

文章编号:1001-9014(2011)04-0310-06

参数弱固定法反演地表温度

赵红蕊^{1,2}, 杨斌^{1,3}, 阳园燕⁴

(1. 清华大学3S研究中心, 北京 100084; 2. 清华大学土木工程系地球空间信息研究所, 北京 100084;
3. 河北省遥感中心, 河北 石家庄 050021; 4. 重庆市气候中心, 重庆 401147)

摘要:提出了弱固定敏感参数、控制信息流向目标参数的地表温度反演方法。从热红外辐射传输机理出发,以MODIS为数据源,构建辐射传输方程,同时反演包括地表温度、大气平均温度、中红外(3~5 μm)、远红外(8~14.5 μm)6个波段的大气透过率和发射率共计14个参数。以MODTRAN模拟数据和重庆地区MODIS遥感影像为实验数据,进行参数弱固定法地表温度反演,并与劈窗算法反演结果、MODIS温度数据产品及地表实测数据进行了对比分析。实验表明,参数弱固定法反演地表温度的均方根误差达到0.57 K,精度优于传统的劈窗算法,表明了参数弱固定法反演地表温度的可行性。

关键词:地表温度反演;参数弱固定;辐射传输方程
中图分类号:TP722.5 **文献标识码:**A

Land surface temperature retrieval by weak-fixed-parameter method

ZHAO Hong-Rui^{1,2}, YANG Bin^{1,3}, YANG Yuan-Yan⁴

(1. 3S Centre, Tsinghua University, Beijing 100084, China;
2. Institute for Geo-Spatial Information, Department of Civil Engineering, Tsinghua University, Beijing 100084, China;
3. Center of Hebei Remote Sensing, Shijiazhuang 050021, China;
4. Chongqing Climate Center, Chongqing 401147, China)

Abstract: A land surface temperature (LST) retrieval algorithm called week-fixed-parameter method was proposed. The new method is achieved by week-fixed sensitive parameters so as to control information flow from MODIS thermal infrared data. Based on the thermal infrared radiative transfer theory, a forward retrieval model was established and 14 parameters were retrieved together. The retrieved parameters included LST, average temperature of atmosphere, six bands' atmospheric transmittances and surface emissivities in mid-infrared(3~5 μm) and infrared(8~14.5 μm). The algorithm was tested with both MODTRAN simulated data and MODIS data. Compared with that of split-window algorithm, MODIS temperature products and ground truth, the RMSE is 0.57 K, which is better than that of traditional split-window algorithm. The test indicates that the weak-fixed-parameter method is effective to retrieve LST.

Key words: land surface temperature retrieval; week-fixed-parameter; radiative transfer equation

PACS: 42.68. Wt

引言

地表温度(Land Surface Temperature, LST)反演是定量遥感研究的热点和难点^[1,2]。但由于数据获取手段的限制,定量遥感反演总是存在着信息量不足的问题,需减少待反演参数。同时,控制信息流向目标参数也是定量遥感反演方法中提倡的方向^[3]。反演模型是影响定量遥感反演结果的关键。Wan和Li等^[4]推出地表和大气参数一体化反演模式。Ma X

L^[5]将大气分成40层,其反演参数多达83个,方程仅有21个,采取经验正交函数(EOF)方法以减少待反演参数,但EOF变换后的新参数已经不再是原来参数的物理意义。

反演方法是影响反演结果的另一个重要方面。为了从反演方法上减少待反演参数,人们不得不固定几个参数,即将这些参数固定在其先验知识处。李小文等将先验知识引入了定量遥感反演^[6],并提出参数的不确定性与敏感性矩阵(USM),为固定参数

收稿日期:2010-05-04,修回日期:2010-10-10

基金项目:国家自然科学基金(40771135)

作者简介:赵红蕊(1969-),女,河北乐亭人,教授,博士生导师,主要从事定量遥感与应用,3S集成、测绘等教学与科研工作,

E-mail:zhr@tsinghua.edu.cn.

Received date: 2010-05-04, revised date: 2010-10-10

提供了理论依据.但是,定量热红外遥感反演模型是复杂的非线性热红外辐射传输方程,参数之间存在高度耦合性,固定参数在减少反演问题不适定性的同时,是否会带来新的误差?本文同时考虑参数敏感性及其全局最优下各参数贡献,充分发挥先验知识的作用,引入了参数弱固定思想,控制信息流向目标参数.首先介绍反演模型——基于整层大气同步反演地表和大气参数的辐射传输方程,接下来介绍弱固定敏感参数的策略和基于弱固定的地温反演方法,最后以模拟数据和重庆 MODIS 遥感影像为实验数据,对所提方法进行了精度验证和实际应用分析.

1 整层大气辐射传输方程

在覃志豪^[7]简化模式的基础上推导的整层大气辐射传输方程见式(1).其中: $B_i(T_b)$ 为传感器接收的第 i 波段辐射强度; $B_i(T_s)$ 为 i 波段地表温度 T_s 的 Planck 函数; $B_i(T_a)$ 为 i 波段大气平均温度 T_a 的 Planck 函数, T_a 的计算采用 Sobrino 的计算方法^[8]; ε_i 为各波段的发射率; τ_i 为各波段的大气透过率. ΔR_i 为整层大气辐射传输模型修正系数.

$$B_i(T_b) = B_i(T_s)\varepsilon_i\tau_i + (1 - \varepsilon_i)(1 - \tau_i)\tau_i B_i(T_a) + (1 - \tau_i)B_i(T_a) - \Delta R_i \quad (1)$$

反演参数包括地表温度 (T_s)、大气平均温度 (T_a)、6 个波段的透过率 (τ_i) 和发射率 (ε_i). 实验表明,由于发射率和透过率误差的存在,模型存在系统误差,因此,在辐射传输方程中增加了 ΔR_i 项. 由于 ΔR_i 的大小和地物类别相关,地表分成陆地、植被、水体三大类,尽可能在不增加反演复杂性的前提下提高反演的精度. ΔR_i 是实验得到的经验值,其值见表 1.

表 1 整层大气辐射传输模型修正系数 ΔR_i ($w \cdot m^{-2} \cdot sr^{-1}$)

Table 1 Correction factor of the whole atmospheric radiative transfer equation ($w \cdot m^{-2} \cdot sr^{-1}$)

地物类别	ΔR_{20}	ΔR_{22}	ΔR_{23}	ΔR_{29}	ΔR_{31}	ΔR_{32}
陆地	0.0029	0.0239	0.0509	0.0548	0.1691	0.2062
植被	-0.0055	0.0172	0.0363	0.1382	0.1472	0.1561
水体	-0.0121	0.0109	0.0224	-0.0834	-0.0573	-0.0721

做线性化处理,采用一阶变分原理得到各参数的权重函数,式(1)变为式(2):

$$\delta T_b = K^s \delta T_s + K^a \delta T_a + K^\varepsilon \delta \varepsilon + K^\tau \delta \tau \quad (2)$$

增量 δ 是针对一个先验猜测的平均水平; T_b 是传感器观测亮温; K^s 、 K^a 、 K^ε 、 K^τ 分别是 T_s 、 T_a 、 ε 和 τ

的权重函数,具体表达式略.式(2)写成矩阵形式为

$$\delta Y = K \delta X \quad (3)$$

其中 $K = [K^s K^a K^\varepsilon K^\tau]^T$, $\delta X = [\delta T_s \delta T_a \delta \varepsilon \delta \tau]^T$.

2 参数弱固定法反演地表温度

2.1 弱固定敏感参数

极小的变化就会引起敏感参数很大的反演误差.如果将敏感参数固定在其先验期待处进行反演,参数期待值的不确定性会带来新的误差,固定参数引起的误差会在后续的反演中传递和积累.因此,它在反演过程中不应是“固定”,而应是“变化”的,为了兼顾敏感参数“固定”与“变化”的矛盾需求,提出了参数弱固定思想,即在参数取值范围的物理限制内给定初值一个极小的变化范围.这样,保证了敏感参数在反演过程中有极小变化,满足全局最优的要求.弱固定是通过放大参数协方差逆的倍数来实现的,放大倍数也即弱固定系数.对于不适定性反演这样的全局最优问题,合理的弱固定系数能够提高反演精度,反之反演达不到全局最优的要求.弱固定系数的选取同参数的敏感性以及先验知识的精度有关,且初始猜值需满足一定精度要求,在满足精度要求前提下,参数敏感度越大,弱固定的强度也越大;先验知识精度越高,弱固定的强度也越大.

以 MODIS 为例,对地温反演中大气透过率和地表发射率进行敏感性分析.结果如图 1、图 2 所示.可见,地表发射率是非常敏感的参数,微小误差就会引起温度很大的变化,且远红外波段比中红外波段的发射率敏感度更高,因此反演时需要将地表发射率进行弱固定.通过分析常用地物的比辐射率变化曲线可知,大部分植被和水体的发射率大于 0.97,变化幅度非常小,而陆地发射率变化比较大.所以应将植被和水体的发射率弱固定在很小的变化范围内,弱固定强度要高于陆地.

2.2 正则化参数

地表温度反演是欠定的,伪 Newton 迭代法结合

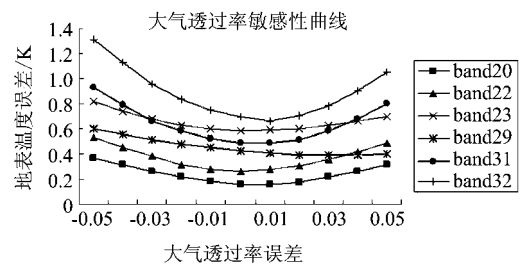


图 1 大气透过率误差引起地表温度误差
Fig. 1 The change of LST error caused by transmittance error

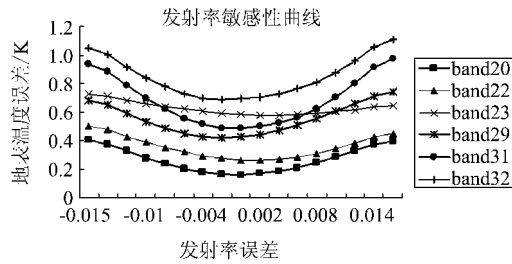


图2 发射率误差引起地表温度误差
Fig.2 The change of LST error caused by emissivity error

正则化方法能够同时反演地表和大气参数. 反演算法通常采用加入正则化参数的非线性最小二乘问题的解来逼近原问题的解.

$$J(X) = \| Y^m - Y(X) \| + \gamma \| X - X^0 \| \quad (4)$$

其中, γ 为正则化参数; 范数 $\| Y^m - Y(X) \|$ 为亮度温度观测误差项; $\| X - X^0 \|$ 为先验知识误差项. Gauss-Newton 迭代公式能很好的反映非线性本质, 即

$$(F_n^T F_n + \gamma \alpha C_p^{-1}) X_{n+1} = \gamma \alpha C_p^{-1} X^0 + F_n^T Y^m - F_n^T Y(X_n) + F_n^T F_n X_n \quad (5)$$

其中, X^0 是待反演参数 X 的一个先验初始猜值; C_p 是先验知识的协方差矩阵; α 是 C_p^{-1} 中各个参数的弱固定系数, 为对角矩阵; $F_n = [K^s, K^a, K^e, K^r]$. 在一定收敛标准下, X_n 会收敛到一个 X^* , X^* 就是要求的解, 收敛性判断选用 $|X_{n+1} - X_n|$ 小于某一值.

正则化反演关键问题之一是正则化参数的确定. 它平衡观测数据和先验知识在反演中的权重, 适宜的正则化参数有利于提高反演精度, 否则会影响反演精度, 甚至会导致近似解不收敛. 为确定最优的先验信息比, 赵红蕊等提出了建立在信息分析上的最大熵法^[10], 即 $\gamma = \sigma^2$ (σ 为观测数据标准差), 但最优正则化参数仅有理论意义, 因误差先验方差不可确切获取, 最大熵法应用受到限制. 考虑到反演过程中待反演参数值逐渐接近于真值, 模型计算值越来越接近于观测数据, 以式(10)计算正则化参数.

$$\gamma = \frac{\sum (Y_i^m - Y_i(X_n))^2}{6} \quad (6)$$

其中 Y_i^m 为 i 波段亮度温度观测值; $Y_i(X_n)$ 为第 n 次迭代 i 波段亮度温度前向模型计算值.

2.3 参数初始猜值

初始猜值实际上是求解方程时迭代的起点, 是重要的先验知识, 其值需与实际相符, 否则可能造成方程不收敛. 初始猜值确定可采用统计方法或由观测数据直接或间接获取.

2.3.1 地表温度与大气平均温度初值

一般认为, 初值猜值应来源于观测数据本身, 以有效地增加初始猜值和观测数据的匹配程度. 大气窗区亮度温度作为地表温度的初始猜值可取得较好反演精度, 选用 MODIS 第 31 波段的亮度温度作为地表温度迭代反演的初始猜值. 第 31 波段的中心波长为 $11.03 \mu\text{m}$, 位于大气窗口, 其亮温和真实地表温度比较接近.

结合波段特点, 选用 MODIS 第 32 波段的亮度温度作为大气平均温度迭代反演的初始猜值. 实验表明, 这种估值方法能够满足地表温度反演的精度要求.

2.3.2 地表发射率

精确的地表发射率很难估计. 模拟数据的发射率初始猜值设定了不同的误差水平(见表2); 对于 MODIS 数据, 首先根据 NDVI 的大小分为水体、陆地(居民区或裸土)和植被三类, 初始猜值参考 MODIS UCSB 发射率实验室的各种常用地类比辐射率数据(见表3).

表2 模拟数据发射率初始猜值误差水平

Table 2 Added error of first-guess emissivity from simulated data

波段	植被	陆地	水体
20	0.02	0.1	0.002
22	0.02	0.1	0.002
23	0.02	0.1	0.002
29	0.02	0.02	0.002
31	0.02	0.02	0.002
32	0.02	0.02	0.002

表3 重庆地区 MODIS 典型地物比辐射率值

Table 3 Emissivity of difference surface features in Chongqing

波段	植被	陆地	水体
20	0.952161	0.535276	0.973913
22	0.977183	0.648239	0.977433
23	0.973943	0.63211	0.977765
29	0.985331	0.891613	0.984993
31	0.982448	0.955374	0.992336
32	0.98246	0.966883	0.986984

2.3.3 大气透过率

大气透过率的变化主要取决于水汽含量, 图3为 MODIS 中纬度夏季大气模式下不同水汽含量大气透过率模拟. 进一步对图3所示的关系进行分段回归拟合, 得到表4所示结果. 水汽含量可由 MODIS 影像计算得到, 各波段的大气透过率初始猜值可由表4所示的方程估计.

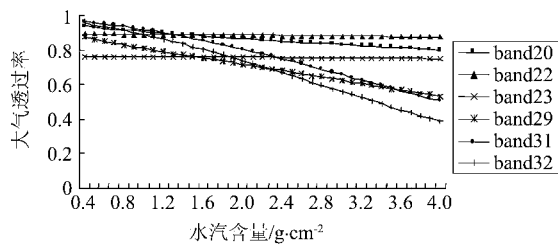


图3 中纬度夏季大气透过率与水汽含量的关系
Fig.3 Relationship between atmospheric transmittance and air vapor content (middle-latitude summer)

表4 MODIS 波段大气透过率估计方程
Table 4 Estimated equations of atmospheric transmittances of MODIS bands

水汽含量 (w/g·cm ⁻²)	大气透过率方程	相关系数	均方根误差
0.4~4	$\tau_{20} = 0.9405 - 0.0367w$	0.9963	0.0034
0.4~4	$\tau_{22} = 0.8931 - 0.0048w$	0.9919	0.00066
0.4~4	$\tau_{23} = 0.7628 - 0.0032w$	0.9812	0.00067
0.4~4	$\tau_{29} = 0.9029 - 0.0928w$	0.9999	0.0015
0.4~4	$\tau_{31} = 1.0004 - 0.086w$	0.9964	0.0023
1.4~4	$\tau_{31} = 1.0943 - 0.1471w$	0.9992	0.0047
0.4~1.4	$\tau_{32} = 1.0044 - 0.1189w$	0.998	0.0024

3 算法应用及结果分析

以 MODTRAN 模拟数据和 MODIS 遥感影像进行算法验证. 模拟所用大气资料为 150 组中国南方部分城市 07 年 2~4 月 12 时无线探空资料, 包括 200 hPa、250 hPa、300 hPa、400 hPa、500 hPa、700 hPa、850 hPa、925 hPa、地面共 9 个高度的气压、温度、露点温度差. 每组探空数据对应的模拟数据包括地表温度、大气平均温度、水汽含量、6 个波段的地表发射率、大气透过率和传感器辐亮度. 150 组模拟数据中, 100 组模拟数据用做协方差矩阵 C_p 的计算, 另外 50 组模拟数据用做参数弱固定法反演参数精度验证.

反演只对 C_p^{-1} 中的敏感参数地表发射率进行弱固定, 其他参数不进行弱固定, 即弱固定系数为 1. 弱固定系数矩阵为一对角矩阵, 可表示为 $\mathbf{a} = \text{diag}(a_i), i = 1 \sim 14$, 其中 a_i 表示与各个反演参数 (T_s 、 T_a 、 ε 和 τ , 地表温度、大气平均温度、6 个波段的地表发射率和大气透过率) 相对应的弱固定系数, 通过反复实验, 最终确定植被和水体 6 个波段发射率弱固定系数为 100, 陆地为 1, 即 $a_{3,4,5,6,7,8} = 100$ (植被和水体)、 $a_{3,4,5,6,7,8} = 1$ (陆地), 其它弱固定系数均为 1.

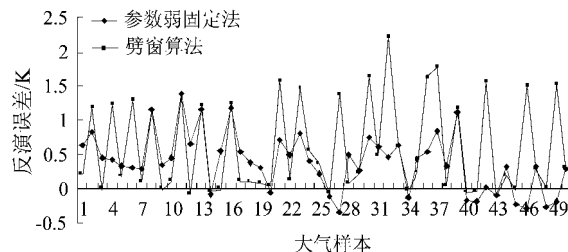


图4 不加噪声标准差的地温反演误差曲线
Fig.4 Error curve of LST retrieval from simulated data without added noise

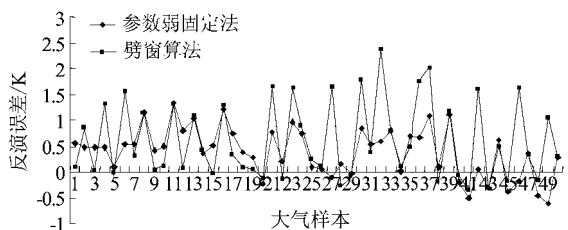


图5 标准差为 0.2K 时的地温反演误差曲线
Fig.5 Error curve of LST retrieval from simulated data with noise added ($\sigma = 0.2K$)

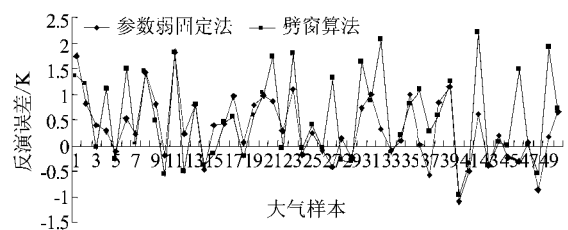


图6 标准差为 0.5K 时的地温反演误差曲线
Fig.6 Error curve of LST retrieval from simulated data with noise added ($\sigma = 0.5K$)

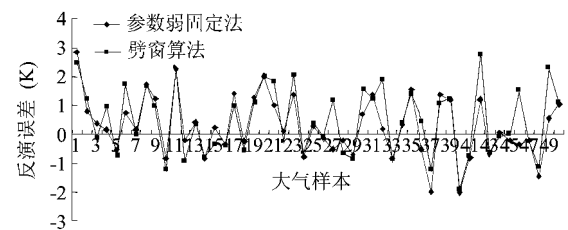


图7 标准差为 1K 时的地温反演误差曲线
Fig.7 Error curve of LST retrieval from simulated data with noise added ($\sigma = 1K$)

考虑到实际的观测值有一定误差, 对生成的模型亮温数据加入不同的正态误差 (均值为 0, 噪声标准差为 0.2 K、0.5 K、1 K), 采用参数弱固定法和劈窗算法^[6]进行地表温度反演. 图 4、图 5、图 6 和图 7 分别为不同噪声标准差下的反演误差曲线. 其中, σ 为标准差.

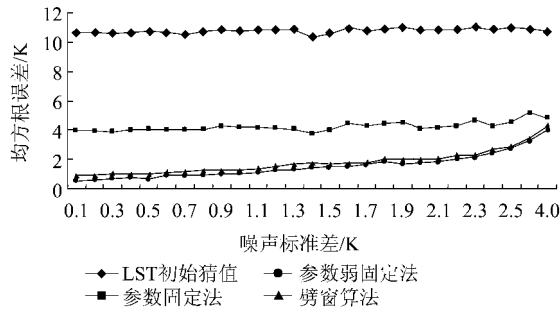


图8 不同噪声标准差下的LST反演均方根误差
Fig. 8 RMSE of LST retrieval with different noise

从误差曲线中可以看出,参数弱固定法的误差曲线整体最靠近0,劈窗算法的误差曲线偏离较远,而且噪声标准差越大,两种反演方法的误差曲线越相近.表5是均方根误差(RMSE)统计表,当没有噪声时,参数弱固定法的RMSE为0.57 K,劈窗算法为0.91 K,而参数固定法仅为3.97 K;当噪声标准差为0.2 K时,参数弱固定法的RMSE为0.62 K,劈窗算法为0.97 K,参数固定法仅为3.96 K.图8是在不同噪声标准差下的均方根误差比较,显然,相比固定法和劈窗算法,参数弱固定法具有更高的反演精度.固定法反演误差很大程度上取决于所固定参数的初始猜值精度.在较小噪声标准差下,参数弱固定法比劈窗算法的反演精度高;在较大噪声标准差下,参数弱固定法和劈窗算法反演结果差别不大.噪声标准差越大,反演精度也越低,但精度均优于劈窗算法.从大量不同噪声标准差下的实验结果可以看出,参数弱固定法通过对敏感参数进行弱固定,在全局最优下,控制了信息流向目标参数,从而使遥感反演过程最大程度地利用观测数据和先验知识中的信息,使反演精度明显提高.

表5 模拟数据反演地表温度的均方根误差(单位:K)
Table 5 Retrieval RMSE from simulated data (K)

噪声标准差	参数初始猜值	参数固定法	传统劈窗算法	参数弱固定法
无	10.68	3.97	0.91	0.57
0.2	10.67	3.96	0.97	0.62
0.5	10.75	4.06	0.99	0.71
1	10.84	4.2	1.28	1.08

为了验证算法在遥感影像中的实用性,截取了重庆市2007年3月29日11时MODIS/TERRA晴空影像中的20×20象元区域,图9是反演结果和MODIS地表温度产品图,图10是20×20象元区域

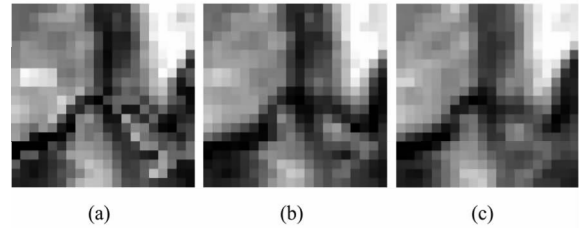


图9 地表温度反演结果和MODIS地表温度产品图 (a)参数弱固定法 (b)劈窗算法 (c)MODIS LST产品
Fig. 9 Retrieved LST and MODIS LST product (a)Weak fixed-parameter (b)Split-window algorithm (c)MODIS LST product



图10 地表分类图
Fig. 10 classification image(water, land and vegetation)

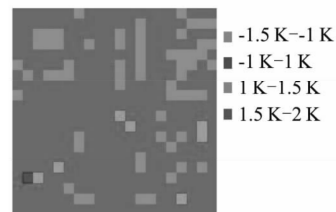


图11 参数弱固定法地表温度反演误差
Fig. 11 Retrieval LST error obtained by weak fixed-parameter method

的地表分类图.由于MODIS地表温度产品不是真值,所以取劈窗算法和MODIS地表温度产品的平均值作为真值进行精度验证,见图11.

图11中大部分区域LST反演误差在1 K以内,最大的误差为1.56 K,表明参数弱固定法能够成功用于真实遥感影像的地表温度反演,而且提高了反演精度.个别象元误差比较大,可能跟其地表分类误差有关,使地表发射率初值与实际地类不匹配;也可能是劈窗算法误差比较大,致使参数弱固定法同平均值比较时误差偏高.图12是2007年3月29日重庆NDVI图,图13是重庆市地表分类图.为了提高算法在大区域影像中的反演速度,以LST变化0.2 K的步长,分别计算出了陆地、植被、水体三种地类的辐射亮度变化区间.在保证0.2K反演误差的前提下,只需反演一个象元便可得到所有符合变化区间内象元的地表温度,反演结果见图14.图15是当日11时重庆市35个地面监测站的实测地表温度,反演的温度与

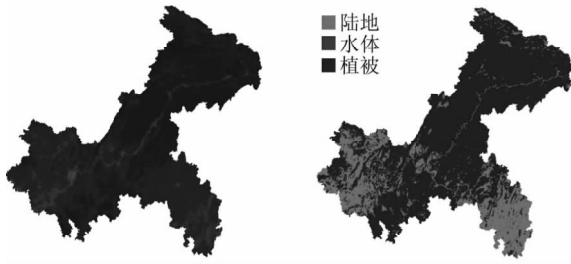


图 12 重庆 NDVI 图(2007 年 3 月 29 日)
Fig. 12 Chongqing NDVI on March 29th, 2007

图 13 重庆市地表分类图
Fig. 13 Land classification of Chongqing (land, water and vegetation)

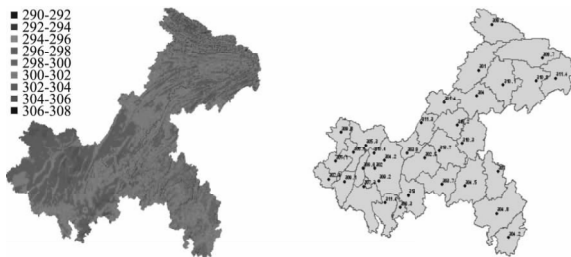


图 14 2007 年 3 月 29 日 11 时参数弱固定法反演地表温度结果(单位:K)
Fig. 14 Retrieval result (K) obtained by weak fixed-parameter method at 11 o'clock on March 29th, 2007

图 15 2007 年 3 月 29 日 11 时重庆地面监测站地表温度实测值(单位:K)
Fig. 15 Measured LST (K) of the ground stations in Chongqing at 11 o'clock on March 29th, 2007

实测的温度具有不同的概念,其物理意义不一样,且尺度不同,不同区域相对温度有一定参考意义。

4 结论

参数弱固定法反演地表温度,在全局最优下更好地控制了信息流向目标参数,提高反演精度。算法中影响目标参数反演精度的要素有四个:先验参数的协方差矩阵、正则化参数、初始猜值和弱固定系数。协方差矩阵实现的是先验知识对参数间的约束,正则化参数平衡了观测数据和先验知识在反演中所占的权重,初始猜值则直接影响方程是否收敛或者说能否找到最优解,不合理的选择都会影响反演的收敛速度和解的精度,甚至导致迭代不收敛。地表比辐射率初始猜值采用了几种常用地类比辐射率经验数据,然而这些数据并不能代表整个区域所有地类数据,需要研究不同波段不同地类的发射率估值方法。弱固定系数在本文中是基于反复实验的经验值,尚需进一步研究其定量确定方法。

5 致谢

感谢中国气象局国家卫星气象中心提供的 MODIS 数据;感谢清华大学 3S 研究中心遥感研究小组的所有人员对本论文提供的帮助。

REFERENCES

- [1] Jiménez-Muñoz J C, Sobrino J A. A single-channel algorithm for land-surface temperature retrieval from ASTER data[J]. *IEEE Geoscience and Remote Sensing Letters*, 2010, 7(1): 176 - 179.
- [2] Freitas S C, Trigo I F, Bioucas-Dias J M, et al. Quantifying the uncertainty of land surface temperature retrievals from SEVIRI/Meteosat[J]. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 2010, 48(1): 523 - 534.
- [3] YANG Hua, ZHAO Hong-Rui, WANG Jin-Di. The information flow and control on quantitative remote sensing regularized retrieval[J]. *Science in China: Series D* (杨华, 赵红蕊, 王锦地, 等. 定量遥感正则化反演中的信息流及其控制. *中国科学 D*), 2003, 33(8): 799 - 808.
- [4] WAN Z M, LI Z L. A physics-based algorithm for retrieving land-surface emissivity and temperature from EOS/MODIS data[J]. *IEEE Trans. Geosci. Remote Sens.*, 1997, 35: 980 - 996.
- [5] Ma X L, Wan Z M, Moeller C C, et al. Retrieval of geophysical parameters from moderate resolution imaging spectroradiometer thermal infrared data: evaluation of a two-step physical algorithm[J]. *Applied Optics*, 2000, 39(20): 3537 - 3550.
- [6] LI Xiao-Wen, GAO Feng, WANG Jin-Di, et al. A priori knowledge accumulation and its application to linear BRDF model inversion [J]. *Geophysical Research*, 2001, 106(D11): 11925 - 11935.
- [7] QIN Zhi-Hao, GAO Mao-Fang, QIN Xiao-Min, et al. Methodology to retrieve land surface temperature from MODIS data for agricultural drought monitoring in China[J]. *Journal of Natural Disasters* (覃志豪, 高懋芳, 秦晓敏, 等. 农业旱灾监测中的地表温度遥感反演方法: 以 MODIS 数据为例. *自然灾害学报*), 2005, 14(4): 64 - 71.
- [8] Sobrino J A, Coll C, Caselles V. Atmospheric correction for land surface temperature using NOAA-11 AVHRR channels 4 and 5[J]. *Remote Sensing of Environment*, 1991, 38: 19 - 34.
- [9] LI Xiao-Wen, GAO Feng, WANG Jin-Di. Uncertainty and sensitivity matrix of parameters in inversion of physical BRDF model[J]. *Journal of Remote Sensing* (李小文, 高峰, 王锦地, 等. 遥感反演中参数的不确定性与敏感性矩阵. *遥感学报*), 1997, 1(1): 5 - 14.
- [10] ZHAO Hong-Rui, TANG Zhong-Shi, LI Xiao-Wen. A regularization parameter choice method on nonlinear ill-posed quantitative remote sensing inversion[J]. *Geomatics and Information Science of Wuhan University* (赵红蕊, 唐中实, 李小文. 非线性不适定遥感反演中正则化参数的定量确定. *武汉大学学报(信息科学版)*), 2008, 33(6): 577 - 580.