

# 基于低秩张量分析的高光谱图像降维与分类

陈昭<sup>1</sup>, 王斌<sup>1,2</sup>, 张立明<sup>1</sup>

(1. 复旦大学电子工程系, 上海 200433;

2. 复旦大学波散射与遥感信息重点实验室, 上海 200433)

**摘要:** 提出一种用于高光谱图像降维和分类的分块低秩张量分析方法。该算法以提高分类精度为目标, 对图像张量分块进行降维和分类。将高光谱图像分成若干子张量, 不仅保存了高光谱图像的三维数据结构, 利用了空间与光谱维度的关联性, 还充分挖掘了图像局部的空间相关性。与现有的张量分析法相比, 这种分块处理方法克服了图像的整体空间相关性较弱以及子空间维度的设定对降维效果的负面影响。只要子空间维度小于子张量维度, 所提议的分块算法就能取得较好的降维效果, 其分类精度远远高于不分块的算法, 从而无需借助原本就不可靠的子空间维度估计法。仿真和真实数据的实验结果表明, 所提议分块低秩张量分析算法明显地表现出较好的降维效果, 具有较高的分类精度。

**关键词:** 高光谱图像; 低秩张量分析; 子张量; 空间相关性; 子空间维度; 降维; 分类

中图分类号: TP751 文献标识码:A

## Dimensionality reduction and classification based on lower rank tensor analysis for hyperspectral imagery

CHEN Zhao<sup>1</sup>, WANG Bin<sup>1,2</sup>, ZHANG Li-Ming<sup>1</sup>

(1. Department of Electronic Engineering, Fudan University, Shanghai 200433, China;

2. The Key Laboratory of Wave Scattering and Remote Sensing Information, Fudan University, Shanghai 200433, China)

**Abstract:** Sub-tensor based lower rank tensor analysis used for dimensionality reduction and classification in hyperspectral imagery was proposed. The method aims at raising classification accuracy by representing the hyperspectral image as a tensor. The tensor is divided into sub-tensors, wherein, dimensionality reduction and pixel classification were performed. Benefiting from the sub-tensors, the method capitalizes on local spatial correlation, exploits interaction between spatial and spectral dimensions, and maintains hyperspectral data structure with 3D tensor. Compared with existing theories based on tensor analysis, the proposed method eliminates the negative impacts of poor subspace dimension estimation and low global spatial correlation, which might seriously degrade performances of dimensionality reduction. Moreover, as long as subspace dimensions are smaller than sub-tensor dimensions, the method with sub-tensors achieves much higher classification accuracy than the method without sub-tensors. Therefore, for the proposed method, it is not necessary to estimate the subspace dimension. Experimental results of both simulated and real hyperspectral data demonstrated that sub-tensor based lower rank tensor analysis gives better performance in dimensionality reduction and brings higher classification accuracy than existing methods do.

**Key words:** hyperspectral imagery, lower rank tensor analysis, sub-tensor, spatial correlation, subspace dimension, dimensionality reduction, classification

**PACS:** 84.40. X6

## 引言

高光谱图像(Hyperspectral Imagery, HSI)的主

要特点是成像光谱仪在电磁波谱的紫外、可见光、近红外和热红外区域中的数十至数百个非常窄且连续的光谱段上同时获取信息, 能得到每个像素完整连

收稿日期: 2012-10-10, 修回日期: 2013-04-03

Received date: 2012-10-10, revised date: 2013-04-03

基金项目: 国家自然科学基金(61071134, 41371337); 上海市教委科研创新项目(13ZZ005); 高等学校博士学科点专项科研基金(20110071110018)

**Foundation items:** Supported by National Natural Science Foundation of China (61071134, 41371337); Innovation Program of Shanghai Municipal Education Commission (13ZZ005); Research Fund for Doctoral Program of Higher Education of China (20110071110018)

作者简介(Biography): 陈昭(1988-), 女, 湖北应城人, 博士研究生, 主要从事遥感图像处理的研究, E-mail: 11110720006@fudan.edu.cn

续的光谱曲线<sup>[1]</sup>. 由于 HSI 相邻波段之间的波长差异往往只在纳米数量级, 因此相邻波段所对应图像之间的相关系数都非常高. 也就是说, 在邻近的波段之间存在大量的冗余信息, 这会造成存储和处理能力的浪费. 为了减少运算量、降低计算复杂度以及改善分类效率、提高分类精度, 对 HSI 图像进行降维处理显得十分必要<sup>[2]</sup>.

当前降维方法的效果并不理想. 例如主成分分析方法(Principal Component Analysis, PCA), 虽然易于实现, 但必须将 HSI 每一个波段的二维图像化成向量, 从而破坏了原图的空间分布特性, 忽略了空间和光谱间的相互联系. 该重大缺陷普遍存在于只能处理向量或者一维样本排列成矩阵的降维方法.

要从根本上解决上述问题, 就应该使降维方法契合 HSI 的数据结构. 首先, 采用一个三阶张量, 其中两个维度表示像素空间分布, 余下的维度代表光谱分布, 这种存储数据的方式正好保存了 HSI 的空间分布特性, 维护了空间和光谱间的关联性. 其次, 还须选择一个与降维目的相适应的张量分解模型来构建降维算法. 合适的模型不仅能挖掘物理意义明确的分量, 更能充分利用空间和光谱间的关联性, 将张量的价值最大化, 从而提升降维效果.

基于张量分析的降维方法中, 最具代表性的是 Renard 等人<sup>[2]</sup>的低秩张量分析法(Lower Rank Tensor Analysis, LRTA), 其缩写名为 LRTA<sub>d</sub> - ( $K_1, K_2, P$ ),  $K_1, K_2, P$  表示子空间的大小, 该方法简称为 LRTA. LRTA 是 PCA 在张量形式上的推广, 建立在 Tucker 张量分解模型<sup>[3]</sup>的基础之上, 利用了 HSI 的空间相关性和光谱间相关性, 将 HSI 投影到一个低秩的子空间进行降维. 该方法虽然考虑了空间与光谱间的相互作用, 但它的局限性也很明显. 首先, LRTA 对于空间相关程度较弱的 HSI 并不奏效, 只有强烈的空间相关性才能凸显出 LRTA 相对于 PCA 的优越性. 而且, LRTA 降维后的分类精度受子空间的影响非常大, 现有的子空间估计方法<sup>[4-10]</sup>(如 Hysime、AIC、MDL)却不可靠, 往往不能找出使 LRTA 的性能达到最优的最佳子空间.

为了弥补 LRTA 的缺陷, 提出一种基于分块的低秩张量分析法(Sub-Tensor based Lower Rank Tensor Analysis, S-LRTA). S-LRTA 保持原来的光谱数据不变, 将空间维划分成许多相同大小的子区域, 每一子区域对应一个子张量, 对每个子张量分别进行 LRTA 降维、分类, 最终提高图像的整体分类精度. 分块的思想基于两点事实: 在小范围的空间区域内,

HSI 对应的地物类别单一, 像素相似, 空间相关性尤为明显; 而一般的 HSI 波段数目众多、波段宽度狭窄, 光谱相关性非常明显. 所以, 只要将 HSI 张量的空间区域分块, 无需改变原张量的光谱维, 就可以最大限度地利用区域空间相关性和光谱间相关性. 经 S-LRTA 降维后, 每一子张量的子空间维度对分类精度的影响力度大为下降, 从而无须在子空间的估计上耗费大量精力. 即使是对整体空间相关性较弱的 HSI, S-LRTA 也能得到比 LRTA 更高的分类精度.

## 1 张量的概念

张量即多维数组, 可记为  $\underline{Y} \in R^{N_1 \times N_2 \times \dots \times N_M}$ , 其中  $N_m, m = 1, \dots, M$  称为维度或模式,  $M$  表示阶数. 向量与矩阵分别为一阶和二阶张量, 乃张量的特例. 对某张量进行模式 n 展开(mode-n unfolding)就是将它变成一个矩阵, 其列向量为原张量模式 n 上的向量数据. 一个张量与矩阵的模式 n 乘法, 即: 首先将该张量进行模式 n 展开, 再与矩阵相乘, 最后将相乘所得矩阵逆向按照模式 n 展开法恢复成张量的形式.

运用张量的算法一般都采用了某种张量分解(tensor decomposition)模型. 张量分解模型分为 PARAFAC 和 Tucker 两大类. LRTA 采用的就是 Tucker 模型. 给定一个张量  $\underline{Y} \in R^{N_1 \times \dots \times N_M}$ , 对  $\underline{Y}$  进行 Tucker 模型分解, 如式(1)所示:

$$\underline{Y} = \underline{X} \times_1 \mathbf{F}^{(1)} \times_2 \mathbf{F}^{(2)} \cdots \times_M \mathbf{F}^{(M)} + \underline{E} \quad (1)$$

其中  $\underline{X} \in R^{R_1 \times \dots \times R_M}$  是核张量; 矩阵  $\mathbf{F}^{(d)} \in R^{N_d \times R_d}, d = 1, 2, \dots, M$  可称为压缩矩阵、因子矩阵、模式矩阵、投影矩阵等;  $\underline{E}$  表示近似误差;  $\times_d$  表示张量与矩阵的模式 d 乘法. Tucker 分解模型的特点在于它充分地利用了各模式分量的相互作用<sup>[3]</sup>.

## 2 低秩张量分析法

低秩张量分析法<sup>[2]</sup>(即 LRTA)的原型是 PCA. 因为 Tucker 模型与 PCA 有直观紧密的联系, 所以采用 Tucker 模型将 PCA 推广成张量形式的 LRTA. 该算法以一个三阶张量来描述原始的 HSI, 通过 Tucker 分解, 将原 HSI 投影到一个低秩的子空间, 形成对原张量的近似张量, 经过迭代, 减小近似产生的误差, 从而达到降维目的. 每执行一次 Tucker 分解即相当于对 HSI 的三个模式展开矩阵依次进行 PCA 降维. 与 PCA 单纯地去除光谱的相关性相比, LRTA 还去除了原 HSI 的空间相关性, 同时维持了空间与光谱的相互作用, 进行了三维的特征提取. LRTA 的最终表达如式(2)所示:

$$\underline{Y}_{PC-(K_1, K_2, P)} = \underline{X} \times_1 \mathbf{Q}^{(1)} \times_2 \mathbf{Q}^{(2)} \times_3 \mathbf{Q}^{(3)}, \quad (2)$$

其中,  $\underline{X} \in R^{I_1 \times I_2 \times I_3}$  为原始 HSI,  $\underline{Y}_{PC-(K_1, K_2, P)} \in R^{I_1 \times I_2 \times P}$  为降维结果, 即原 HSI 的近似张量. 其中  $\mathbf{Q}^n = \mathbf{U}^{(n)}$ ,  $\mathbf{U}^{(n)T}, n=1, 2$ , 为空间投影矩阵,  $\mathbf{U}^{(1)} \in R^{I_1 \times K_1}$ ,  $\mathbf{U}^{(2)} \in R^{I_2 \times K_2}$  取为原 HSI 的模 1、2 展开矩阵的 PCA 投影矩阵, 即模 1、2 展开矩阵的协方差矩阵的前  $K_n$  个最大特征值对应的特征向量组成的矩阵;  $\mathbf{Q}^{(3)} = \mathbf{A}^{-1/2}$ ,  $\mathbf{U}^{(3)T}, \mathbf{U}^{(3)} \in R^{I_3 \times P}$  为光谱投影矩阵, 取为原 HSI 的模 3 展开矩阵  $\mathbf{X}_3$  的 PCA 投影矩阵,  $\mathbf{A} \in R^{P \times P}$  为  $\mathbf{X}_3 \mathbf{X}_3^T$  的特征值组成的对角阵. 由于未知量较多, 投影矩阵通常由交替最小二乘法迭代求解.

然而, LRTA 存在两大局限性: 1) LRTA 的效果依赖于 HSI 的整体空间相关性. 如果待处理的 HSI 不具备明显的空间相关特性, LRTA 反而可能对降维效果产生负面影响; 2) LRTA 的性能受制于 HSI 的子空间维度. 如果子空间维度估计得不准确, 则 LRTA 无法达到最优状态. 由式(2)可知, 近似张量的子空间维度( $K_1, K_2, P$ )对降维的作用至关重要. 现有的 Hysime、AIC、MDL 等子空间维度的估计算法又不可靠, 往往不能得到正确的子空间维度, 从而不能使 LRTA 达到预期的效果. 所以, 迫切需要一种降维方法既能规避子空间维度的估计, 又能适用于各种空间相关程度不是很强的 HSI, 使 HSI 分类结果有较好的分类精度.

### 3 分块低秩张量分析法

为了满足以上要求, 本文提出分块低秩张量分析法, 即 S-LRTA. 该方法的重点在于分块处理: 将空间维划分成若干相同大小的子区域, 每一子区域对应一个子张量, 对每一子张量依次进行 LRTA 降维和分类. 由于子张量涵盖的空间范围小、所包含的像素数少、像素的种类单一, 空间相关程度高; 又因为一般的 HSI 波段数众多、波段宽度狭窄, 光谱相关性明显, 无须划分原有的光谱, 也能使每一子张量兼具强烈的空间相关性和谱间相关性. 因此, 在每一块子张量中, LRTA 都能取得良好的降维效果, 使得分类精度大幅提升, 也就无需 HSI 必须具有明显的整体空间相关性. 并且, 每一子张量的子空间维度对分类精度的影响也大为下降, 只要降维子空间维度小于子张量的维度, 就能得到很高的分类精度, 也就没有必要在子空间的估计上耗费精力, 更何况现有的子空间估计算法并不可靠. 最终将每个子张量的分类结果拼在一起, 得到整体 HSI 的分类结果.

必须说明的是, 如果采用了分块的降维方法, 则

应该对每一块降维后的子张量进行分类. 分类方法主要有两大类: 有监督分类和无监督分类. 因为有监督分类考虑了先验知识, 所以其结果比无监督分类更为精确、可信, 其分类精度更适合作为降维效果的评判依据. 但是, 采用有监督分类时, 由于训练样本的数量有限, 例如, 训练样本的个数为样本总数的 20%, 则不能保证每一块子张量都具有足够的训练样本. 为了解决这一问题, 可以将子张量分批处理. 先对训练样本数量充足(即满足既定下限  $\tau$ )的子张量进行 LRTA 降维和分类. 经大量试验证明, 在一个子张量中, 只要训练样本的数量大于等于  $\tau$ (例如, 本文实验中  $\tau$  取为 1), 就能达到很高的分类精度; 又因为 HSI 在局部小范围内具有高度的相关性, 所以该子张量的像素完全可以作为训练样本帮助邻近的其他子张量分类. 具体实施方法可参见步骤 3 的 4 个子步骤.

分块的方法如图 1 所示, 原 HSI 的尺寸为  $I_1 \times I_2 \times I_3$ , 每块子张量的尺寸为  $B_1 \times B_2 \times I_3$ , 其中  $B_1 \times I_1, B_2 \times I_2$ . S-LRTA 的具体流程如下:

输入: 张量形式的 HSI, 分块尺寸, 每一子张量的子空间维度.

输出: 每一子张量的降维结果、分类精度以及 HSI 的整体分类精度.

步骤 1: 在空间上划分 HSI, 得到若干大小相同的子张量;

步骤 2: 对每一子张量进行 LRTA 降维, 得到近似的子张量降维结果;

步骤 3: 对每一降维后的子张量依次进行分类. 采用有监督分类器时, 步骤 3 又可分为下面 4 个子步骤:

i. 找出训练样本个数大于既定阈值的子张量, 对其进行分类;

ii. 对于原训练样本数量不足的子张量, 按照它们在整幅图像上的空间排列顺序, 每次取出一个未分类的子张量, 依次考察其上、下、左、右四个方位上的子张量. 如果某方位上存在分类完毕的子张量, 则将待分类的子张量与之合并后再做 LRTA 降维, 以分类完毕的像元作为训练样本对待分类的子张量进行分类, 如图 1 右侧所示, 带圆点的块代表将要分类的子张量(尺寸为  $B_1 \times B_2 \times I_3$ ), 带星号的块表示与之相邻的子张量, 如图 1 左侧所示, 带框的两个子张量合并后形成新的子张量(尺寸变为  $B_1 \times (B_2 \times 2) \times I_3$ );

iii. 综合子步骤 ii 中当前待分类的子张量的每

一个像素的所有分类结果(四个方位中存在子张量,并且其中有几个子张量是分类完毕的就有几种分类结果),哪种地物类别出现的频率最高就将该像素划归为此类.若有几种类别的频率相同,则参考与该子张量相邻的训练样本,训练样本中哪种类别出现的频率最高就将该像素划归为此类.若仍不能判决,则随机选取训练样本中出现频率最高的地物类别中的一种作为该像素的类别;

iv. 重复执行步骤3的子步骤i,ii和iii,直至所有子张量都已分类完毕;

步骤4:将每一子张量的分类结果合并,形成整幅图像的分类结果.

值得注意的是,相较于LRTA的局限性,S-LRTA的瑕疵不会威胁整体的分类效果.HSI普遍存在高度的局部空间相关性是保证分块降维效果的一个前提条件.该条件一般都能得到满足,例外的情况极少.比如待处理的子张量正好位于两种地物的交界处,使得训练样本与测试样本差别很大,造成类别混淆.但地物边界上的子块所占比例非常小,只要子张量的空间远小于原图的空间,就不会威胁整体的分类效果.另外,S-LRTA的运行速度虽不如LRTA,但是耗时问题可以通过优化程序代码、提升计算机性能等方法进行解决.况且,S-LRTA每次只需处理一小块数据,所需的内存容量比LRTA少.综合考虑S-LRTA与LRTA的优缺点,可知所提议的S-LRTA比原来的LRTA算法具有更大的实际应用价值.

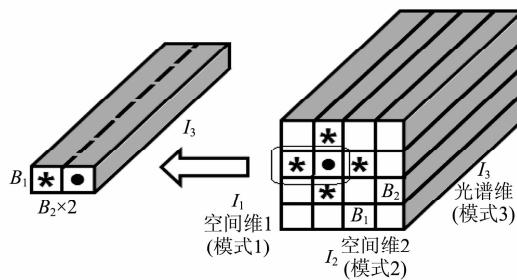


图1 分块的方式及子张量的合并

Fig. 1 Dividing an HSI tensor into sub-tensors and merging of two adjacent sub-tensors

#### 4 实验验证

通过仿真数据和真实数据实验,将本文提议的S-LRTA与现有的LRTA和PCA降维方法进行比较,证明S-LRTA的优越性.

为了量化HSI的“空间相关性”和“光谱间相关性”,本文采用“平均相关系数”,即对HSI张量在各

模式上的展开矩阵分别求相关系数矩阵的平均值.这种衡量相关程度的方法简单易行.对于降维效果,则采用总体分类精度(Overall Accuracy, OA)<sup>[1]</sup>作为评判依据.已知地物真实时,OA表示所有类别分类正确的样本点数量的总和的平均值,计算公式如(3)所示:

$$OA = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^P a_{ii} \quad (3)$$

其中,共有p类地物,i表示类别的编号,a<sub>ii</sub>表示本来为类别的测试样本被正确分到类别i的总数,N表示测试样本的总数.

实验采用两种有监督的分类器:支撑向量机(Support Vector Machine, SVM)<sup>[11]</sup>和最近邻分类法(K-Nearest Neighborhood, KNN)<sup>[12]</sup>分别测试降维方法的效果.对每一组仿真数据和真实数据,都随机抽取了其中样本的20%作为SVM或KNN的训练样本.SVM的核都采用径向基函数,其gamma参数均设为8.在S-LRTA的步骤3中,将判断子张量是否具有足够的训练样本的下限设为1.S-LRTA、LRTA算法的迭代次数都设为5.作图时,降维子空间的维度统一用( $K_1, K_2, P$ )表示,空间区域分块的尺寸用( $B_1, B_2$ )表示.

S-LRTA、LRTA、PCA和KNN算法均通过MATLAB R2010a编程实现,SVM采用软件包libsvm-mat-2.89-3.测试平台为Intel(R) Core(TM)2 CPU, T5500@1.66GHz,内存空间为1.49 GB.

#### 4.1 仿真数据实验

构造仿真HSI的光谱数据来源于USGC的数据库library splib06a,从中随机选取了9种类型地物的186个波段.实验一共用到了4组仿真HSI,每组仿真HSI由若干宽度相同的回字形组成,每条回形随机取一种物质.4组HSI的回形带宽分别为5、6、7、8个像素,相应的尺寸为85×85×186、102×102×186、119×119×186以及136×136×186.将为了模拟真实情况,还给每组仿真HSI加上同样的随机噪声,该噪声在光谱上呈高斯分布,方差为1/300,信噪比为40 dB.4组仿真HSI的空间相关程度不同而光谱相关程度相同.

为了单独考察空间相关性对LRTA降维效果的影响,令4组回形仿真HSI的空间维度相同.综合图2和表1可以看到,回形带越窄,即空间相关性越弱,则LRTA降维效果越差,分类精度越低,说明LRTA的降维效果对空间相关性的变化极为敏感.如果HSI的空间相关程度不够高,则LRTA无法有

效地处理空间信息。

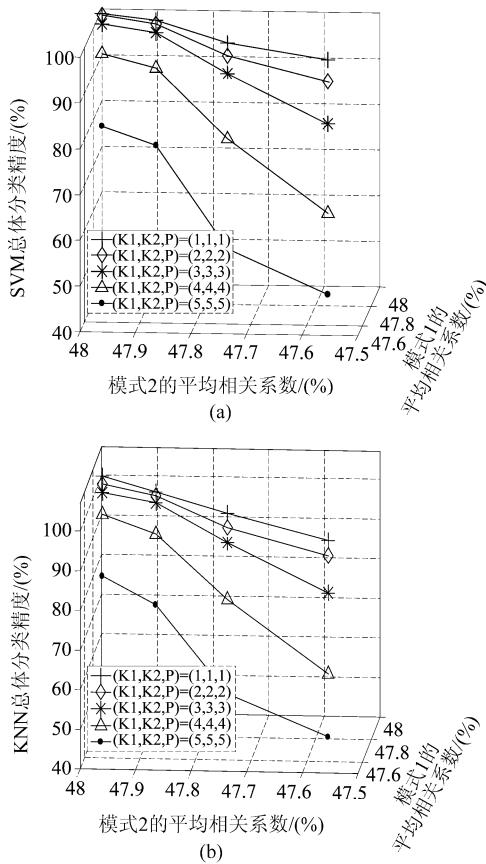


图2 回形仿真HSI中,LRTA的降维效果与整体空间相关性的关系 (a) SVM, (b) KNN

Fig. 3 LRTA performance against global spatial correlation in the ring-shaped HSIs (a) SVM, and (b) KNN

表1 平均相关系数与仿真HSI的回形带宽的对应关系  
Table 1 Average correlation coefficients of each mode in simulated data corresponding to ring widths

回形宽度	平均相关系数(%)		
	模式1	模式2	模式3
5	47.56	47.56	94.04
6	47.75	47.75	94.04
7	47.89	47.89	94.04
8	48.00	48.00	94.04

相比于空间相关性,降维子空间维度对LRTA的影响更为直观。图3的LRTA结果说明Hysime、AIC和MDL三种算法对子空间维度( $K_1, K_2, P$ )的估计均不可靠,因为对于4组回形仿真数据,结合Hysime、AIC、MDL的LRTA产生的SVM和KNN分类精度均低于70%,都比S-LRTA差。以带宽为8的回形仿真数据为例,采用LRTA时,图4中两种分类精度随子空间维度的变化都极其明显。图3和图4说明LRTA的性能极其依赖于子空间的维度,但是

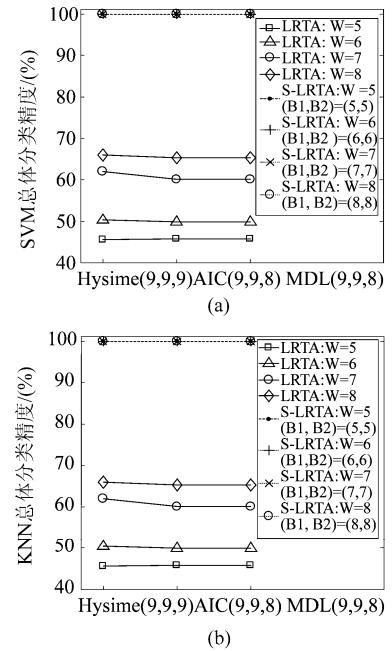


图3 回形仿真HSI中,S-LRTA的( $K_1, K_2, P$ )设为(1,1,1),而采用Hysime、AIC或MDL算法估计LRTA的( $K_1, K_2, P$ )时,比较S-LRTA和LRTA的降维效果 (a) SVM, (b) KNN

Fig. 3 Comparison of S-LRTA with LRTA in ring-shaped HSIs, where the subspace dimensions of S-LRTA are set as (1,1,1), while those of LRTA are estimated by Hysime, AIC or MDL (a) SVM, and (b) KNN

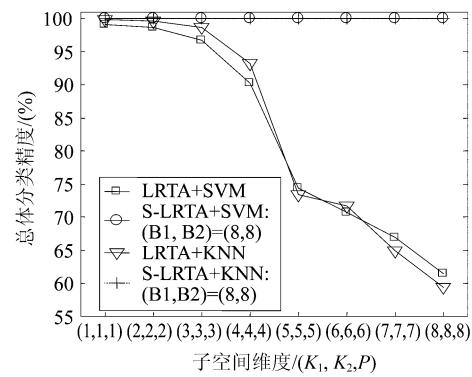


图4 带宽为8个像素的回形仿真HSI中,S-LRTA和LRTA的子空间设置相同时,比较两者的降维效果

Fig. 4 Comparison of S-LRTA with LRTA with the same subspace dimensions in the 8-pixel-wide ring-shaped HSI

使LRTA有效的子空间难以用现有的估计算法确定。

图3和图4还表明本文提出的S-LRTA能够克服LRTA的缺陷。从图3的S-LRTA结果可见,采用S-LRTA后,对于任意设定的子空间维度,4组回形

仿真数据的 SVM 和 KNN 分类精度都达到了 100%，说明整体空间相关性对分类精度的影响不再重要。以带宽为 8 的回形仿真数据为例，将其分成若干  $8 \times 8 \times 186$  的子张量，如图 4 所示，无论每块子张量的子空间维度如何改变，分类精度都是 100%，证明子空间维度的设置对 S-LRTA 几乎无影响。对比图 3 和图 4 中 S-LRTA 与 LRTA 的曲线，可知 S-LRTA 的降维效果普遍优于 LRTA。

#### 4.2 真实数据实验

真实 HSI 取自 1992 年 6 月拍摄的印第安纳 (Indiana) 州西北部农业区 220 波段的 AVIRIS 高光谱航空影像，光谱分辨率和空间分辨率分别为 10 nm 和 20 m，影像大小为  $145 \times 145$ ，去除噪声和水吸收波段后剩余 186 个波段。选取 9 类地物，各类名称及样本个数如表 2 所示。

表 2 Indiana 数据中的地物分类样本个数

Table 2 Sample number of ground object of each class in Indiana dataset

类别	对应地物	样本个数
C1	玉米未耕地 (Corn-notill)	1 256
C2	玉米疏耕地 (Corn-min)	726
C3	牧草 (Grass/Pasture)	431
C4	林地 (Grass/Tress)	626
C5	干草 (Hay-windrowed)	443
C6	大豆未耕地 (Soybeans-notill)	828
C7	大豆疏耕地 (Soybeans-min)	2 284
C8	大豆已耕地 (Soybeans-clean)	503
C9	树林 (Woods)	1 198

由表 3 可知，Indiana 数据的空间相关性不明显。如图 5 所示，采用 S-LRTA 后，无论降维后的光谱维度怎样变化，SVM 和 KNN 的分类精度都远远超过了 LRTA 和 PCA 使 SVM 和 KNN 达到的分类精度。可见，通过充分利用图像局部的空间相关性，S-LRTA 不仅大幅提高了分类精度，还摆脱了对高光谱每一波段对应图像的整体空间相关性的依赖。

表 3 Indiana 数据各模式上的平均相关系数

Table 3 Average correlation coefficients of each mode in Indiana dataset

平均相关系数(%)		
模式 1	模式 2	模式 3
27.99	30.23	70.97

如图 6 所示，无论每块子张量的子空间维度如何变化，S-LRTA 都能使 SVM 和 KNN 的分类精度维持远高于图 5 中结合子空间估计算法的 LRTA 所达到的分类精度。通过大量实验发现，只要子空间维度

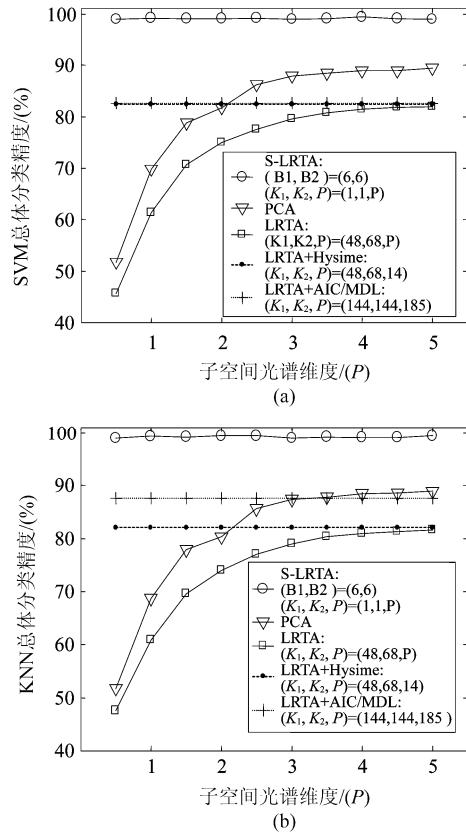


图 5 Indiana 数据中，比较 S-LRTA、LRTA 以及 PCA 的降维效果 (a) SVM, (b) KNN

Fig. 5 Comparison of the performance of S-LRTA, LRTA and PCA in Indiana dataset (a) SVM, and (b) KNN

小于子张量的维度，就能达到相当高分类精度。例如子张量维度为  $(6, 6, 186)$ 、子空间维度设为  $(2, 2, 186)$  时，采用 SVM，分类精度约为 98.76%，与子空间维度设为  $(1, 1, 186)$  时 SVM 达到的最大精度 99% 相差不到 0.05%，说明 S-LRTA 的降维效果受子空间维度的变化的影响很小。所以，S-LRTA 无需借助原本就不可靠子空间维度估计算法。

以上实验数据验证了 S-LRTA 能够弥补 LRTA 的两大缺陷，图 7 则说明分块方法可能会带来负面效应，但不至影响全局的分类精度。如图 7 所示，S-LRTA 的降维效果对分块的大小并不敏感：只要分块的尺寸足够小，满足  $B_1, B_2 \leq 10$ ，无论  $(B_1, B_2)$  怎样变化，总体分类精度都高于 95%。因此，不妨令  $B_1 = B_2$ ，且将  $B_1$  设置任意一个小于 10 的值。然而分块的尺寸也不宜过小，以免过多增加程序耗时。

综上，无论是仿真数据还是实际数据的实验，都有力地验证了 S-LRTA 的优越性和实用性。S-LRTA 的降维效果对分块尺寸、子空间维度的改变均不敏

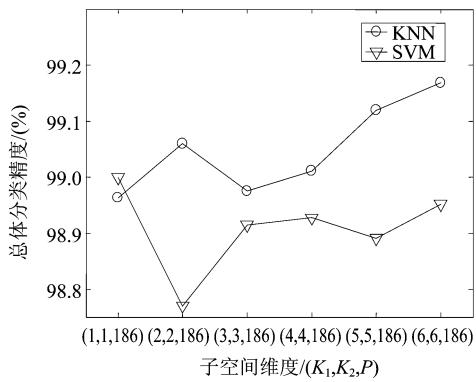


图 6 Indiana 数据中,当为(6,6)时,S-LRTA 的降维效果与子空间维度的关系

Fig. 6 S-LRTA performance against subspace dimension in Indiana dataset where equals (6,6)

感,对 HSI 的空间相关程度要求不高,从而 S-LRTA 无需借助子空间维度的估计算法,能够适用于各种 HSI.

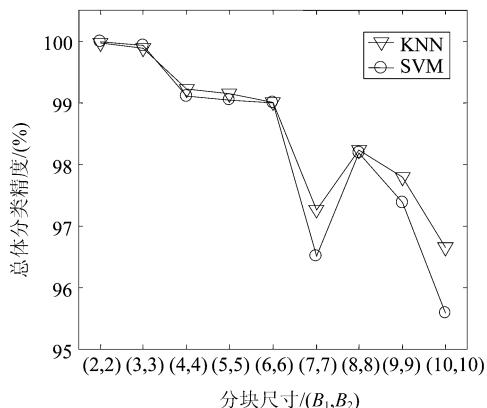


图 7 Indiana 数据中,当( $K_1, K_2, P$ )设为(1,1,1)时,S-LRTA 的降维效果与分块尺寸的关系

Fig. 7 S-LRTA performance against the size of subtensors in Indiana dataset where ( $K_1, K_2, P$ ) equals (1,1,1)

## 5 结论

提出了一种用于高光谱遥感图像降维的分块低秩张量分析法. 该方法用张量表示高光谱图像,保持

其光谱不变而将空间区域分块,对分块所得的每一块子张量依次进行降维和分类. 此法充分地利用了高光谱图像的强烈的局部空间相关性和光谱间相关性,大幅地提升了图像的总体分类精确度,性能优于原有的低秩张量分析法和主成分分析法. 更为重要的是,该方法极大地削弱了图像的整体空间相关性以及子空间维度的设定对降维效果的影响,从而能够适用于各种高光谱图像的降维,无需借助本就不可靠的估计算法来设置子空间维度,因此具有较强的实用性.

## REFERENCES

- [1] Chang C-I. *Hyperspectral imaging: techniques for spectral detection and classification* [M]. New York: Plenum, 2003.
- [2] Renard N, Bourennane S., Dimensionality reduction based on tensor modeling for classification methods [J]. *IEEE Trans. on Geosci. Remote Sens.*, 2009, **47**(4):801–805.
- [3] Cichocki A , Zdunek R, Phan A H, et al. *Nonnegative matrix and tensor factorizations* [M]. New York: Wiley, 2009.
- [4] Wax M, Kailath T. Detection of signals by information theoretic criteria [J]. *IEEE Trans. on Geosci. Remote Sens.* 1985, **33**(2): 387 – 392.
- [5] Bioucas-Dias J, Nascimento J. Hyperspectral subspace identification [J]. *IEEE Trans. on Geosci. Remote Sens.* 2008, **46**(8): 2435 – 2445.
- [6] Chang C, Du Q. Estimation of number of spectrally distinct signal sources in hyperspectral imagery [J]. *IEEE Trans. on Geosci. Remote Sens.* 2004, **42**(3):608 – 619.
- [7] Letexier D, Bourennane S, Blanc-Talon J. Nonorthogonal tensor matricization for hyperspectral image filtering [J]. *IEEE Geosci. Remote Sens. Letters*, 2008, **5**(4):3 – 7.
- [8] Renard N, Bourennane S, Blanc-Talon J. Multiway filtering applied on hyperspectral images [J]. *ACIVS 2006, LNCS2006*, **4179**:127 – 137.
- [9] Letexier D, Bourennane S. Estimation of n-mode ranks of hyperspectral images for tensor denoising [J]. *EUSIPCO 2009*: 2594 – 2597.
- [10] Huck A, Guillaume M. Estimation of the hyperspectral tucker ranks [J]. *ICASSP 2009*:1281 – 1284.
- [11] Melgani F, Bruzzone L. Classification of hyperspectral remote sensing images with support vector machines [J]. *IEEE Trans. on Geosci. Remote Sens.* 2004, **42**(8):1778 – 1790.
- [12] Cover T, Hart P. Nearest neighbor pattern classification [J]. *IEEE Trans. on Inf. Theory*, 1967, **13**(1): 21 – 27.