

文章编号:1001-9014(2012)02-0153-06

一种基于全变差模型的欠采样图像重构方法

杨扬, 刘哲, 张萌
(西北工业大学理学院, 陕西西安 710072)

摘要:基于全变差范数最小化模型,构造了一种新的图像重构算法;利用欠采样域内的融合信息,结合构造的图像重构算法,提出了一种基于压缩感知理论的图像融合模型.数值实验表明,构造的重构算法与传统算法相比,在一定程度上减少了所需的采样数量;提出的融合模型对多类图像具有较优的融合效果.

关键词:压缩感知;全变差;图像重构;图像融合

中图分类号:TN391 **文献标识码:**A

A new undersampling image reconstruction method based on total variation model

YANG Yang, LIU Zhe, ZHANG Meng
(School of Science, Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710072, China)

Abstract: A new image reconstruction algorithm was proposed based on the TV norm minimization model. Then using the under sampling fusion information, combined with the image reconstruction algorithm, a fusion model based on compressed sensing is proposed. Numerical results show that the proposed image reconstruction method can reduce the sampling number required to some extent compared with the traditional algorithm. The proposed fusion model has good performance for many kinds of images.

Key words: compressed sensing; total variation; image reconstruction; image fusion

PACS: 42.30.Wb

引言

压缩感知理论(Compressed Sensing, CS)^[1-2]是近几年发展起来的一种新型图像处理理论,可以突破奈奎斯特采样定理的限制,利用图像的欠采样信息重构原始图像.同时,大量自然图像的离散梯度都是稀疏的,这种稀疏性可以利用全变差(Total Variation, TV)范数进行度量.在CS理论中,图像的采样和压缩同时进行,可以用远低于奈奎斯特采样定理要求的速率对图像进行采样,而不会丢失图像的任何信息,达到完全重构原始图像的目的.

大量自然图像离散梯度的稀疏性可以利用全变差(Total Variation, TV)范数进行度量.在具有一定采样信息的先验条件下,寻找TV范数最小(也即离散梯度最稀疏)的最优图像作为原图像的近似重

构,是一种典型的图像重构算法.在TV范数基础上,Candès和Romberg在文献[3]中利用凸集交替投影算法(POCS)和软阈值技术达到了图像重构的目的;文献[4]则是在作者提出的块压缩理论的基础上重构原始图像等等.图像融合是图像处理领域重要的研究内容之一.在图像的像素级层次上,基于多尺度分析的图像融合方法是目前研究较为活跃的一类方法,有着相当广泛的应用^[5-7].然而,这类方法需要原始图像的全部像素信息,一般情况下计算复杂度和时间复杂度相对较高.CS理论可以利用部分观测信息重构原图像,对硬件资源的要求较传统方法更为宽松,因此考虑在CS理论框架下的图像融合问题具有重要的现实意义.

本文基于TV范数最小化模型构造了一种新的图像重构算法,并将其应用于图像融合处理过程,

收稿日期:2011-04-19,修回日期:2011-12-12

Received date: 2011-04-19, revised date: 2011-12-12

基金项目:国家自然科学基金(61071170);教育部新世纪优秀人才支持计划

Foundation items: Supported by the National Natural Science Foundation of China(61071170), Program for New Century Excellent Talents in University

作者简介:杨扬(1986-),男,河南开封人,博士研究生,主要研究方向为图像处理、信息融合. E-mail: yangyang_19860610@163.com.

提出了一种基于压缩感知理论的图像融合模型,将其与已有的图像重构算法和图像融合模型进行比较,实验结果表明该算法较已有算法具有一定的优势,可以在较少的采样下达到较优的实验结果.

1 压缩感知理论框架

对原图像 x , 假设 Ψ 表示稀疏变换矩阵, Φ 表示欠采样随机观测矩阵, $y = \Phi x$ 表示随机选择的 x 的傅里叶变换系数. CS 理论框架下的图像重构问题就是寻找满足观测条件的最稀疏解的过程, 即求解下述优化问题:

$$\min_x \|\Psi^T x\|_0 \quad \text{s. t.} \quad y = \Phi x, \quad (1)$$

其中 $\|\cdot\|_0$ 表示向量中非零元素的个数, 也称为 l_0 范数. 式(1)直观地表达了图像重构的数学意义, 然而它却是 NP-难的, 属于非凸优化问题, 很难利用现有的优化方法有效求解.

Chen, Donoho 和 Saunders^[8] 指出, 在满足变换矩阵与观测矩阵不相关的前提下, 用一个更加简单的 l_1 范数代替式(1)中的 l_0 范数会产生等价的解, 即

$$\min_x \|\Psi^T x\|_1 \quad \text{s. t.} \quad y = \Phi x. \quad (2)$$

这样的改变将一个难以解决的非凸优化问题转化成了一个凸优化问题, 使问题的性质发生了改变, 可以方便地简化为线性规划问题, 其常用的实现算法有基追踪 (Basis Pursuit, BP)^[8] 等.

对于二维图像 $x = (x_{ij})$, 令 ∇x 、 ∇y 分别表示其离散水平梯度矩阵和离散垂直梯度矩阵, 其中

$$\nabla x = x_{i+1,j} - x_{i,j}, \quad \nabla y = x_{i,j+1} - x_{i,j}, \quad (3)$$

则 TV 正则化矩阵的形式为

$$\text{TV}(x) = (t_{ij}) = \sqrt{(\nabla x)_{ij}^2 + (\nabla y)_{ij}^2}. \quad (4)$$

TV 正则化矩阵可以更好地保留图像的锐化边缘和目标轮廓这些对图像重构比较重要的特征信息, 同时由于大多数自然图像一般都具有稀疏 (或者近似稀疏) 的梯度形式, 因此在基于 CS 理论的图像处理方面, 以 TV 范数最小化为目标进行图像重构这一思路得到了广泛的应用^[9-10], 即

$$\min_x \|x\|_{\text{TV}} \quad \text{s. t.} \quad y = \Phi x, \quad (5)$$

其中, $\|x\|_{\text{TV}}$ 为图像 x 的 TV 范数, 它定义为原图像的 TV 正则化矩阵在拉成向量形式下的 1-范数, 即

$$\begin{aligned} \|x\|_{\text{TV}} &= \|\text{valued}(\text{TV}(x))\|_1 \\ &= \sum_{i,j} \sqrt{(\nabla x)_{ij}^2 + (\nabla y)_{ij}^2}. \end{aligned} \quad (6)$$

首先在式(5)的基础上构造了一种新的基于 TV 范数最小化的图像重构算法, 并通过数值实验与

已有重构算法比较, 说明了该算法在减少采样数方面的优势.

2 基于 TV 范数最小化的图像重构算法

以求解 TV 范数最小化问题(5)为算法核心, 在每一步迭代计算过程中, 通过对计算结果进行凸集正交投影和 TV 降噪两次修正处理, 构造了一种基于 TV 范数最小化的图像重构算法 (简记为 CG-TV 算法), 算法具体步骤如下:

(1) 初值选取. 令 S 表示星形欠采样矩阵, 初始观测集 $y_0 = S \otimes \text{DFT}(x)$ 表示仅在星形采样线位置选取原图像的傅里叶变换系数 (傅里叶中心切片定理表明在频域内沿星形采样线采样与 CS 理论所要求的随机采样是内在一致的), 其中 \otimes 表示矩阵的对应元素相乘. 进而, 令迭代初值 $x_0 = \text{DFT}^{-1}(y_0)$;

(2) 迭代计算. 利用共轭梯度法求解式(5), 即计算如下迭代式:

$$x_{n+1}^{(1)} = x_n - \lambda_n d_n, \quad (7)$$

其中, λ_n 表示迭代步长, d_n 表示共轭梯度方向.

(3) 正交投影. 向 $y = \Phi x$ 作正交投影, 首先计算 $x_{n+1}^{(1)}$ 的 DFT, 保留起初采样点上的频域信息 y_0 不变, 利用当前迭代结果对非采样点的频域信息进行更新, 进而计算频域更新结果的逆 DFT, 即

$$x_{n+1}^{(2)} = \text{DFT}^{-1}(y_0 + (I - S) * \text{DFT}(x_{n+1}^{(1)})) \quad (8)$$

(4) TV 降噪. 频域星形采样会致使迭代结果含有随机分布的噪声, 因此对式(8)之迭代结果 $x_{n+1}^{(2)}$ 利用下式进行降噪处理, 得到第 $n+1$ 步迭代的最终结果 x_{n+1} , 即

$$x_{n+1} = x_{n+1}^{(2)} - \text{TV_denoise}(x_{n+1}^{(2)}), \quad (9)$$

其中, 对任意给定的二维图像 $x = (x_{ij})$, 其 TV 降噪矩阵为 $\text{TV_denoise}(x) = (t_{ij})$, 并且

$$t_{ij} = ((\nabla x)_{ij} + (\nabla y)_{ij}) / \sqrt{(\nabla x)_{ij}^2 + (\nabla y)_{ij}^2}. \quad (10)$$

(5) 共轭方向更新. 共轭梯度法的搜索方向 d_n 是当前迭代的负梯度方向与上一次迭代搜索方向的组合, 即

$$d_{n+1} = d_{\text{TV}}(x_{n+1}) + \beta d_n, \quad (11)$$

其中 $d_{\text{TV}}(x_{n+1})$ 表示 $\|x_{n+1}\|_{\text{TV}}$ 的梯度下降方向, $d_0 = d_{\text{TV}}(x_0)$, $\beta = \|d_{\text{TV}}(x_{n+1})\|_F^2 / \|d_n\|_F^2$ 为比例系数, $\|\cdot\|_F$ 表示矩阵的 Frobenius 范数.

(6) 终止准则. 判断当迭代次数达到某一设定数值或重构误差小于某一预设值时停止迭代, 否则返回(2)继续上述过程.

采用共轭梯度法求解 TV 范数最小化问题, 构

造了 CG-TV 算法. 该算法在每一步计算过程中两次修正迭代解, 以期利用更少的采样信息达到对原始图像的重构, 下面将通过数值实验验证 CG-TV 算法的可行性, 并与已有算法进行比较和分析.

3 数值实验

将通过一系列数值实验测评 CG-TV 算法, 并与已有算法进行比较和分析.

3.1 重构效果比较实验

应用 CG-TV 算法和基于小波基的 OMP 算法^[11]对大小为 256×256 的血管造影图像 (Angiogram) 进行重构实验. 实验中, 分别给出在算法迭代过程中未添加去噪步骤(4)时的重构算法(简记为 CG-TV-1)与添加去噪步骤(4)时的重构算法(即为上述的 CG-TV 算法)的实验结果, 选取星形采样线条数 $L = 80$, 相应的采样点数为 16129, 采样率为 24.6%; 在 Wavelet_OMP 算法中, 选取采样点数为 30720, 采样率为 46.9%. 两种算法的迭代次数均设置为 $D = 100$, 实验结果如图 1 所示:

由图 1 可以看出, 首先, 本文基于 TV 范数最小化的图像重构算法要明显优于基于小波基的 OMP 算法. 尽管采样点数减少了 14591 个, 但 CG-TV 算法重构图像的 PSNR 值较 OMP 算法提高了约 8.93 dB; 其次, 从主观视觉效果来看, 在同样的采样比例

和迭代次数限制下, 未添加去噪步骤的 CG-TV-1 算法重构图像仍然存在较大的随机噪声, 添加去噪步骤的 CG-TV 算法抑制了这一现象, 图像更加清晰; 从客观评价结果来看, 后者也要优于前者, 其 PSNR 值提高了约 5.13 dB.

为了更加全面的比较 CG-TV 算法与已有算法的优劣, 选取 Lena、Cameraman、Peppers、Boats 四幅图像对 CG-TV 算法、文献[3]中 POCS 与软阈值结合的图像重构算法和文献[4]中基于块压缩理论的图像重构算法作详细的比较. 为了便于说明, 与文献[3]中相同, 分别选取 10000、15000、20000 和 25000 个采样点进行实验, 对于 CG-TV 算法设置迭代次数 $D = 100$ 次, 各算法重构图像的峰值信噪比 (PSNR) 结果如表 1 所示.

从表 1 看出, 对 Lena 图像, CG-TV 算法效果优于其余两种算法, 其 PSNR 值分别提高了 0.3 ~ 1.2 dB 和 0.3 ~ 1.1 dB; 对 Cameraman 图像, CG-TV 算法与文献[3]算法效果相当, 而较文献[4]算法 PSNR 值提高了 1.6 ~ 4.0 dB; 对 Peppers 图像, CG-TV 算法较文献[3]算法重构效果具有较大提升, 其 PSNR 值提高了 5.0 ~ 5.6 dB, 而较文献[4]算法却略有下降, 其 PSNR 值平均下降 0.35 dB; 对 Boats 图像, CG-TV 算法不及其余两种算法, 其 PSNR 值分别平均下降 0.75 dB 和 1.3 dB, 究其原因是因为 CG-

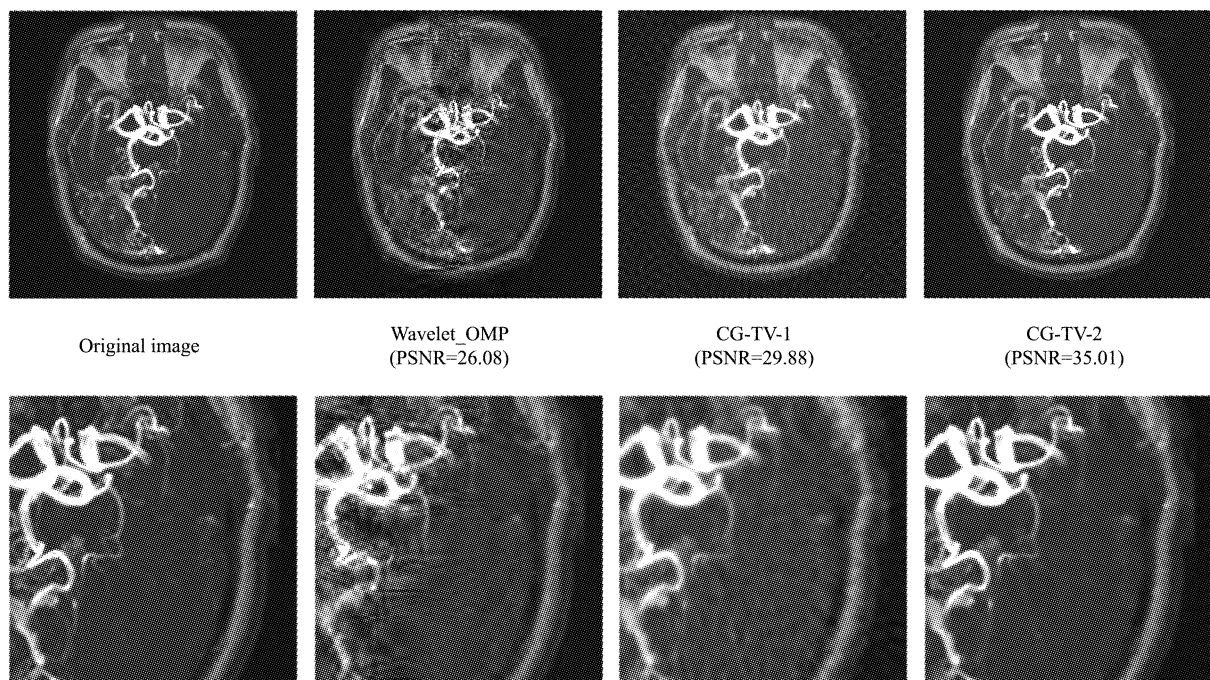


图 1 本文重构算法实验效果图
Fig. 1 Reconstruction results of our method

TV 算法未引入多尺度变换,因此无法更加有效地捕捉图像的方向信息.

表 1 重构效果比较实验结果

Table 1 Evaluation of the reconstruction results of different methods

Measurement number		10000	15000	20000	25000
Lena	文献[3]	26.5	28.7	30.4	32.1
	文献[4]	26.5	28.6	30.6	32.2
	CG-TV	26.8	29.4	31.4	33.3
Cameraman	文献[3]	26.2	28.7	30.9	33.0
	文献[4]	24.0	26.1	27.9	29.4
	CG-TV	25.6	28.9	31.2	33.4
Peppers	文献[3]	21.6	25.3	27.5	29.4
	文献[4]	27.2	30.3	32.7	34.7
	CG-TV	26.4	29.8	32.5	34.8
Boats	文献[3]	26.7	29.8	31.8	33.7
	文献[4]	27.0	29.9	32.5	34.8
	CG-TV	25.4	28.7	31.4	33.5

3.2 随采样率变化实验

选取大小为 256×256 的 Mondrian 图像进行实验,设置采样线数 $L = 50, 60, \dots, 150$, 迭代次数 $D = 10$, 选取常用的峰值信噪比 (PSNR)、均方误差 (MSE) 和平均梯度 (AG) 作为评价指标 (括号中给出了重构图像与原图像的 PSNR 值), 实验结果如图 2 所示:

从图 2 可以看出:(1) 主观视觉效果方面, 在较少采样时 ($L = 50$), 重构图像含有较大噪声, 随着采样线数量的逐渐增加, 重构图像视觉效果逐渐变好;(2) 随着采样率的逐渐变大, 重构图像与原图像的 PSNR 值逐渐变大, MSE 值逐渐减小, 重构效果变好;(3) 随着采样率的逐渐变大, 重构图像平均梯度值不断增大, 且逐渐接近于原图像的平均梯度 9.17, 重构图像的清晰度逐渐升高.

3.3 图像融合实验

图像的多分辨率分析 (Multiresolution Decompositions, MD) 在图像融合领域应用广泛, 它可以在多层次上对图像进行全面的描述. 可是, MD 方法一般需要图像的全部像素信息, 在存储空间和计算能力方面对硬件资源的要求相对较高. CS 理论可以利用部分观测信息重构原图像, 在对硬件资源的限制上较 MD 方法更加宽松. 因此, 将 CS 理论应用于图像融合处理之中, 并且基于上述图像重构算法的采样和重构模式, 提出了一种基于 CS 理论的图像融合模型, 数值实验表明, 所提出的融合模型大大提高了融合算法的实用性.

基于 CS 理论的图像融合模型主要思想是首先

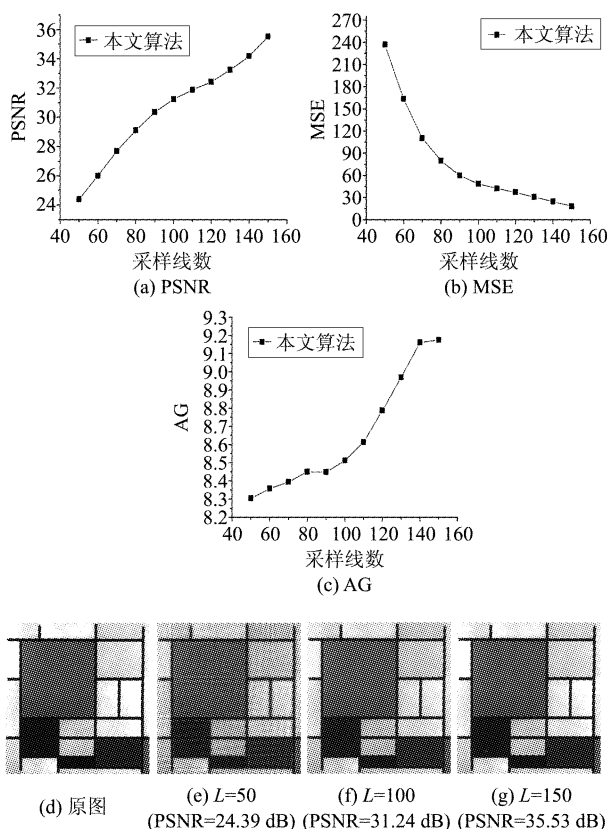


图 2 随采样比例变化比较实验 (a) PSNR, (b) MSE, (c) AG, (d) 原图, (e) $L = 50$ (PSNR = 24.39dB), (f) $L = 100$ (PSNR = 31.24 dB), (g) $L = 150$ (PSNR = 35.53 dB)

分别对输入的源图像进行压缩采样, 并在感知域上进行图像融合, 然后将融合观测传输给接收端, 接收端通过求解范数优化问题进行重构, 得到输入源图像的融合图像. 该模型融合过程如下图所示 (以两幅源图像为例):

上述融合模型主要包括信号调制、低维融合和图像重构三大步骤:

(1) 信号调制. 将输入的两幅图像 x_1 和 x_2 分别进行傅里叶变换, 而后基于与第 3 节所提出的重构算法相同的采样模式, 利用同一星形欠采样观测矩阵 A 进行观测, 得到观测图像 y_1 和 y_2 , 也就是将图

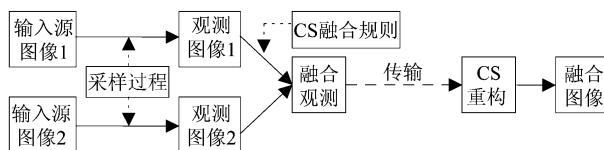


图 3 基于 CS 理论的融合模型
Fig. 3 Image fusion model based on CS

像低维投影到 CS 感知域上;

(2) 低维融合. 在 CS 感知域上, 将(1)中获得的观测图像 y_1 和 y_2 依据一定的融合规则进行融合, 得到融合观测图像 y ;

(3) 图像重构. 利用(2)得到的融合观测图像 y , 基于 CS 理论进行图像重构, 得到最终融合图像 \hat{x} .

接下来根据上述图像融合模型给出三组图像融合实例. 分别选取大小为 256×256 的两组多聚焦图像(分别编号 1、2)和一组红外与可见光图像(编号 3)进行融合实验. 在三组实验中, 对本文算法均选取迭代次数 $D = 100$, 星形采样线数量 $L = 100$ (采样比例为 34.9%), 融合规则为简单的取平均规则; 选取 Piella 提出的可以评价融合图像与原图像结构化相似度的指标^[12]作为融合评价指标, 该指标值的在 $[-1, 1]$ 之间, 越接近 1 表示融合图像的质量越高. 将本文算法(编号 c)与分别采用 Laplace 金字塔(编号 d)、对比度金字塔(编号 e)、离散小波变换(编号 f)三种融合方法(三种变换均采用 4 层分解, 各层采用取绝对值最大的融合规则)和主成分分析(Principal Component Analysis, PCA)融合方法(编号 g)得到的融合图像进行比较. 对应的实验结果如图 4 所示, 结构化相似度评价指标计算结果如表 2 所示:

从上述实验结果可以看出, 本文算法的融合图像的结构化相似度评价指标明显高于 Laplace 金字塔、对比度金字塔、离散小波变换和 PCA 算法, 这与

表 2 图像融合客观评价数据

Table 2 Evaluation of the fusion results of different methods

fusion method	our model	Laplace pyramid	Contrast pyramid	wavelet transform	PCA	
image quality index	1	0.9928	0.7372	0.7327	0.7146	0.7584
	2	0.9915	0.7015	0.6977	0.6649	0.7389
	3	0.8718	0.7671	0.7432	0.7248	0.8221

图 2 实验结果的主观评价判断一致; 此外, 对于多聚焦图像本文算法优势更为明显, 其结构化相似度评价指标非常接近于 1, 融合图像质量较高.

4 结论

压缩感知理论作为近几年来提出的新型信号处理框架, 对图像处理领域具有重要的意义. 本文在 CS 理论框架下, 构造了一种基于 TV 范数最小化的图像重构算法和基于此算法的 CS-图像融合模型, 并通过数值实验说明了本文模型的优越性. 但是, 本文算法仍然存在一定的不足, 文中并没有对多尺度分析下的 CS 重构问题做更深入的涉及, 值得进一步研究和探索.

REFERENCES

- [1] Candès E J. Compressive sampling[C]. *International Congress of Mathematics*. Madrid, Spain, 2006, 3:1433-1452.
- [2] Donoho D. Compressed sensing[J]. *IEEE Trans. on Information Theory*, 2006, 52(4):1289-1306.
- [3] Candès E J, Romberg J. Practical signal recovery from random projections[C]. *In SPIE International Symposium on*

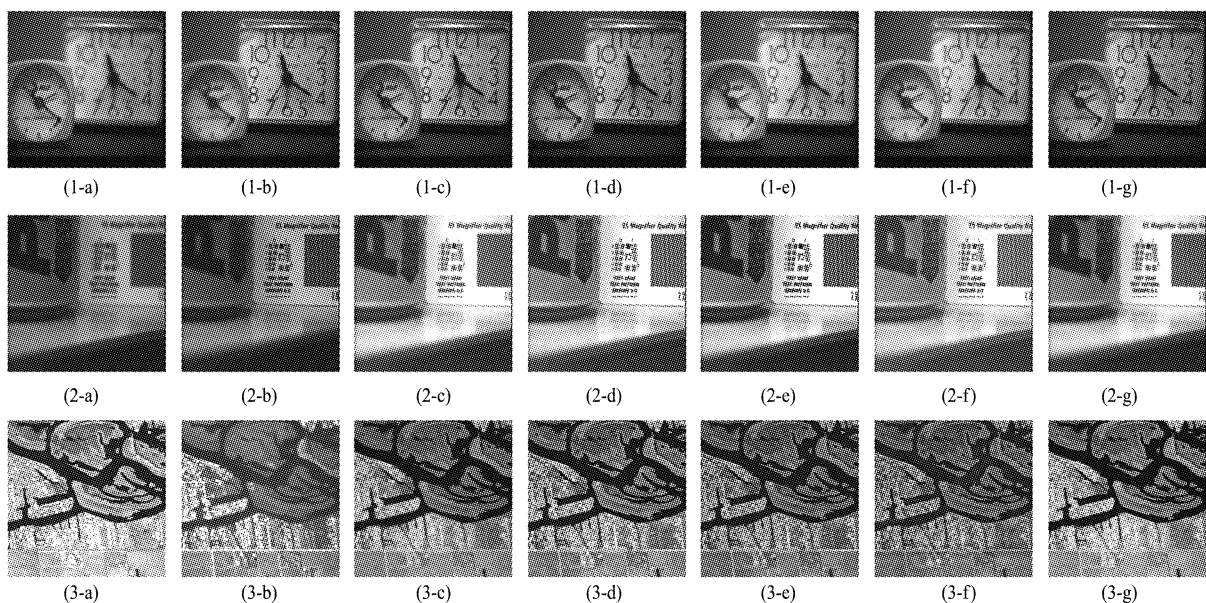


图 4 图像融合实验结果

Fig. 4 Image fusion results of different methods

Electronic Imaging: Computational Imaging III, San Jose, California, January 2005.

- [4] Gan L. Block compressed sensing of natural images [C]. *Proc. Int. Conf. on Digital Signal Processing (DSP)*, Cardiff, UK, 2007.
- [5] LIU Dan-Hua, SHI Guang-Ming, ZHOU Jia-She, *et al.* New method of multiple description coding for image based on compressed sensing [J]. *J. Infrared Millin. Waves* (刘丹华,石光明,周佳社,等. 基于 Compressed Sensing 框架的图像多描述编码方法. *红外与毫米波学报*), 2009, **28**(4):298-302.
- [6] FU Meng-Yin, ZHAO Cheng. Fusion of infrared and visible images based on the second generation curvelet transform [J]. *J. Infrared Millin. Waves* (付梦印,赵诚. 基于二代 Curvelet 变换的红外与可见光图像融合. *红外与毫米波学报*), 2009, **28**(4):254-258.
- [7] ZHANG Qiang, GUO Bao-Long. Fusion of infrared and visible light images based on nonsubsampling contourlet transform [J]. *J. Infrared Millin. Waves* (张强,郭宝龙. 一种基于非采样 Contourlet 变换红外图像与可见光图像融合算法. *红外与毫米波学报*), 2007, **26**(6):476-480.
- [8] Chen S, Donoho D, Saunders M. Atomic decomposition by basis pursuit [J]. *SIAM Review*. 2001, **43**(1):129-159.
- [9] Rudin L I, Osher S, Fatemi E. Nonlinear total variation based noise removal algorithms [J]. *Physica D: Nonlinear Phenomena*, 1992, **60**(1-4):259-268.
- [10] Blomgren P, Chan T F. Color TV: total variation methods for restoration of vector-valued images [J]. *IEEE Trans. Image Process*, 1998, **7**:304-309.
- [11] Tropp J A, Gilbert A C. Signal recovery from partial information by orthogonal matching pursuit [OL]. April 2005, [www. personal. umich. edu/~jtropp/papers/TC052SignalRecovery. pdf](http://www.personal.umich.edu/~jtropp/papers/TC052SignalRecovery.pdf).
- [12] Piella G. New quality measures for image fusion [C]. *The 7th International Conference on Information Fusion*. Stockholm, Sweden, June 28 to July 1, 2004:542-546.

(上接 121 页)

REFERENCES

- [1] Kin F M, Matthew Y S, James A M, *et al.* The evolution of electronic structure in few-layer graphene revealed by optical spectroscopy [J]. *PNAS*, 2010, **107**(34):14999-15004.
- [2] Lin Y M, Dimitrakopoulos C, Jenkins K A, *et al.* 100 GHz transistors from wafer-scale epitaxial graphene [J]. *Science*, 2010, **327**(5966):662.
- [3] Castro E V, Novoselov K S, Morozov S V, *et al.* Biased bilayer graphene: semiconductor with a gap tunable by the electric field effect [J]. *Phys. Rev. Lett.*, 2007, **99**(21):216802.
- [4] Zhang Y B, Tang T T, Girit C, *et al.* Direct observation of a widely tunable bandgap in bilayer graphene [J]. *Nature*, 2009, **459**:820-823.
- [5] Novoselov K S, Geim A K, Morozov S V, *et al.* Electric field effect in atomically thin carbon films [J]. *Science*, 2004, **306**(5696):666-669.
- [6] Park S J, Ruoff R S. Chemical methods for the production of graphenes [J]. *Nature Nanotechnology*, 2009, **4**:217-224.
- [7] McAllister M J, Li J L, Adamson D H, *et al.* Single sheet functionalized graphene by oxidation and thermal expansion of graphite [J]. *Chem. Mater.*, 2007, **19**(18):4396-4404.
- [8] Emtsev K V, Bostwick A, Horn K, *et al.* Towards wafer-size graphene layers by atmospheric pressure graphitization of silicon carbide [J]. *Nat. Mater.*, 2009, **8**:203-207.
- [9] Wang X B, You H J, Liu F M, *et al.* Large-scale synthesis of few-layered graphene using CVD [J]. *Chem. Vap. Deposition*, 2009, **15**(1-3):53-56.
- [10] Ni Z H, Wang Y H, Yu T, *et al.* Raman spectroscopy and imaging of graphene [J]. *Nano Res*, 2008, **1**(4):273-291.
- [11] Srivastava A, Galande C, Ci L J, *et al.* Novel liquid precursor-based facile synthesis of large-area continuous, single, and few-layer graphene films [J]. *Chem. Mater.*, 2010, **22**(11):3457-3461.
- [12] Bae S, Kim H, Lee Y B, *et al.* 30 inch roll-based production of high-quality graphene films for flexible transparent electrodes [J]. *Nature Nanotechnology*, 2010, **5**:574-578.
- [13] Lin Y M, Jenkins K A, Garcia A V, *et al.* Operation of graphene transistors at gigahertz frequencies [J]. *Nano Lett.*, 2009, **9**(1):422-426.
- [14] Farmer D B, Chiu H Y, Lin Y M, *et al.* Utilization of a buffered dielectric to achieve high field-effect carrier mobility in graphene transistors [J]. *Nano Letters*, 2009, **9**(12):4474-4478.
- [15] Meric I, Han M Y, Young A F, *et al.* Current saturation in zero bandgap, top-gated graphene field-effect transistors [J]. *Nature Nanotechnology*, 2008, **3**:654-659.
- [16] Lin Y M, Chiu H Y, Jenkins K A, *et al.* Dual-gate graphene FETs with f_T of 50 GHz [J]. *IEEE Electron Device Letters*, 2010, **31**(1):68-70.
- [17] Lemme M C, Echtermeyer T J, Baus M, *et al.* A graphene field-effect device [J]. *IEEE Electron Device Letters*, 2007, **28**(4):282-284.
- [18] Kim S, Nah J, Jo I, *et al.* Realization of a high mobility dual-gated graphene field-effect transistor with Al_2O_3 dielectric [J]. *Applied Physics Letters*, 2009, **94**(6):062107.
- [19] Liao L, Bai J W, Qu Y Q, *et al.* High- k oxide nanoribbons as gate dielectrics for high mobility top-gated graphene transistors [J]. *PNAS*, 2010, **107**(15):6711-6715.
- [20] Pince E, Kocabas C. Investigation of high frequency performance limit of graphene field effect transistors [J]. *Appl. Phys. Lett.*, 2010, **97**(17):173106.
- [21] Adam S, Hwang E H, Galitski V M, *et al.* A self-consistent theory for graphene transport [J]. *PNAS*, 2007, **104**(47):18392-18397.
- [22] Meric I, Dean C, Young A, *et al.* Graphene field-effect transistors based on boron nitride gate dielectrics [C]. *IEDM Tech. Dig.*, 2010, **10**.
- [23] Williams J R, DiCarlo L, Marcus C. M. Quantum hall effect in a gate-controlled $p-n$ junction of graphene [J]. *Science*, 2007, **317**(5838):638-641.
- [24] Wang X R, Tabakman S M, Dai H J, *et al.* Atomic layer deposition of metal oxides on pristine and functionalized graphene [J]. *Journal of The American Chemical Society*, 2008, **130**(26):8152-8153.
- [25] Liao L, Bai J W, Cheng R, *et al.* Top-gated graphene nanoribbon transistors with ultrathin high- k dielectrics [J]. *Nano Letters*, 2010, **10**(5):1917-1921.