

梯形截面硅基垂直多槽纳米线定向耦合器全矢量分析

肖金标, 李文亮, 夏赛赛, 孙小菡
(东南大学 电子科学与工程学院, 江苏 南京 210096)

摘要:采用一种基于三电场分量的全矢量有限元法,其中引入了完善匹配层(PML)吸收边界条件,分析由梯形截面硅基垂直多槽纳米线构成的平行定向耦合器.考虑了波导侧壁倾角、耦合波导间距、槽宽及槽折射率的变化对定向耦合器性能的影响.给出了准TE与准TM偶、奇模有效折射率、耦合长度及模场分布,揭示了其模式的混合特性及模场分布特点.分析结果表明,恰当选择结构参数及材料参数,可实现两偏振态下相同耦合长度,定向耦合器在偏振无关条件下工作.

关键词:定向耦合器;多槽纳米线;侧壁倾斜;有限元法;硅光子学
中图分类号:TN256 **文献标识码:**A

Full-vectorial analysis of the directional couplers in vertical multiple-slotted silicon wires with trapezoidal cross-section

XIAO Jin-Biao, LI Wen-Liang, XIA Sai-Sai, SUN Xiao-Han
(School of Electronic Science and Engineering, Southeast University, Nanjing 210096, China)

Abstract: A directional coupler composed of two vertical multiple-slotted silicon wires with trapezoidal cross-section is characterized using a full-vectorial finite element method in terms of the electric fields, where the perfectly matched layer absorbing boundary conditions are adopted. The effects of the structural or material parameters including the sidewall angle, the gap between the coupled waveguides, and the width and index profiles in the slot regions on the behaviors of the directional coupler are taken into account. The effective indexes of the even and odd modes and the corresponding coupling length, both in quasi-TE and quasi-TM modes, are presented. The strongly-hybrid nature of the guided-modes is effectively demonstrated. The results show that polarization-independent directional couplers can be realized by properly choosing the structural and material parameters.

Key words: directional coupler; multiple-slotted silicon wires; slanted sidewalls; finite element method; silicon photonics
PACS: 42.82.-m, 42.79.Gn

引言

绝缘体上硅(SOI)纳米线由于其较小的尺寸,较强的模场限制能力,并且与成熟的CMOS工艺线兼容等优点,在硅光子学得到广泛应用^[1].但是,SOI纳米线较大的折射率分布差(可达2.0)导致以其为基础的光子器件有其很强的偏振相关性,限制了其在光子系统中的大范围应用.虽然通过偏振分离机制^[2],即引入偏振分离器和偏振旋转器,可实现偏振无关光子学器件,但器件尺寸大且结构复杂,不利于实现大规模光子集成回路(PICs).另一方

面,定向耦合器是构成各类光子器件的基础元件,在PICs中广泛应用,因此设计偏振不敏感的定向耦合器很有必要.

除SOI纳米线外,最近提出的硅基槽式纳米线^[3-4]吸引了众多学者的关注.这种波导结构由高折射率硅线紧夹一个纳米量级的低折射率区(如SiO₂),称之为“槽”或“缝”(Slot),而构成,利用电场法向分量的不连续性,实现将光场集中限制在纳米量级的低折射率槽中,其模式为真正意义上的导模而非泄漏模,波导结构不仅尺寸小,而且不受光衍射的限制.槽波导承载的模式呈现很强的混合特性,且

收稿日期:2011-05-11,修回日期:2011-09-07

基金项目:国家自然科学基金(60978005)

Foundation item: Supported by the National Nature Science Foundation of China(60978005)

作者简介(Biography):肖金标(1969-),男,江西于都人,教授,博士,主要研究领域为集成光学、计算光子学、硅光子学和光子传感等. E-mail: jbxiao@seu.edu.cn.

Received date: 2011-05-11, revised date: 2011-09-07

准 TE (quasi-TE) 与准 TM (quasi-TM) 模场分布区别明显, 利用这一特性可实现偏振独立的光子器件. 目前, 槽波导结构已应用于各类光子器件的设计或制作中, 包括微环谐振腔滤波器^[3-8]、光调制器^[9-10]、多模干涉耦合器^[11]、两/三波导定向耦合器^[12-13]、模式分离器^[7]、波长复用/解复用器^[14]、生物/化学传感器^[15-17]等. 另外, 与单槽硅基纳米线相比, 多槽硅基纳米线能够进一步加强槽对光场的限制, 同样的槽宽, 多槽波导纳米线的光场限制因子及光功率密度比单槽提高约 25%^[5-7]. 必须注意到, 受加工工艺的限制, 很难制作出截面为严格矩形的槽波导结构, 一般为梯形截面, 其模式特性与矩形截面槽波导差异明显. 因此, 很有必要考虑截面为梯形 (即波导侧壁倾斜) 情况下槽波导的模式特性. 目前, 采用槽波导设计的光子器件, 大多为矩形截面, 考虑槽波导侧壁倾角对其所设计的光子器件的性能影响, 鲜有文献报道.

本文采用一种基于电场分量的全矢量有限元法 (FV-FEM) 模式求解器 (mode solver)^[18-19], 对由侧壁倾斜的水平三槽硅基纳米线所构成的平行定向耦合器的性能参数 (有效折射率及耦合长度) 随波导侧壁倾角的变化关系进行全面分析, 同时考虑了耦合波导间距、槽宽及槽折射率变化对定向耦合器性能参数的影响. 恰当选择结构参数, 实现在 1.55 μm 工作波长下的偏振无关型定向耦合器.

1 理论方法

由于大多数光波导及光子器件无法用解析法分析, 数值方法是不可或缺的分析工具, 其中有限元法 (FEM)^[18-19] 及有限差分法 (FDM)^[20-21] 是两种常用方法. FDM 一般采用等步长正交网格离散计算窗口, 分析复杂目标问题困难. 而 FEM 可采用任意网格 (如直线/曲线式三角元) 分割, 可根据待取场特性控制网格疏密, 计算效率及精度高, 代码通用性强, 适用于各类复杂电磁结构的计算. 另一方面, 本文涉及的波导结构有很高的折射率分布差, 模式呈现很强的混合特性, 必须用全矢量方法分析. 因此, 本文采用全矢量有限元法 (FV-FEM) 分析梯形截面硅基垂直多槽纳米线构成的定向耦合器.

从 Maxwell 方程组出发, 采用各项异性完善匹配层 (A-PML) 吸收边界条件^[22], 得出如下全矢量电场波方程:

$$\nabla \times ([p] \nabla \times \vec{E}) - k_0^2 [q] \vec{E} = 0, \quad (1)$$

式中 $k_0 = 2\pi/\lambda$ 为自由空间波数, λ 为工作波长, \vec{E}

为电场矢量, 张量 $[p]$ 与 $[q]$ 定义为:

$$[p] = \begin{bmatrix} \frac{s_y s_z}{s_x} \mu_{rx} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{s_x s_z}{s_y} \mu_{ry} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{s_x s_y}{s_z} \mu_{rz} \end{bmatrix}^{-1}, \quad (2a)$$

$$[q] = \begin{bmatrix} \frac{s_y s_z}{s_x} \epsilon_{rx} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{s_x s_z}{s_y} \epsilon_{ry} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{s_x s_y}{s_z} \epsilon_{rz} \end{bmatrix}, \quad (2b)$$

式中 $\epsilon_{rx}, \epsilon_{ry}, \epsilon_{rz}$ 和 $\mu_{rx}, \mu_{ry}, \mu_{rz}$ 分别为材料的相对介电常数和相对磁导率, s_x, s_y, s_z 为 A-PML 参数, 其典型定义可参阅文献^[22]. 为了消除伪解即非物理解, 本文采用二阶混合三角元离散计算窗口 (包括 PML)^[17], 利用伽辽金 (Galerkin) 法^[23], 得到如下广义本征值方程:

$$[K] \begin{Bmatrix} E_x \\ E_z \end{Bmatrix} - k_0^2 n_{\text{eff}}^2 [M] \begin{Bmatrix} E_x \\ E_z \end{Bmatrix} = \{0\}, \quad (3)$$

式中 E_x 与 E_z 分别为横向 (E_x 与 E_y) 与纵向电场分量, n_{eff} 为导模有效折射率. $[K]$ 与 $[M]$ 为导出矩阵, 文献^[18] 及^[19] 有其具体表达式. 本文采用 MATLAB 编写方程 (3) 的计算代码, 其本征值及相应的本征矢分别为导模的有效折射率及模场分布.

2 数值结果与讨论

图 1 为梯形截面硅基垂直三槽纳米线构成的定向耦合器横截面示意图, 由两个相同侧壁倾角的垂直三槽波导间隔距离 g 构成. 根据刻蚀工艺, 硅线为正梯形结构, 即上边长小于下边长, 槽自然为倒梯形结构, 即上边长大于下边长. 虽然多槽波导较单槽波导更具优势, 但槽数大于三后对波导性能的改善并不很明显^[5-7], 所以本文选用三槽波导. 对于单个垂直三槽波导, 由三个纳米量级的低折射率 n_s 材料层和高折射率 n_{si} 的硅材料层交替排列而成. 左右硅线、槽及中间硅线的底边宽度分别表示为 h_h, h_s 和 h_l , 波导高度表示为 h , 倾角 θ 定义为硅线侧壁与 y 轴所构成的夹角 (与 x 轴夹角则为 $90^\circ - \theta$). 在以下分析中, 如没有特别指明, 计算参数为: 高折射率材料为 Si, 折射率 $n_{\text{si}} = 3.5$, 整个耦合器外包层为 SiO_2 , 折射率 $n_c = 1.46$, 波导高度 $h = 250 \text{ nm}$, 左右及中间硅线宽度分别为 $h_h = 160 \text{ nm}$ 及 $h_l = 60 \text{ nm}$,

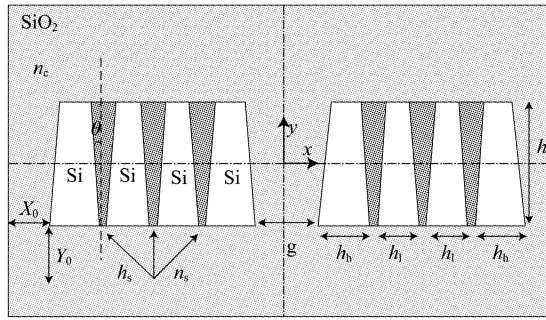


图1 梯形截面硅基垂直三槽纳米线定向耦合器横截面示意图

Fig. 1 Cross section of the directional coupler in vertical triple-slotted silicon wires with trapezoidal cross section

工作波长 $\lambda = 1.55 \mu\text{m}$, 这样可确保独立的垂直三槽波导在单模条件下工作. 计算窗口为 $X_0 = 3.0 \mu\text{m}$ 、 $Y_0 = 2.0 \mu\text{m}$ (含四周 PML 层, 厚度均为 $1.0 \mu\text{m}$), 采用自适应的二阶混合三角元离散^[18,19], 硅线、槽及其附近采用较密网格, 远离波导区则采用较疏网格, 这样在确保计算精度的情况下, 提高计算效率. 图 2 为最终的网格剖分图, 由于计算结构关于 y 轴对称, 实际计算时只需离散其中的一半即 $x \geq 0$ 或 $x \leq 0$ 的区域.

首先分析垂直三槽波导定向耦合器模式有效折射率 n_{eff} 及耦合长度 l_c 随波导间距 g 变化的关系, 其中耦合长度 l_c 定义为:

$$l_c = \frac{\lambda}{2(n_{\text{eff}}^{\text{even}} - n_{\text{eff}}^{\text{odd}})} \quad (4)$$

式中 $n_{\text{eff}}^{\text{even}}$ ($n_{\text{eff}}^{\text{odd}}$) 为定向耦合器承载的 quasi-TE 或 quasi-TM 偶 (奇) 模有效折射率. 图 3 给出了 quasi-TM 模和 quasi-TE 模的偶模 (even mode, 基模) 和奇模 (odd mode, 次高阶模) 有效折射率 n_{eff} 及耦合长度 l_c 随着波导间距 g 的变化关系曲线, 其中侧壁倾角 $\theta = 5^\circ$, 槽宽 $h_s = 15 \text{ nm}$, 槽折射率 $n_s = 1.49$.

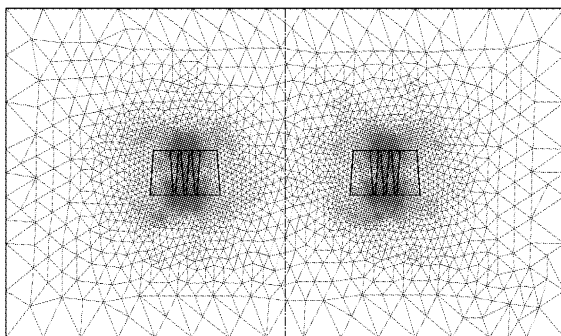


图2 FV-FEM 模解器网格剖分图

Fig. 2 Mesh for the FV-FEM mode solver

从图中可以看出, 随着波导间距 g 的增大, quasi-TE 与 quasi-TM 偶模有效折射率均减小, 奇模则增大, 两者之差 $|n_{\text{eff}}^{\text{even}} - n_{\text{eff}}^{\text{odd}}|$ 减小, 最后分别收敛与单波导基模有效折射率, 此时两波导独立, 耦合能力很弱, 可以忽略. 单垂直三槽波导 quasi-TE 与 quasi-TM 模有效折射率差 $\Delta n_{\text{eff}} = |n_{\text{eff}}^{\text{TE}} - n_{\text{eff}}^{\text{TM}}|$ 达到 0.0515, 有很较强的模式双折射效应. 从图中还可看出, 对于 quasi-TE 与 quasi-TM 模, 其耦合长度 l_c 随波导间距 g 的增大均呈指数增长, 由此可见, 波导间距对于这类器件的性能影响很大.

图 4 为 quasi-TM 与 quasi-TE 偶、奇模有效折射率 n_{eff} ($g = 900 \text{ nm}$) 及耦合长度 l_c ($g = 450, 900 \text{ nm}$) 随侧壁角 θ 的变化关系, 其它计算参数同图 3. 从图 4 (a) 可以看出, 随着侧壁倾角的增大, quasi-TE 与 quasi-TM 偶、奇模的有效折射率均减小, 但 quasi-TE 模有效折射率较 quasi-TM 对角度变化敏感. 从图 4 (b) 看到, quasi-TM 与 quasi-TE 模的耦合长度 l_c 随波导侧壁倾角 θ 增大而减小, 同样 quasi-TE 模对角度变化敏感, 尤其是波导间距较大时. 当耦合波导间距 $g = 900 \text{ nm}$ 、侧壁倾角 $\theta = 5.5^\circ$ 时, 两曲线存在交点, 即两偏振态下的耦合长度相等, 为 $l_c = 83.6 \mu\text{m}$, 此时定向耦合器可在偏振无关情况下工作. 因此, 通过合理选择波导侧壁倾斜角度等结构参数, 可实现定向耦合器偏振无关特性.

最后分析 quasi-TE 与 quasi-TM 模耦合长度 l_c 随宽度 h_s 及槽折射率 n_s 变化的特性, 如图 5 所示. 图 5 (a) 为 $\theta = 5^\circ$ 、 $g = 900 \text{ nm}$ 、 $n_s = 1.49$ 条件下, quasi-TE 与 quasi-TM 模的耦合长度 l_c 随槽宽 h_s 的变化关系. 可以看出, 随着波导槽宽 h_s 的增大, quasi-TE 与 quasi-TM 模的耦合长度 l_c 均减小, 且 quasi-TE 模

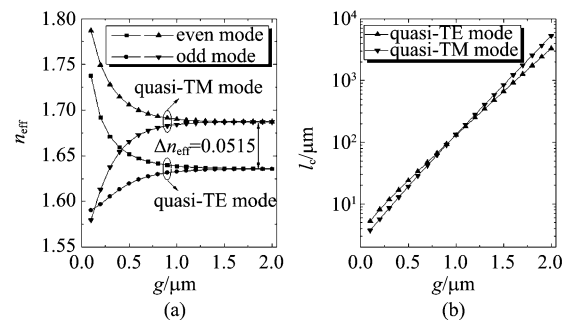


图3 偶、奇模有效折射率 n_{eff} (a) 及耦合长度 l_c (b) 与波导间距 g 的变化关系

Fig. 3 Effective index n_{eff} of the even and odd modes and the corresponding coupling length l_c (a), and as a function of the waveguide spacing g (b)

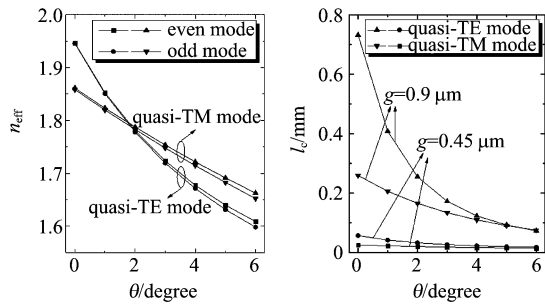


图4 偶、奇模有效折射率 n_{eff} (a) 及耦合长度 l_c , (b) 随侧壁倾角 θ 的变化关系
 Fig. 4 Effective index n_{eff} (a) of the even and odd modes and the corresponding coupling length l_c , and (b) as a function of the sidewall angle θ

的变化较 quasi-TM 模明显. 这是因为当槽宽较小时 (小于特征衰减长度), quasi-TE 模集中分布在槽区, 随着槽宽的增大, 槽中的电场分布减弱, 向 Si 线两侧扩散, 耦合波导的耦合能力增强, 耦合长度自然减小. 随着槽宽的进一步增大 (大于 100 nm 时), quasi-TM 与 quasi-TE 模的耦合长度 l_c 均趋于收敛, 槽宽对其影响不大. 当 $h_s = 16.3 \text{ nm}$ 时, $l_c^{\text{TE}} = l_c^{\text{TM}} \approx 89.8 \mu\text{m}$, 实现定向耦合器在偏振无关情况下工作. 图 5 (b) 为 quasi-TE 与 quasi-TM 模耦合长度随槽折射率 n_s 变化的关系, 其中 $\theta = 5^\circ, g = 900 \text{ nm}, h_s = 15 \text{ nm}$. 从图中可以很明显看出, 随着 n_s 的增大, quasi-TE 模和 quasi-TM 模的耦合长度 l_c 均增大, 但 quasi-TE 模对于 n_s 的变化更为敏感, 同样是因为 quasi-TE 模的电场被高度限制在槽中, 槽折射率的变化对其影响明显. 当 $n_s = 1.56$ 时, $l_c^{\text{TE}} = l_c^{\text{TM}} \approx 3.942 \text{ mm}$, 同样实现定向耦合器的偏振独立性.

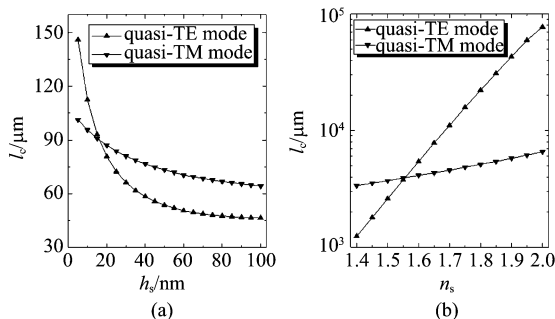


图5 耦合长度 l_c 随槽宽 h_s (a) 及槽折射率 n_s , (b) 的变化关系
 Fig. 5 Coupling length l_c as functions of the width of the slot region h_s (a) and the refractive index of the slot region n_s (b)

不连续性, 使得 quasi-TE 偶、奇模主分量 E_x (quasi-TM 模的主分量为 E_y) 在低折射率材料层 (槽) 中得以增强, 其比值为 n_{si}^2/n_s^2 . 图 6 给出了偶、奇模主分量的电场分布, 其中侧壁角 $\theta = 5^\circ$ 、波导间距 $g = 900 \text{ nm}$ 、槽宽 $h_s = 15 \text{ nm}$ 、槽折射率 $n_s = 1.49$. 可以看出, quasi-TE 与 quasi-TM 模电场主分量分布区别明显: quasi-TE 模电场主分量 E_x 集中限制在低折射率的槽中, 由于槽为倒梯形结构, 槽宽沿 $-y$ 轴方向逐渐减小, 因此模场峰值向下偏移, 集中分布在梯形槽底部, 与矩形截面槽波导明显不同 [2], 其峰值在槽中央, 槽中光功率与整个计算窗口光功率比值即光场限制因子 $\Gamma^{[3-5]}$ 达 28.91%. 而 quasi-TM 模电场主分量 E_y 分布在整个波导芯区, 由于 E_y 在水平芯包分界不连续, 电场在硅线上下外侧有所增强.

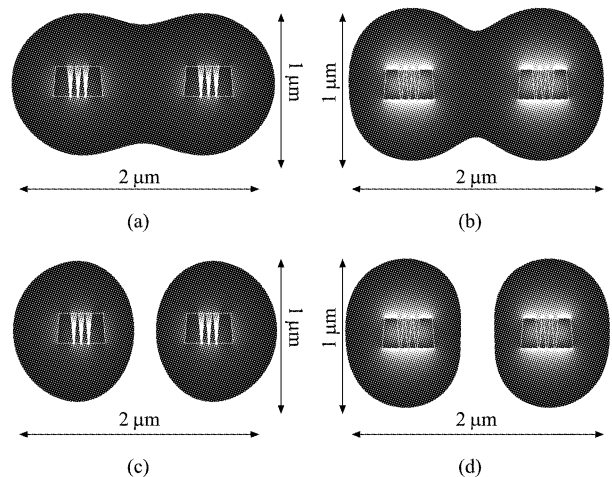


图6 偶、奇模主分量电场分布 偶模: quasi-TE (a) 与 quasi-TM (b) 模; 奇模: quasi-TE (c) 与 quasi-TM 模 (d)
 Fig. 6 Field distributions of the major components: even modes for quasi-TE (a) and quasi-TM, (b) modes; odd modes for quasi-TE, (c) and quasi-TM, (d) modes

3 结论

建立了一种基于电场分量的全矢量有限元模解器, 用以分析梯形截面垂直三槽硅线构成的平行定向耦合器, 获得了 $1.55 \mu\text{m}$ 工作波长下, quasi-TE 与 quasi-TM 偶、奇模有效折射率及耦合长度随侧壁倾角 ($0 \sim 6^\circ$)、波导间距 ($0.1 \sim 2.0 \mu\text{m}$)、槽宽 ($5.0 \sim 100.0 \text{ nm}$) 及槽折射率 n_s ($1.4 \sim 2.0$) 等波导参数的变化关系, 分析了两偏振态下电场主分量的模场分布特点. 分析结果表明, 侧壁倾角对单波导及耦合波导的模式特性影响明显, 恰当选择侧壁倾角及其它

如前所述, 由于电场法向分量在芯包分界处的

(下转第 448 页)

(续表)

类型	名称	表达式	备注
	热惯量模型	$P = \sqrt{\lambda\rho C}$	Watson et al., 1974 赵英时, 2003; λ 为热导率, ρ 为密度, C 为比热
	表观热惯量	$ATI = \frac{1 - ABE}{\Delta T}$	田国良等, 1992; ABE 为反照度, ΔT 为地面昼夜温差
基于热惯量、蒸散模型	土壤干旱指数	$SWSI = 1 - \frac{\lambda E}{\lambda E_p}$	李韵珠, 1995; E 为实际土面蒸发, E_p 是土壤潜在蒸发
	蒸散干旱指数	$EDI = 1 - \frac{ET}{PET}$ $ET = R_n(0.279 + 0.01372NDVI * T_{mean} + \frac{0.936NDVI}{T_{max} - T_{min}} + \frac{0.16}{T_{max} - T_{min}})$ $PET = 0.0023R_a(T_{mean} + 17.8) \sqrt{T_{max} - T_{min}}$	姚云军等, 2010; T_{mean} 为空气平均温度, $T_{max} - T_{min}$ 为昼夜温差, R_n 为地表净辐射, R_a 为星际辐射

(上接 440 页)

结构或材料参数, 可设计出偏振独立的定向耦合器。

REFERENCES

- [1] SOREF R. The past, present, and future of silicon photonics[J]. *IEEE Journal of Selected Topics in Quantum Electronics*, 2006, **12**(6):1678-1687.
- [2] BARWICZ T, WATTS M R, POPOVIC M, et al. Polarization transparent microphotonic devices in the strong confinement limit[J]. *Nature Photonics*, 2006, **1**(1):57-60.
- [3] ALMEIDA V R, XU Qian-Fan, BARRIOS C A, et al. Guiding and confining light in void nanostructure[J]. *Optics Letters*, 2004, **29**(11):1209-1211.
- [4] XU Qian-Fan, ALMEIDA V R, PANEPUCCHI R R, et al. Experimental demonstration of guiding and confining light in nanometer-size low-refractive-index material[J]. *Optics Letters*, 2004, **29**(14):1626-1628.
- [5] FENG Ning-Ning, MICHEL J, KIMERLING L C. Optical field concentration in low-index waveguides[J]. *IEEE Journal of Quantum Electronics*, 2006, **42**(9):885-890.
- [6] SUN Rong, DONG Po, FENG Ning-Ning, et al. Horizontal single and multiple slot waveguides-optical transmission at $\lambda = 1550$ nm[J]. *Optics Express*, 2007, **15**(26):17967-17972.
- [7] XIAO Jin-Biao, LIU Xu, SUN Xiao-Han. Design of a compact polarization splitter in horizontal multiple-slotted structure[J]. *Japanese Journal of Applied Physics*, 2008, **47**(5):3748-3754.
- [8] GUIDER R, DALDOSSO N, PITANTI A, et al. NanoSi low loss horizontal slot waveguides coupled to high Q ring resonators[J]. *Optics Express*, 2009, **17**(23):20762-20770.
- [9] BAEHR-JONES T, HOCHBERG M, WANG G, et al. Optical modulation and detection in slotted silicon waveguides[J]. *Optics Express*, 2005, **13**(14):5216-5226.
- [10] HOCHBERG M, BAEHR-JONES T, WANG G, et al. Towards a millivolt optical modulator with nano-slot waveguides[J]. *Optics Express*, 2007, **15**(13):8401-8410.
- [11] FUJISAWA T, KOSHIBA M. Theoretical investigation of ultrasmall polarization-insensitive 1×2 multimode interference waveguides based on sandwiched structures[J]. *IEEE Photonics Technology Letters*, 2006, **18**(11):1246-1248.
- [12] FUJISAWA T, KOSHIBA M. Polarization-independent optical directional coupler based on slot waveguides[J]. *Optics Letters*, 2006, **31**(1):56-58.
- [13] XIAO Jin-Biao, LIU Xu, SUN Xiao-Han. Design of polarization-independent optical couplers composed of three parallel slot waveguides[J]. *Applied Optics*, 2008, **47**(14):2687-2695.
- [14] XIAO Jin-Biao, LIU Xu, SUN Xiao-Han. Design of an ultracompact MMI wavelength demultiplexer in slot waveguide structures[J]. *Optics Express*, 2007, **15**(13):8300-8308.
- [15] BARRIOS C A, GYLFASSON K B, SANCHEZ B, et al. Slot-waveguide biochemical sensor[J]. *Optics Letters*, 2007, **32**(21):3080-3082.
- [16] CLAES T, MOLERA J G, VOS K D, et al. Label-free biosensing with a slot-waveguide-based ring resonator in silicon on insulator[J]. *IEEE Photonics Journal*, 2009, **1**(3):197-204.
- [17] KARGAR A, CHAO C. Design and optimization of waveguide sensitivity in slot microring sensors[J]. *Journal of the Optical Society of America A*, 2011, **28**(4):596-603.
- [18] KOSHIBA M, MARUYAMA S, HIRAYAMA K. A vector finite element method with the high-order mixed-interpolation-type triangular elements for optical waveguiding problems[J]. *Journal of Lightwave Technology*, 1994, **12**(3):495-502.
- [19] LI D U, CHANG H C. An efficient full-vectorial finite-element modal analysis of dielectric waveguides incorporating inhomogeneous elements across dielectric discontinuities[J]. *IEEE Journal of Quantum Electronics*, 2000, **36**(11):1251-1261.
- [20] LUI W W, XU Cheng-Lin, HUANG Wei-Ping, et al. Full-vectorial mode analysis with considerations of field singularities at corners of optical waveguides[J]. *Journal of Lightwave Technology*, 1999, **17**(8):1509-1513.
- [21] XIAO Jin-Biao, NI Hong-Xing, SUN Xiao-Han. Full-vector mode solver for bending waveguides based on the finite-difference frequency domain method in cylindrical coordinate systems[J]. *Optics Letters*, 2008, **33**(16):1848-1850.
- [22] SACKS Z S, KINGSLAND D M, LEE R, et al. A perfectly matched anisotropic absorber for use as an absorbing boundary condition[J]. *IEEE Transaction on Antennas and Propagation*, 1995, **43**(12):1460-1463.
- [23] JIN Jian-Ming. *The Finite Element Method in Electromagnetics*[M]. 2nd ed. New York: John Wiley & Sons, 2002.