

# 随机折射率调制光纤光栅中的模式耦合分析

刘艳<sup>1,2\*</sup>, 李阳<sup>1,2</sup>, 闫小军<sup>1,2</sup>, 李卫东<sup>1,2</sup>

(1. 北京交通大学 全光网络与现代通信网教育部重点实验室, 北京 100044;

2. 北京交通大学 光波技术研究所, 北京 100044)

**摘要:**对随机折射率调制的光纤光栅进行了理论建模,将随机光纤光栅看作是长、短周期均匀光纤光栅的随机线性组合.分别利用传输矩阵法和光束传播法计算了随机间距均值为 20  $\mu\text{m}$  的随机光栅的反射和透射特性,证实了随机光栅中同时具有前后向纤芯基模的耦合以及纤芯基模与包层模式之间的耦合,验证了所提出的线性组合的理论模型.文中还进行了随机光栅的实验研究,采用飞秒激光器在 1 cm 的单模光纤中写入了具有 500 个随机间距在 10 ~ 20  $\mu\text{m}$  的折射率调制点的随机光栅,并测量了该随机光栅的反射和透射光谱.实验结果进一步验证了理论模型的准确性.

**关键词:**随机光栅;模式耦合;飞秒激光

**中图分类号:**TN253 **文献标识码:**A

## Analysis of mode coupling in random spaced index modulated fiber grating

LIU Yan<sup>1,2\*</sup>, LI Yang<sup>1,2</sup>, YAN Xiao-Jun<sup>1,2</sup>, LI Wei-Dong<sup>1,2</sup>

(1. Key Lab of All Optical Network & Advanced Telecommunication Network Ministry of Education, Beijing Jiaotong University, Beijing, 100044, China;

2. Institute of Lightwave Technology, Beijing Jiaotong University, Beijing, 100044, China)

**Abstract:** Analysis model of the fiber gratings with random spaced index modulations was established. The random spaced index modulated fiber grating can be treated as the random combinations of long period uniform gratings and short period uniform gratings. The reflective and transmissive characteristics of a random fiber grating with the averaged random modulation space 20  $\mu\text{m}$  were calculated with transmission matrix method and beam propagation method. The results confirmed the coexistence of the coupling between the forward and backward propagated fundamental core modes and the coupling between the fundamental core modes and cladding mode. A random fiber grating with 500 modulation points was fabricated by femto-second laser, the spaces between the adjacent random modulation points were about 10 ~ 20  $\mu\text{m}$ . The reflective and transmissive spectra of the grating were measured experimentally. The experimental results further validated the numerical analysis.

**Key words:** random index modulated grating, mode coupling, femto-second laser

**PACS:** 42.79.Dj

## 引言

光纤光栅器件由于其诸多的优点已经发展成为光纤通信系统和光纤传感系统的核心器件之一<sup>[1]</sup>,在光纤激光器<sup>[2-6]</sup>、波分复用系统<sup>[7-8]</sup>、光纤放大

器<sup>[9]</sup>、光纤传感系统<sup>[10-12]</sup>和高速光纤通信系统的色散补偿<sup>[13-14]</sup>等领域有着广泛的应用.现有对光纤光栅器件的研究主要围绕着周期性光纤光栅展开,按折射率调制周期的大小可以分为短周期光纤光栅(fiber Bragg grating, FBG, 周期小于 1  $\mu\text{m}$ )和长周期

收稿日期:2015-02-09,修回日期:2015-10-18

Received date: 2015-02-09, revised date: 2015-10-18

基金项目:北京市高等学校青年英才计划项目(YETP0530);中央高校基本科研业务费专项资金资助(2013JBM005)

**Foundation items:** Supported by Fundamental Research Funds for the Central Universities (2013JBM005); Beijing Higher Education Young Elite Teacher Project (YETP0530)

**作者简介 (Biography):** 刘艳(1978-),女,山东莱州人,副教授,博士,主要研究领域为光纤通信、光纤传感.

\* 通讯作者 (Corresponding author): E-mail:bjtuly@163.com

光纤光栅 (long-period grating, LPG, 周期通常在几十至上百微米之间). 而对于光纤芯区的折射率调制不是周期性的随机光纤光栅的研究较少. 随机光栅最典型的例子是利用光纤中固有的瑞利背向散射形成, 因为瑞利背向散射可以看作是一系列的具有不同反射系数随机分布的瑞利反射镜<sup>[15-18]</sup>. 这种随机光纤光栅可以用来实现光子局域化<sup>[19]</sup>, 进而实现基于随机光栅的随机光纤激光器<sup>[20-23]</sup>. 在随机光纤激光器的研究中重点关注的只是随机光栅提供的随机反馈和随机光栅本身的随机滤波特性, 并没有将随机光栅单独作为一个光纤器件进行研究. 本文中, 我们将随机光纤光栅作为独立的光纤器件对其模式耦合特性进行了理论分析, 并进行了建模, 利用两种不同的计算方法对随机光栅的反射和透射特性进行了计算. 最后对理论模型进行了实验验证.

## 1 随机光纤光栅

周期性光纤光栅的折射率调制沿光纤纵向是周期性的, 主要分为 FBG 和 LPG. FBG 中主要为前向基模与后向基模之间的耦合, 而 LPG 中为同向芯模和包层模式之间的耦合. 对于纵向随机折射率调制光纤而言, 由于折射率调制没有固定的周期, 所以属于非周期光栅. 从宏观上看, 非周期光栅因为没有固定周期, 所以无法在特定波长处满足谐振条件. 因此, 非周期光纤光栅的反射和透射特性完全不同于周期性光栅. 由于周期性光纤光栅芯区的折射率改变在数学上可以表示为余弦函数, 由傅里叶级数展开可知, 非周期光纤光栅栅区的折射率变化可以等效为一系列具有不同周期的和不同折射率调制深度的周期性光纤光栅的线性组合, 如图 1 所示. 一般而言, 光纤光栅的折射率调制区都有一定的宽度, 在非周期光栅的某个调制区内部可以等效为一系列不同周期和调制深度的 FBGs; 而在调制区外, 几个不同

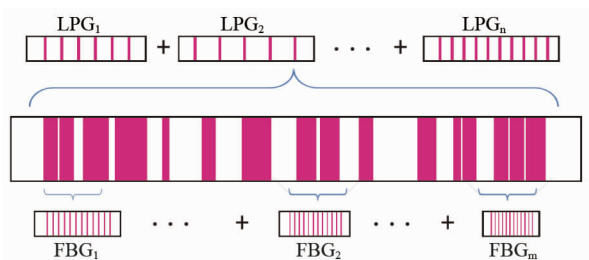


图 1 随机光栅可以表示为不同周期和调制深度的周期性光栅的线性组合

Fig. 1 Random grating can be modeled as a linear combination of periodic gratings with random period and modulation depth

的调制区可以等效为一个 LPG, 因此随机光栅反射和透射光谱将同时具有 FBG 和 LPG 的特点.

数学上描述光纤光栅的方法主要有: 耦合模理论、多层膜模型和传输矩阵模型. 传输矩阵法是专为解决复杂光栅结构而引入<sup>[24]</sup>, 并以此为基础发展了 V-I 传输矩阵法等, 大幅缩短了计算时间<sup>[25]</sup>. 随机光栅的折射率调制函数为一组均匀光栅的线性组合, 采用严格的耦合模理论来精确求解比较困难. 所以本文采用传输矩阵法来近似描述随机光栅. 为了便于分析, 忽略随机光栅中的辐射模式, 并将每个折射率调制区作为一个整体. 假设每一个调制点反射系数为  $r_i$ , 对应的透射系数为  $t_i = \sqrt{1 - r_i^2}$ , 那么每一个折射率调制点的传输矩阵可以表示为:

$$T_i = \begin{bmatrix} \frac{1}{t_i^*} & -\frac{r_i^*}{t_i^*} \\ -\frac{r_i^*}{t_i} & -\frac{1}{t_i} \end{bmatrix} \quad (1)$$

调制点之间的未调制部分单模光纤的传输矩阵表示为:

$$T'_i = \begin{bmatrix} e^{j\varphi_i} & 0 \\ 0 & e^{j\varphi_i} e^{-\alpha z_i} \end{bmatrix} \quad (2)$$

其中,  $\varphi_i = 2\pi n z_i / \lambda$ ,  $z_i$  为相应的随机间距,  $\alpha$  为光纤损耗系数. 对于具有  $N$  个调制点和随机间距的随机光栅的传输矩阵为:

$$T_N = T_1 T'_1 T_2 T'_2 \cdots T_N T'_N = \prod_{i=1}^N T_i T'_i \quad (3)$$

随机光栅的总反射率和透射率可以通过传输矩阵  $T_N$  得到.

根据式 (3) 我们计算了随机间距均值为 20  $\mu\text{m}$ , 方差为  $4 \times 10^{-6}$  的随机光栅的反射光谱如图 2 所示. 图 2(a) 中给出了不同反射系数情况下的随机光栅的反射光谱, 栅格数目固定为  $N = 60$ . 图中反射光谱最显著的一个特征是随机的干涉图样, 这与周期性光纤光栅的反射光谱完全不同. FBG 的反射光谱为窄带的带阻滤波特性, 而随机光栅的反射谱则呈现出随机的低消光比的宽带低反射率特性, 证实了随机光栅中确实存在前后向基模之间的耦合, 但又不同于普通 FBG 的光谱特征, 可以将其等效视为多个随机周期的 FBG 的线性叠加. 从图中还可以看出, 随着反射系数的增强, 随机光栅反射光谱的平均反射强度逐渐增大, 而这种增长是指数型的 (如图 2(c) 中上图). 图 2(b) 为随机光栅光谱在不同栅格数目时的反射光谱, 其变化规律如图 2(c) 下图, 反射系数均值固定为 0.002, 计算结果表明, 随机光栅

的平均反馈强度随栅格数目呈线性增长。

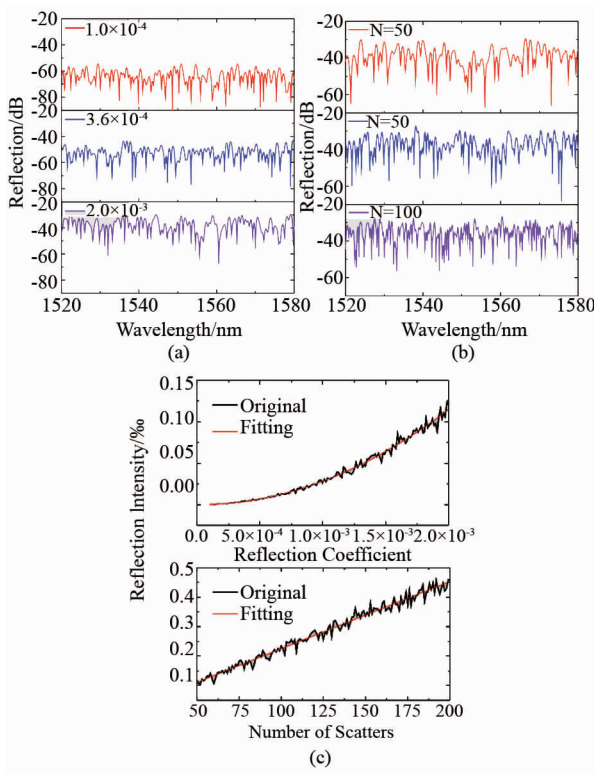


图2 (a)不同反射系数下随机光栅的反射光谱;(b)不同栅格数目下的反射光谱;(c)平均反射强度随反射系数和栅格数目的变化规律

Fig. 2 (a) Reflection spectra with different reflection coefficient; (b) Reflection spectra with different number of gratings; (c) average reflection intensity vs. reflection coefficient and grating number

为了研究随机光栅的前向传输特性,我们采用光束传播法进行了数值模拟. 模拟中的单模光纤总长度为 1.5 cm,其中随机折射率调制区域总长度为 1 cm,共计有 500 个随机间距的调制点分布在纤芯区域. 每个调制点的折射率改变量为  $\Delta n = 5 \times 10^{-3}$ . 计算得到的随机光纤光栅中沿光纤轴向横截面上的电场分布如图 3(a)所示(波长为  $1.55 \mu\text{m}$ ),黑色虚线框内部为 500 个随机调制点所在区域. 图 3(b)为同样参数条件下普通单模光纤横截面上的电场分布. 对比两图不难发现,随机光栅栅区中纤芯能量耦合到了包层中,即纤芯基模和包层模式之间存在前向耦合. 图 3(c)为该随机光栅的透射光谱,其透射光谱同样为随机的干涉图样,这是因为不同周期的 LPG 使基模与不同的包层模之间发生耦合,在光谱上表现为很多随机的透射峰.

在进行光束传播法分析的时候,同时监测了随机光栅包层和纤芯中的功率沿光纤轴向的变化,并

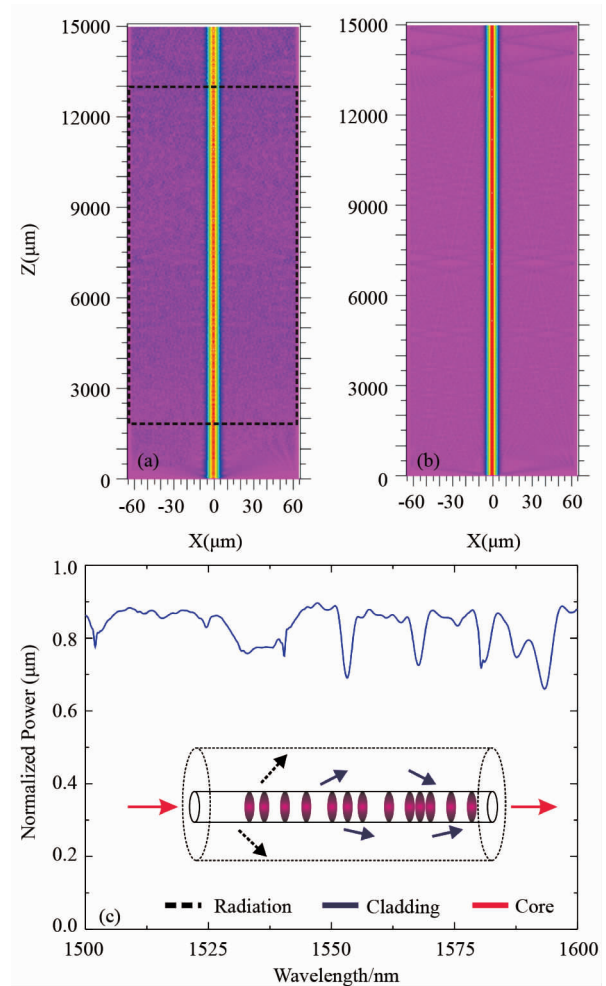


图3 (a)随机光栅电场分布(@ 1550 nm);(b)普通单模中电场分布(@ 1550 nm);(c)随机光栅的透射光谱

Fig. 3 Electrical field distribution of random grating (@ 1550 nm) (a) and standard single mode fiber (b). (c) is the transmission spectrum of the random grating

将结果与 SMF 中相应的结果进行了对比. 图 4(a)为包层中功率的对比,图 4(b)为纤芯中的功率对比. 图 4的结果证实了随机光栅中的基模与包层模之间存在的随机的耦合过程,表现为图 4(b)中随机光栅纤芯中功率的随机波动和整体降低. 同时,透射监测得到的随机光栅中纤芯和包层的总功率明显小于 SMF 中的总功率,这就从侧面证实了前向基模与背向基模之间的耦合过程,这部分光功率被反射,表现为随机光栅的反射光谱.

## 2 实验验证

随机光栅可以利用飞秒激光器直接写入的方式制作得到. 飞秒激光器直接写入方式的物理机理是非线性的多光子吸收过程<sup>[26]</sup>,具体实现就是利用峰值能量非常高的飞秒激光脉冲来实现随机折射率调

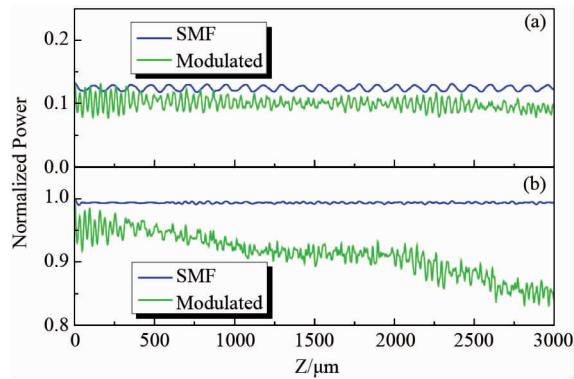


图 4 随机光栅和普通单模光纤中包层和纤芯中功率沿光纤轴向的变化:(a)包层中的功率;(b)纤芯中的功率  
Fig.4 Longitudinal power evolution of random grating and SMF: (a) cladding power; (b) core power

制. 飞秒脉冲光斑宽度可被聚焦为  $\sim 1 \mu\text{m}$  量级,能够更加精确的聚焦在纤芯上实现精确折射率调制. 同时飞秒脉冲的非线性吸收过程与材料无关,所以可以在各种单模光纤上进行随机写入. 另外飞秒脉冲的光学击穿效应会永久性的改变光纤纤芯的折射率,制作得到的随机光栅更加稳定.

实验中采用的飞秒激光器为 Ti: Sapphire 激光器,激光器工作波长为 800 nm,脉冲宽度 70 fs,重复频率 1 kHz. 基于飞秒激光器的随机光栅写入示意图如图 5(a)所示. 飞秒激光光斑聚焦在纤芯很小的区域,固定光纤的三维平移台沿光纤横向移动一小段距离后,然后纵向移动随机间距  $d_i$  进行下一个调制点的写入. 理想状态下,紧凑的飞秒光斑仅调制纤芯中的一个很小区域. 但是在实验中,由于三维移动平台的误差,折射率调制区域会与部分包层重叠. 图 5(b)给出了光纤横截面调制点处的 SEM 图像. 图 5(c)为仿真获得的不同情形下光纤截面的模式场分布,表示调制区域与纤芯重叠部分的面积. 仿真结果表明在重叠条件下,调制点处不再是理想的单模传输,而是激发了高阶模式. 因此由此得到的随机光栅在调制点处存在基模与包层模之间的耦合效应.

在随机光栅写入实验中,我们主要通过改变飞秒激光脉冲的峰值能量来实现不同的折射率调制深度. 不同的折射率调制深度具有不同的反射系数. 一般而言,折射率调制深度越大,反射系数越高. 在写入过程中,光纤被固定于三维平移台上随平移台进行移动,三维平移台的移动速率为 0.05 mm/s. 飞秒脉冲的峰值能量分别设定为 600 nJ、800 nJ 和 1 mJ. 不同脉冲能量下得到的随机光栅的反射光谱如图 6(a)所示. 图 6(a)中相应的黑色虚线为平均反射功

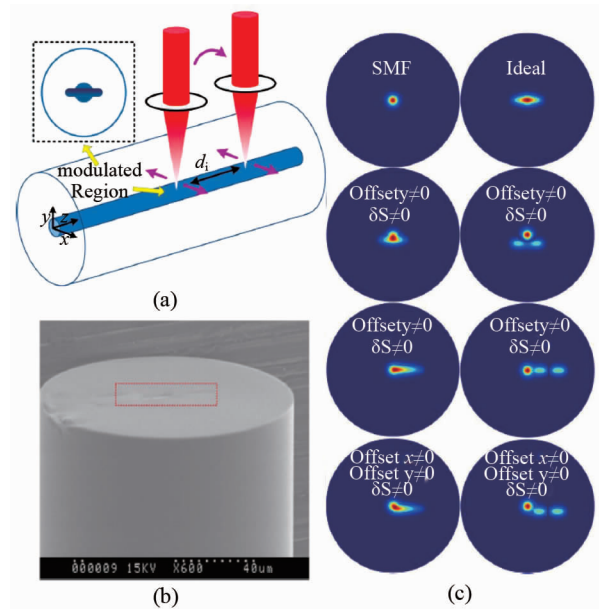


图 5 (a) 随机光栅写入示意图;(b)调制光纤横截面 SEM 图像;(c)仿真得到的不同重叠情况下的横向模式场  
Fig.5 (a) Diagram of fabrication setup, (b) SEM image of the cross-section of modulated region, (c) Calculated field distribution of transverse mode

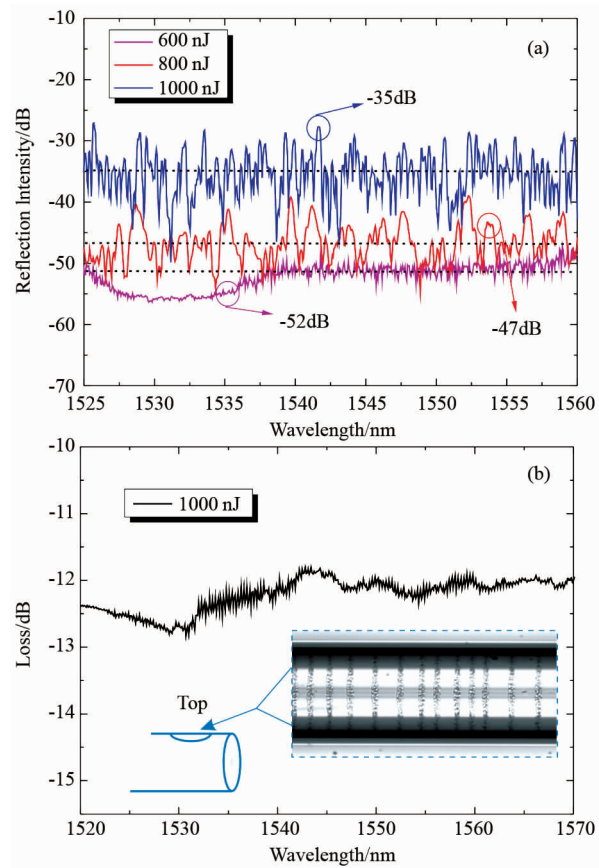


图 6 (a) 不同写入脉冲能量下的反射光谱;(b)典型的透射光谱(写入脉冲能量为 1 mJ)  
Fig.6 (a) Reflection spectra with different laser pulse energy; (b) Typical transmission spectrum (laser pulse energy 1 mJ)

率,平均反射功率值分别是-52 dB、-47 dB 和-35 dB.可以看出,随机光栅的平均反射功率随飞秒脉冲的峰值功率的增加而增大,并且这种增大过程不是线性的.图 6(b)为典型的随机光栅的透射光谱,写入脉冲峰值功率为 1 mJ.透射光谱中存在随机的干涉图样,并且具有比较大的损耗.图 6(b)的插图部分为飞秒激光器写入的随机光栅的俯视的显微照片图.图 6 的实验结果与理论计算得出的结论是相符的,即随机光栅中同时存在芯模之间以及芯模与包层模式之间的耦合,随机光栅可以认为是不同调制深度和周期的周期性光栅的随机线性组合.

### 3 结论

将随机光纤光栅看作是不同的调制深度不同调制周期的均匀光纤光栅的随机线性组合,分别利用传输矩阵法和光束传播法对随机光栅的特性进行了仿真分析.结果表明,随机光栅的反射和透射光谱同时具有 FBG 和 LPG 的特点,表现为随机的干涉图样.随机光栅反射光谱的平均反射强度随反射系数指数增长,随栅格数目线性增长.同时,还利用 SiO<sub>2</sub> 材料对飞秒脉冲的非线性吸收作用制作了随机光栅.实验测量的随机光栅的反射和透射特性与理论计算结果相一致,验证了随机光栅理论模型的正确性.

### References

- [1] ERDOGAN T. Fiber grating spectra [J]. *Journal of Lightwave Technology*, 1997, **15**(8): 1277 - 1294.
- [2] LI He-Ping, XIA Han-Ding, WANG Ze-Gao, *et al.* A compact graphene Q-switched erbium-doped fiber laser using optical circulator and tunable fiber Bragg grating [J]. *Chinese Physics B*, 2014, **23**(2): 024209.
- [3] FU Sheng-Gui, FAN Wan-De, ZHANG Qiang, *et al.* Yb<sup>3+</sup>-doped double-clad fiber laser based on fiber Bragg grating [J]. *Acta Phys. Sin.* (付圣贵, 范万德, 张强, 等. 光纤光栅选频掺 Yb<sup>3+</sup> + 双包层光纤激光器. *物理学报*), 2004, **53**(12): 4262 - 4267.
- [4] XU Y, TAM H Y, DU W C, *et al.* Tunable dual-wavelength-switching fiber grating laser [J]. *Photonics Technology Letters, IEEE*, 1998, **10**(3): 334 - 336.
- [5] LOH W H, SAMSON B N, DONG L, *et al.* High performance single frequency fiber grating-based erbium; ytterbium-codoped fiber lasers [J]. *Journal of Lightwave Technology*, 1998, **16**(1): 114 - 118.
- [6] LIU Xue-Ming, YANG Xiu-Feng, LU Fu-Yun, *et al.* Stable and uniform dual-wavelength erbium-doped fiber laser based on fiber Bragg gratings and photonic crystal fiber [J]. *Optics Express*, 2005, **13**(1): 142 - 147.
- [7] TAN Zhong-Wei, ZHENG Kai, LIU Yan, *et al.* Application of dispersion compensator based on chirped fiber gratings in ultra long-hual DWDM system [J]. *Acta Phys. Sin.* (谭中伟, 郑凯, 刘艳, 等. 基于啁啾光纤光栅的色散补偿器在超长距离密集波分复用系统中的应用. *物理学报*), 2006, **54**(11): 5218 - 5223.
- [8] EGGLETON B J, LENZ G, LITCHINITSER N, *et al.* Implications of fiber grating dispersion for WDM communication systems [J]. *Photonics Technology Letters, IEEE*, 1997, **9**(10): 1403 - 1405.
- [9] WYSOCKI P F, JUDKINS J B, ESPINDOLA R P, *et al.* Broad-band erbium-doped fiber amplifier flattened beyond 40 nm using long-period grating filter [J]. *Photonics Technology Letters, IEEE*, 1997, **9**(10): 1343 - 1345.
- [10] KERSEY A D, DAVIS M A, PATRICK H J, *et al.* Fiber grating sensors [J]. *Journal of Lightwave Technology*, 1997, **15**(8): 1442 - 1463.
- [11] QIAO Xue-Guang, JIA Zhen-An, FU Hai-Wei, *et al.* Theory and experiment about in-fiber Bragg grating temperature sensing [J]. *Acta Phys. Sin.* (乔学光, 贾振安, 傅海威, 等. 光纤光栅温度传感理论与实验. *物理学报*), 2004, **53**(2): 494 - 497.
- [12] JIN Jing, LIN Song, SONG Ning-Fang. Irradiation effect on strain sensitivity coefficient of strain sensing fiber Bragg gratings [J]. *Chinese Physics B*, 2014, **23**(1): 014206.
- [13] PEI Li, NING Ti-Gang, LI Tang-Jun, *et al.* Studies on the dispersion compensation of fiber Bragg grating in high-speed optical communication system [J]. *Acta Phys. Sin.* (裴丽, 宁提纲, 李唐军, 等. 高速光通信系统中光纤光栅色散补偿研究. *物理学报*), 2005, **54**(4): 1630 - 1635.
- [14] RAMACHANDRAN S, MIKKELSEN B, COWSAR L C, *et al.* All-fiber grating-based higher order mode dispersion compensator for broad-band compensation and 1000-km transmission at 40 Gb/s [J]. *Photonics Technology Letters, IEEE*, 2001, **13**(6): 632 - 634.
- [15] FOTIADI A A. Random lasers: An incoherent fibre laser [J]. *Nature Photonics*, 2010, **4**(4): 204 - 205.
- [16] TURITSYN S K, BABIN S A, EL-TAHER A E, *et al.* Random distributed feedback fibre laser [J]. *Nature Photonics*, 2010, **4**(4): 231 - 235.
- [17] PANG Meng, BAO Xiao-Yi, CHEN Liang. Observation of narrow linewidth spikes in the coherent Brillouin random fiber laser [J]. *Optics Letters*, 2013, **38**(11): 1866 - 1868.
- [18] BABIN S A, VATNIK I D. Random-distributed feedback fiber lasers based on Rayleigh scattering [J]. *Optoelectronics, Instrumentation and Data Processing*, 2013, **49**(4): 323 - 344.
- [19] SHAPIRA O, FISCHER B. Localization of light in a random-grating array in a single-mode fiber [J]. *Journal of Optical Society of America B*, 2005, **22**(12): 2542 - 2552.
- [20] LIZARRAGA N, PUENTE N P, CHAIKINA E I, *et al.* Single-mode Er-doped fiber random laser with distributed Bragg grating feedback [J]. *Opt Express*, 2009, **17**(2): 395 - 404.
- [21] GAGNE M, KASHYAP R. Demonstration of a 3 mW threshold Er-doped random fiber laser based on a unique fiber Bragg grating [J]. *Opt Express*, 2009, **17**(21): 19067 - 19074.
- [22] LI Yang, LU Ping, BAO Xiao-Yi, *et al.* Random spaced index modulation for a narrow linewidth tunable fiber laser with low intensity noise [J]. *Optics Letters*, 2014, **39**(8): 2294 - 2297.

- [23] LI Yang, LU Ping, BASET F, *et al.* Narrow linewidth low frequency noise Er-doped fiber ring laser based on femto-second laser induced random feedback [J]. *Applied Physics Letters*, 2014, **105**(10): 101105.
- [24] YAMADA M, SAKUDA K. Analysis of almost-periodic distributed feedback slab waveguides via a fundamental matrix approach [J]. *Applied Optics*, 1987, **26**(16): 3474–3478.
- [25] CAPMANY J, MURIEL M A, SALES S, *et al.* Microwave VI transmission matrix formalism for the analysis of photonic circuits: application to fiber Bragg gratings [J]. *Journal of Lightwave Technology*, 2003, **21**(12): 3125–3134.
- [26] GATTASS R R, MAZUR E. Femtosecond laser micromachining in transparent materials [J]. *Nature Photonics*, 2008, **2**(4): 219–225.

(上接 71 页)

a. 固定某电压不变,转动 LCVR 并采集光强. b. 根据光强极值确定 LCVR 方位角,例如极小值对应  $45^\circ$  或  $135^\circ$  可作为方位角基准. 但是当光强不随 LCVR 转动变化时,对应  $\delta$  值应为  $0, \pi, 2\pi \dots$ . 这时无法确认方位角,需由相邻电压来近似确认. c. 对光强和对应 LCVR 方位角进行最小二乘拟合,可以获得该电压下的  $\delta$  值. 这样,该电压下的 LCVR 方位角和  $\delta$  即可测得,但测得的  $\delta$  值同样需要进行解摺叠运算. 这种方法需要的测量时间较长,对光源稳定性、器件的旋转精度、旋转引入的光束偏转角等有更高的要求,不适于快速测量的目的.

### 3 结论

本文提出了一种基于单偏振器的液晶可变相位延迟器(LCVR)光电特性测量方法并建立了相关测试系统. 该方法将 LCVR 置于线性偏振器和平面反射镜之间,线性偏振器同时作为起偏器和检偏器,平面反射镜起光束反射作用,利用光强的变化推导出 LCVR 本征轴方位角和相位延迟值计算方法. 因此,具有测试结构简单、相位延迟测量过程无需旋转器件、可快速获得宽波段相位延迟谱的优点. 实验结果表明,基于该方法的测试系统可准确测量 LCVR 的本征轴方位角和相位延迟值,其相位延迟测量结果的相对标准差优于  $5\%$ ,本征轴方位角测试分辨率优于  $0.1^\circ$ . 另外,该测试结构可集成于基于 LCVR 的测试系统中,实现 LCVR 的快速、在线标定.

### References

- [1] TOMPKINS H, IRENE E A. *Handbook of ellipsometry* [M]. William Andrew, 2005.
- [2] GOLDSTEIN D. *Polarized Light* [J]. 2003.
- [3] DE Martino A, KIM Y K, GARCIA-CAUREL E, *et al.* Optimized Mueller polarimeter with liquid crystals [J]. *Optics letters*, 2003, **28**(8): 616–618.
- [4] LAUDE-BOULESTEIX B, DE Martino A, DRÉVILLON B, *et al.* Mueller polarimetric imaging system with liquid crystals [J]. *Applied optics*, 2004, **43**(14): 2824–2832.
- [5] BUENO J M. Polarimetry using liquid-crystal variable retarders; theory and calibration [J]. *Journal of Optics A: Pure and Applied Optics*, 2000, **2**(3): 216.
- [6] ABDULHALIM I, MOSES R, SHARON R. Biomedical optical applications of liquid crystal devices [J]. *ACTA PHYSICA POLONICA SERIES A*, 2007, **112**(5): 715.
- [7] HU C, XIE P, HUO S, *et al.* A liquid crystal variable retarder-based reflectance difference spectrometer for fast, high precision spectroscopic measurements [J]. *Thin Solid Films*, 2013.
- [8] HUO S, HU C, LI Y, *et al.* Optimization for liquid crystal variable retarder-based spectroscopic polarization measurements [J]. *Applied optics*, 2014, **53**(30): 7081–7086.
- [9] BABA J S, BOUDREAUX P R. Wavelength, temperature, and voltage dependent calibration of a nematic liquid crystal multispectral polarization generating device [J]. *Applied optics*, 2007, **46**(22): 5539–5544.
- [10] TERRIER P, CHARBOIS J M, DEVLAMINCK V. Fast-axis orientation dependence on driving voltage for a Stokes polarimeter based on concrete liquid-crystal variable retarders [J]. *Appl. Opt.* 49, 4278–4283 (2010) 12.
- [11] LÓPEZ-TÉLLEZ J M, BRUCE N C. Experimental method to characterize a liquid-crystal variable retarder and its application in a Stokes polarimeter [C]. *8th Ibero American Optics Meeting/11th Latin American Meeting on Optics, Lasers, and Applications. International Society for Optics and Photonics*, 2013: 87852J-87852J-9.
- [12] ZHANG Ying, ZHAO Hui-Jie, ZHOU Peng-Cheng, *et al.* Photoelectric characteristics of liquid crystal variable retarder [J]. *Foreign Electronic Measurement Technology* (张颖, 赵慧洁, 周鹏威, 等. 液晶相位可变延迟器的光电特性研究. *国外电子测量技术*), 2009, (3): 17–20.
- [13] VARGAS A, DONOSO R, RAMO REZ M, *et al.* Liquid crystal retarder spectral retardance characterization based on a Cauchy dispersion relation and a voltage transfer function [J]. *Optical Review*, 2013, **20**(5): 378–384.
- [14] FEI Ye-Tai. *Error theory and data processing* [M]. 5th ed. Beijing: China Machine Press. (费业泰. *误差理论与数据处理* [M]. 第 5 版. 北京: 机械工业出版社), 2004.