2r^2/w_0^2), S = \exp(-2R_0^2/w_0^2), \\ \tilde{\lambda}_n = \lambda_n/\gamma, \tilde{\alpha}_n = \alpha_n/\gamma, \tilde{K} = K/\gamma. \end{cases} \quad (21)$$

跟系统失稳与否相关的是本征值  $\tilde{\lambda}_n$  的实部 ( $\text{Re} \tilde{\lambda}_n$ ). 对式(20)积分后可得

$$\text{Re} \tilde{\lambda}_n = \frac{\tilde{K}}{2} \left[ - \left( 1 + \frac{1}{M} \right) + Q^{(n)}(M x_T^2) \right]; \quad (22)$$

其中

$$\begin{aligned}
 Q^{(n)}(Mx_T^2) = & \frac{4C}{Mx_T^2} \left\{ \frac{1}{2} \ln[(1+Mx_T^2)^2 - 2\tilde{\alpha}_n^2(1+Mx_T^2) + \tilde{\alpha}_n^2(\tilde{\alpha}_n^2+4)] \right. \\
 & - \frac{1}{2} \ln[(1+Mx_T^2S)^2 - 2\tilde{\alpha}_n^2(1+Mx_T^2S) + \tilde{\alpha}_n^2(\tilde{\alpha}_n^2+4)] \\
 & \left. - \frac{1}{\tilde{\alpha}_n} \operatorname{arc\,tg} \left( \frac{1-\tilde{\alpha}_n^2+Mx_T^2}{2\tilde{\alpha}_n} \right) + \frac{1}{\tilde{\alpha}_n} \operatorname{arc\,tg} \left( \frac{1-\tilde{\alpha}_n^2+Mx_T^2S}{2\tilde{\alpha}_n} \right) \right\}.
 \end{aligned} \tag{23}$$

当  $n=0, \pm 1, \pm 2, \dots$  的取值中至少有一个使得

$$\operatorname{Re} \tilde{\lambda}_n > 0, \tag{24}$$

即

$$Q^{(n)}(Mx_T^2) - \frac{1}{M} > 1 \tag{25}$$

时, 则定态是不稳定的, 所以式(25)为失稳条件表达式.

依据对式(25) (其中  $Q^{(n)}(Mx_T^2)$  采用式(23)的形式) 和式(9) 计算结果, 讨论失稳范围并与平面波光束驱动时相比. 当  $C=20, R_0/w_0=20$ , 而  $M$  分别为 1 和 5 时, 满足失稳条件式(25) 的  $\tilde{\alpha}_n$  和  $x_T$  的取值范围, 即  $x_T-\tilde{\alpha}_n$  平面上的失稳区分别如图 5 所示, 而与此失稳区相对应的输入-透射输出定态曲线上的失稳区如图 6(a) 中虚线所示. 另外, 当  $C=200, R_0/w_0=0.2$ , 而  $M$  分别取 1 和 5 时, 满足失稳条件式(25) 的  $\tilde{\alpha}_n$  和  $x_T$  的取值范围, 即  $x_T-\tilde{\alpha}_n$  平面上的失稳区分别如图 7 所示, 而与此失稳区相对应的输入-透射输出定态曲线上的失稳区如图 6(b) 中虚线所示. 由图 5~7 可见, 增大  $M$  值将使满足失稳条件的  $x_T$  的取值范围减小, 而使  $\tilde{\alpha}_n$  的取值范围增大; 但并不改变相应的定态曲线上失稳区所在位置的区域性质, 即当  $R_0/w_0$  较大时失稳仅发生在曲线的负斜率部分, 而当  $R_0/w_0$  较小时, 则在高透射分支的部分区域也可能出现失稳. 在平面波近似下, 定态双稳曲线上的失稳区出现在曲线负斜率区域和高透射分支部分区段 (图 8 中虚线), 这与高斯光束  $R_0/w_0$  取较大值情况不同, 而与  $R_0/w_0$  取较小值的情况类似, 但在  $x_T-\tilde{\alpha}_n$  平面上失稳区的形状 (图 9) 却与图 7(b) 相差甚远.

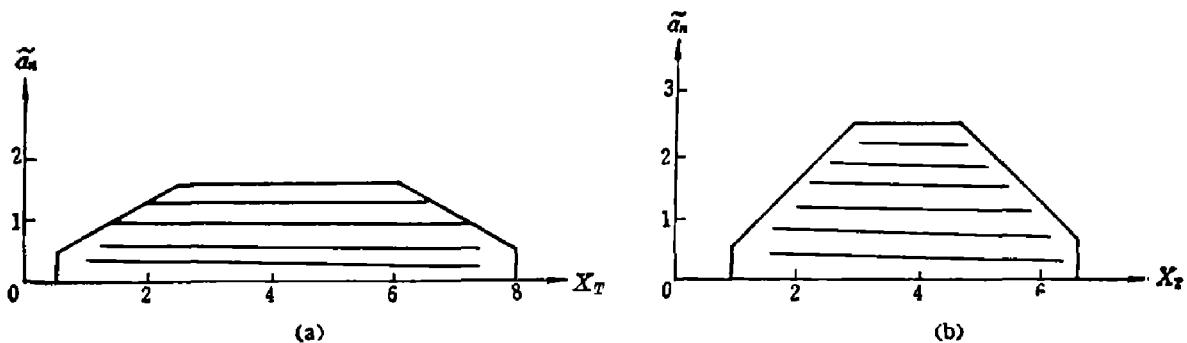


图 5  $x_T-\tilde{\alpha}_n$  平面上的失稳区 (高斯光束情况)

(a)  $\Delta=0, \eta=0, C=20, R_0/w_0=20, M=1$

(b)  $\Delta=0, \eta=0, C=20, R_0/w_0=20, M=5$

Fig. 5 Instability regions on the  $\tilde{\alpha}_n-x_T$  plane for a Gaussian beam

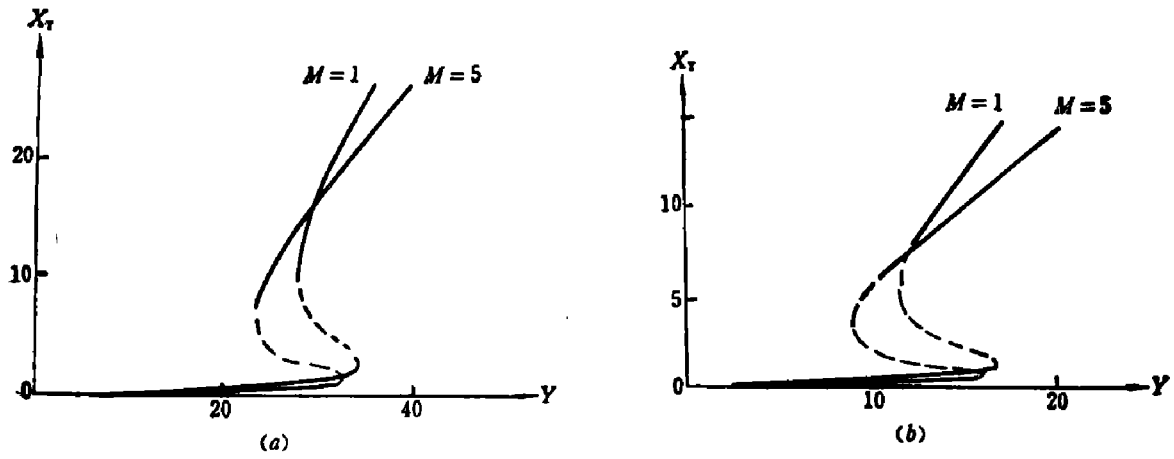


图6 透射输出输入定态曲线上的失稳区(点线)(高斯光束情况)

(a)  $\Delta=0, \eta=0, C=20, E_0/w_0=20$   
 (b)  $\Delta=0, \eta=0, C=200, E_0/w_0=0.2$ .

Fig. 6 Stable states (solid lines) and unstable states (dotted lines) on the bistable curves for a Gaussian beam

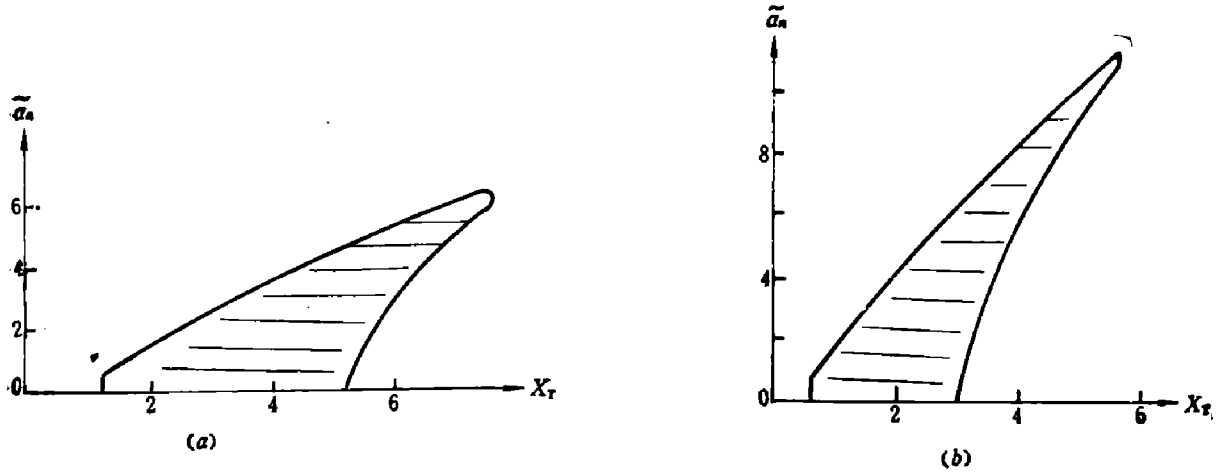


图7  $X_T-\tilde{\alpha}_n$  平面上的失稳区(高斯光束情况)

(a)  $\Delta=0, \eta=0, C=200, E_0/W_0=0.2, M=1$   
 (b)  $\Delta=0, \eta=0, C=200, E_0/W_0=0.2, M=5$

Fig. 7 Instability regions on the  $x_T-\tilde{\alpha}_n$  plane for a Gaussian beam

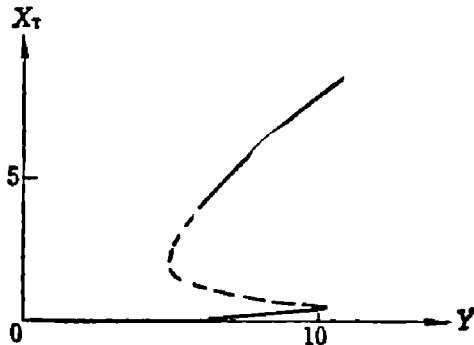


图8 双稳曲线上的稳定区(实线)与不稳定区(点线)( $C=20, M=5$ ) (平面波情况)

Fig. 8 Stable states (solid line) and unstable states (dotted line) on the bistable curve for a plane wave.

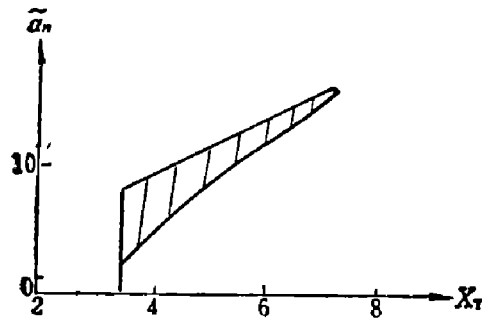


图9 高透射率分支失稳区( $C=20, M=5$ )  
(平面波情况)

Fig. 9 Instability region of high transmission  
branch of the steady state curve  
for a plane wave

#### 4 向平面波情况的过渡

当  $R_0/w_0 \rightarrow 0$  时, 可以立即导出平面波光束驱动的入射端与透射端半透反射镜透射率不等的环形腔双稳系统<sup>[20]</sup>的某些重要结论.

在平面波极限, 即  $R_0/w_0 \rightarrow 0$  时, 有

$$\exp(-2R_0^2/w_0^2) \approx 1 - 2R_0^2/w_0^2;$$

则由式(11)所表示的  $G$  可近似为

$$\begin{aligned} G &= \ln \left[ \frac{1 + \Delta^2 + M|x_T|^2}{1 + \Delta^2 + M|x_T|^2 \exp(-2R_0^2/w_0^2)} \right] \\ &= \ln \left\{ 1 + \frac{M|x_T|^2 [1 - \exp(-2R_0^2/w_0^2)]}{1 + \Delta^2 + M|x_T|^2 \exp(-2R_0^2/w_0^2)} \right\} \\ &\approx \ln \left[ 1 + \frac{2(R_0^2/w_0^2) M|x_T|^2}{1 + \Delta^2 + M|x_T|^2} \right] \\ &\approx \frac{2(R_0^2/w_0^2) M|x_T|^2}{1 + \Delta^2 + M|x_T|^2}; \end{aligned} \quad (26)$$

用式(26)并令

$$C' = C \cdot 2R_0^2/w_0^2, \quad (27)$$

则可由式(10)及式(15)分别得到

$$y = \sqrt{M}|x_T| \left\{ \left[ \frac{1}{2} \left( 1 + \frac{1}{M} \right) + \frac{2C'}{1 + \Delta^2 + M|x_T|^2} \right]^2 + \left[ \eta - \frac{2C'\Delta}{1 + \Delta^2 + M|x_T|^2} \right]^2 \right\}^{1/2} \quad (28)$$

和

$$y = \frac{1}{2} \left( 1 + \frac{1}{M} \right) (x_R + y) + \frac{2C'(x_R + y)}{1 + (x_R + y)^2}. \quad (29)$$

它们分别为文献[20]中式(14)及式(17). 如果在式(20)的积分中考虑到  $R_0/w_0 \rightarrow 0$ , 并按本文求解本征值  $\tilde{\lambda}_n$  的类似步骤计算, 则可得到与文献[20]相同的结果:

$$\operatorname{Re} \tilde{\lambda}_n = - \left[ \frac{1}{2} \left( 1 + \frac{1}{M} \right) + \frac{2C'}{1 + Mx_T^2} \cdot \frac{(1 - Mx_T^2)(1 + Mx_T^2 - \tilde{\alpha}_n^2) + 2\tilde{\alpha}_n^2}{(1 + Mx_T^2 - \tilde{\alpha}_n^2)^2 + 4\tilde{\alpha}_n^2} \right] \quad (30)$$



## 5 结 论

对于高斯光束驱动的入射端和反射端半透反射镜透射率不等的环形腔双稳系统, 通过改变这两镜透射率之比  $M$ , 可以改变双稳态的多种性质(包括双稳区与放大区的出现, 双稳回线的高度和宽度)及失稳范围的大小等, 但不改变双稳曲线上失稳这所在的区域性质(即失稳只出现在定态曲线的负斜率部分还是也能出现在定态曲线的高透射分支上, 这一点并不由  $M$  的取值大小来决定)。本文的研究表明, 高斯光束驱动的双稳系统与平面波近似下的双稳系统相比, 在  $R_0/w_0$  取值较大时, 两者在双稳区的位置、大小及失稳范围大小等方面有显著的差别; 在  $R_0/w_0$  取值较小时, 两者在以上各方面有较多的相似点。另外, 本文的结果还可把高斯光束驱动的通常双稳系统 ( $T_1=T_2$ )、单输出双稳系统及平面波近似下的腔镜透射率不等的双稳系统 ( $T_1 \neq T_2$ ) 作为不同条件下的特殊情况包括在内, 因而具有较大的普遍性。

## 参 考 文 献

- 1 Ballagh R J et al. *Opt. Commun.*, 1981; **37** (2): 143
- 2 Dummond P D. *IEEE. J. Quantum Electron.*, 1981; **QE-17**(2): 301
- 3 Rosanov N N, Semnov V E. *Opt. Commun.*, 1981; **38**(5): 435
- 4 Firth W J, Wright E M. *Opt. Commun.*, 1982; **40**(3): 223
- 5 Moloney J V et al. *Opt. Commun.*, 1982; **41**(5): 379
- 6 Moloney J V, Gibbs H M. *Phys. Rev. Lett.*, 1982; **48**(23): 1607
- 7 Lugiato L A, Milani M M. *Z. Phys.*, 1983; **B50**(2): 171
- 8 Lugiato L A et al. *Phys. Rev.*, 1984; **A30**(3): 1366
- 9 Olin Ulf, Sahlen Ulof. *J. Opt. Soc. Am.*, 1987; **B4**(3): 319
- 10 樊锡君, 红外研究, 1988; **7**(3): 175
- 11 Rosenberger A T et al. *Phys. Rev.*, 1983; **A28**(4): 2569
- 12 Orozco L A et al. *Phys. Rev. Lett.*, 1984; **53**(27): 2547
- 13 Lugiato L A et al. *Opt. Commun.*, 1987; **64**(2): 167
- 14 Agrawal G P, Fliytzanics C. *IEEE. J. Qantum. Electron.*, 1981; **EQ-17**(2): 374
- 15 Asquini M L, Casagrande F. *Z. Phys.*, 1981; **B44** (3): 233
- 16 Kaplan A E, Meystre P. *Opt. Commun.*, 1982; **40**(3): 229
- 17 Mejias P et al. *Phys. Rev.*, 1986; **A33** (3): 1836
- 18 罗利国, 陈继述. 红外研究, 1987; **6**(4): 251
- 19 樊锡君, 田淑芬. 红外研究, 1989; **8**(3): 177
- 20 罗利国, 陈继述. 红外研究, 1988; **7**(3): 161
- 21 Bonifacio R, Lugiato L A. *Lett. Nuovo Cimento*, 1978; **21** (15): 510

# RING CAVITY OPTICALLY BISTABLE SYSTEM WITH MIRRORS OF UNEQUAL TRANSMISSIVITY DRIVEN BY A GAUSSIAN BEAM

FAN XIJUN, YU LUOPING, MA XIAN

*(Department of Physics, Shandong Normal University, Jinan, Shandong 250014, China)*

XIE LILI

*(Calculation Center, Shandong Normal University, Jinan, Shandong 250014, China)*

For the one transverse mode and under the mean field approximation, the steady state equation is given. The linear stability analysis of the steady states is performed and the difference between the cases in which the incident field has a typical Gaussian profile and the cases in which the incident field is a plane wave is pointed out. This paper includes as its particular cases many important results given by earlier references.

**Key words:** Gaussian beam, transmissivities, ring cavity, optical bistability.