文章编号:1001 - 9014(2018)04 - 0486 - 08

DOI:10.11972/j.issn.1001 - 9014.2018.04.017

雷达成像和衍射层析的内在联系梳理

江 舸[1], 经 文[1], 成彬彬[1,2], 周剑雄[3], 张 健[1,2*]

(1. 中国工程物理研究院 电子工程研究所,四川 绵阳 621999;
2. 中国工程物理研究院 微系统与太赫兹研究中心,四川 绵阳 621999;
3. 国防科技大学 电子科学与工程学院 ATR 实验室,湖南 长沙 410073)

摘要:从方程描述、方程求解和方程解析解三个层面,对雷达成像和衍射层析的内在联系进行了系统性梳理.首先,介绍了描述成像问题的电磁散射方程,发现描述雷达的方程是二维的面积分方程,而描述衍射层析的方程是三维的体积分方程.指出成像对象不同是导致方程不同的根源,并利用等效原理建立了两种成像间的联系.其次,指出两种成像的相同点是,对非线性的电磁散射方程的线性化近似求解.最后,指出两种成像的回波信号(在空间谱域)和成像目标(在空间域)均构成一组傅里叶变换对.给出了两种成像的解析解的统一数学模型,即成像结果可表示为观测点(散射系数或散射势)卷积点扩展函数(PSF)的形式.通过 PSF 对两者的成像性能进行了比较.

关 键 词:雷达成像;衍射层析成像;电磁逆散射;等效原理;线性化近似;傅里叶成像;点扩展函数

中图分类号:TN957.52;TP722.6 **文献标识码**: A

Relationship between radar imaging and diffraction tomography

JIANG Ge[1], JING Wen[1], CHENG Bin-Bin[1,2], ZHOU Jian-Xiong[3], ZHANG Jian[1,2*]

(1. Institute of Electronic Engineering, China Academy of Engineering Physics, Mianyang 621999, China;
2. Microsystem and Terahertz Research Center, China Academy of Engineering Physics, Mianyang 621999, China;
3. ATR Laboratary, School of Electronics Science and Engineering,
National University of Defense Technology, Changsha 410073, China)

Abstract: Although the similarities between radar imaging and diffraction tomography have been recognized, the connection between them is often surprising to practitioners in these fields. The main goal of this paper is to consider together two imaging techniques and clarify the similarities and differences that exist between them. First, Two imaging techniques are derived from Stratton-Chu formula of the inverse scattering problem, which allows a clear understanding of the relationship between the imaging equations and the imaging targets. The targets reconstructed by radar imaging are the perfectly conducting bodies, the targets reconstructed by diffraction tomography are the dielectric bodies. Then, this derivation brings out the similarities of the solution to the unlinear imaging problem which are hidden by the linear approximation method, radar imaging from high frequency asymptotic approximation, diffraction tomography from weak scattering approximation. Finally, Two imaging techniques are discribed as Fourier imaging, which is used to identify the unknown image profile as the inverse Fourier Transform of some composite function constructed from the received data signals.

Key words: radar imaging, diffraction tomography, inverse scattering, equivalence principle, linear approximation, Fourier imaging, point spread function

PACS: 42.30.Wb,84.40.Xb

收稿日期:2017-09-26,**修回日期**:2018-02-05 **Received date**: 2017-09-26, **revised date**: 2018-02-05

基金项目:国家自然科学基金(61601424),国家自然科学基金委员会与中国工程物理研究院联合基金(U1630101),国家重点基础研究发展计划(2015CB755406)

Foundation items:Supported by National Natural Science Foundation of China(61601424), NSAF (U1630101); National Key Basic Research and Development Program (2015CB755406)

作者简介(Biography):江 舸(1982-),男,四川乐山人,副研究员,博士,主要研究领域为太赫兹成像、雷达信号处理,E-Mail:jiangge321@163.com

* **通讯作者(Corresponding author)**: E-Mail:zhangjian@mtrc.ac.cn

引言

在太赫兹成像领域,雷达成像和层析是两种常用的成像方法,如图 1 所示. 从图中可以看出,雷达成像[1-3]主要应用在以电子学为基础构建的太赫兹系统上,频段通常不超过 1 THz;层析成像[45]主要应用在以光学和光电子学为基础构建的太赫兹系统上,频段通常不低于 1 THz. 人们很早就认识到两种成像的相似性,但是两者之间的联系还是让人感到困惑. 特别是衍射层析,它考虑了电磁波的波动特性,和雷达成像一样均为相干成像. 随着成像研究从电磁频谱两端向中间频段的迈进,在太赫兹、毫米波等频段的成像新体制、新方法、新算法等研究引起了雷达成像、层析成像等相关领域学者的关注.

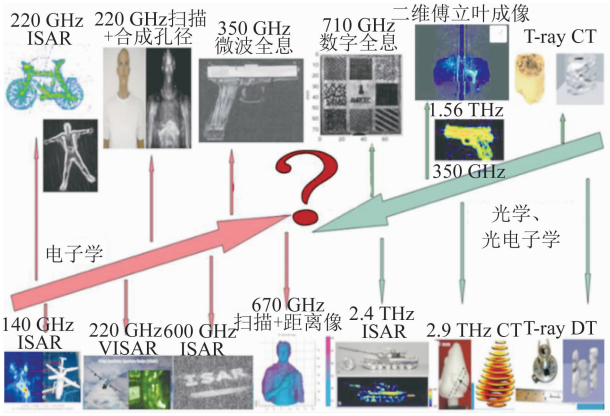


图 1　在太赫兹低频段的成像系统以电子学为主,成像方法有合成孔径、逆合成孔径等;在太赫兹高频段的成像系统以光学、光电子学为主,成像方法有衍射层析、计算机层析等

Fig. 1　In terahertz low frequency band, the imaging theory is mainly composed of synthetic aperture and inverse synthetic aperture. In terahertz high frequency band, imaging theory is mainly based on diffraction tomography and computer tomography

初期,雷达成像和层析的理论研究是相互独立发展的. 此后,人们逐步认识到这两种成像之间存在相似性. Munson 等人[6]将 SAR 聚束模式二维成像和层析成像做了详细的比较,认为基于多普勒频移解释的聚束模式成像技术可以从另一个角度解释为层析成像. Mensa 等[7]将层析成像的概念引入雷达领域,提出了多普勒雷达层析成像技术. Reigber 等人[8]将雷达和层析相结合,提出了三维 SAR 层析成像技术. 黄培康和许小剑等[9]比较了层析成像和雷达成像之间的异同,指出雷达成像为相干成像,而层析成像为非相干成像. Natterer 等[10]将雷达成像和层析成像的数学模型进行统一,并在空间谱域对两者的分辨率进行了比较. 兰振伯格等[11]介绍了层析和雷达成像的电磁散射方程表达式,指出两种成像的方程求解问题是电磁逆散射的线性化问题,即满足高频近似或弱散射近似的问题. Barkeshli[12]指出描述介质体和理想导体的电磁散射方程是不同的,还给出了采用弱散射近似和高频近似求解电磁逆散射问题的边界. Gilmore 等[13]在标量波动逆问题的框架下对雷达成像算法和频率-波数域偏移算法(一种层析成像算法)进行了比较,指出两者具有相似的物理模型和近似条件. 李廉林等[14]在 Gilmore 的研究基础上,基于波恩近似对逆散射问题进行求解,完成雷达成像算法的推导,并讨论了应满足的近似条件. 上述研究促进了人们对雷达成像和层析成像内在联系的了解. 但是,尚未见全面的系统性的梳理,相关知识散落在不同的文献中. 此外,描述衍射层析的成像方程(势散射积分方程)是三维的体积分方程,而描述雷达的成像方程(矢量基尔霍夫方程)是二维的面积分方程. 针对描述两者的电磁散射方程的不同,尚未见研究两者内在联系的文章.

本文针对上述两个问题,采用主线和副线的形式展开论述. 在主线上,采用“总—分—总”的架构对雷达成像和衍射层析之间的内在联系进行了系统性的梳理,如图 2 所示. 首先,指出两种成像的理论基础是麦克斯韦方程,均属于电磁逆散射的范畴. 但两种成像的研究对象各不相同,导致描述两者的电磁散射方程各不相同,并分析了两者在电磁逆散射层面上的内在联系. 然后,指出两种成像均采用了线性近似假设. 最后,指出两种成像的回波信号(在空间谱域)和成像目标(在空间域)均构成一组傅里叶变换对,给出了两种成像的解析解的统一数学模型,并在利用该数学模型对两种成像的成像性能进行了分析和比较. 在副线上,介绍了理想导体和介质体、面散射源和体散射源、二维面积分和三维体积分的不同,将电磁散射中常用的等效原理应用于成像,讨论了雷达成像方程和衍射层析方程的联系.

1　成像问题描述

1.1　成像场景描述

目前,雷达成像和衍射层析的成像场景并没有明确的定义. 为了避免在后续讨论中产生歧义,需要对两种成像场景做限定. 两种成像场景的描述分别如下所示.

一个典型的雷达成像场景如图 3 所示. 设入射

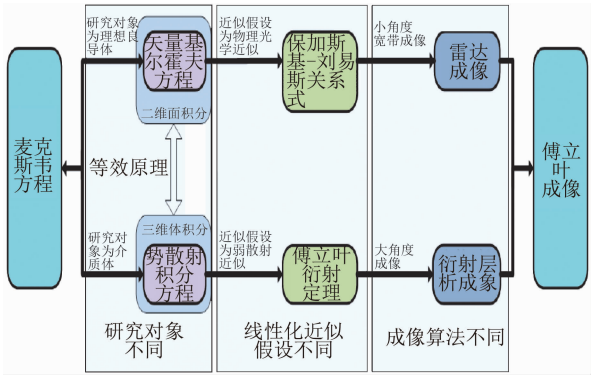


图 2 雷达成像和衍射层析的理论框架

Fig. 2 Theoretical framework of radar imaging and diffraction tomography

波 $\boldsymbol{E}_i$、$\boldsymbol{H}_i$ 为平面波，沿 $\boldsymbol{k}_i$ 方向照射到探测对象上，探测对象为光滑、理想导体、凸目标，雷达在 $\boldsymbol{r}$ 处接收到的电磁场为 $\boldsymbol{E}^s(\boldsymbol{r})$、$\boldsymbol{E}^s(\boldsymbol{r})$，方向为 $\boldsymbol{k}_s$（设雷达发射天线和接收天线采用收发共置体制，即 $\boldsymbol{k}_i = -\boldsymbol{k}_s$）. 一般而言，雷达需要从不同的角度观测，且观测角度的范围小. 为了弥补小角度观测，雷达常发射宽带信号，从而实现距离—多普勒二维成像.

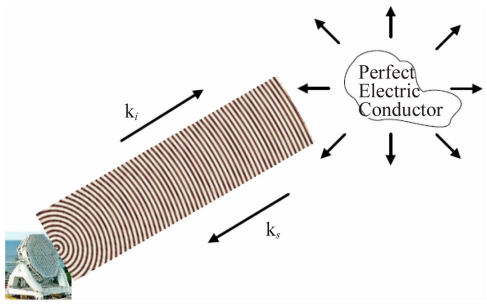


图 3 雷达成像的典型场景描述

Fig. 3 Typical scene description of radar imaging

一个典型的层析成像场景如图 4 所示. 设入射波 $\boldsymbol{E}_i$、$\boldsymbol{H}_i$ 沿 $\boldsymbol{k}_i$ 方向照射到探测对象上，探测对象为介质体. 当电磁波的频率较低时，需要考虑电磁波的衍射现象，在不同角度分别记录电磁场的分布. 然后转动使得入射波从不同角度照射探测对象. 一般而言，转动角度需大于 120°，通常为 360°旋转.

1.2 基于电磁散射方程的成像问题描述

在实际成像中，成像对象的表面和内部的几何、物理参数是不能直接测量的. 为了测量这些待定参数，通常的做法是测量与待定参数有一定关系的其它量在边界上的变化规律或者其它可获得的信息，例如入射场 $\boldsymbol{E}^i(\boldsymbol{r})$、$\boldsymbol{H}^i(\boldsymbol{r})$ 和空间中的电磁场 $\boldsymbol{E}^s(\boldsymbol{r})$、$\boldsymbol{H}^s(\boldsymbol{r})$. 因此，成像问题可以用一个典型的电磁

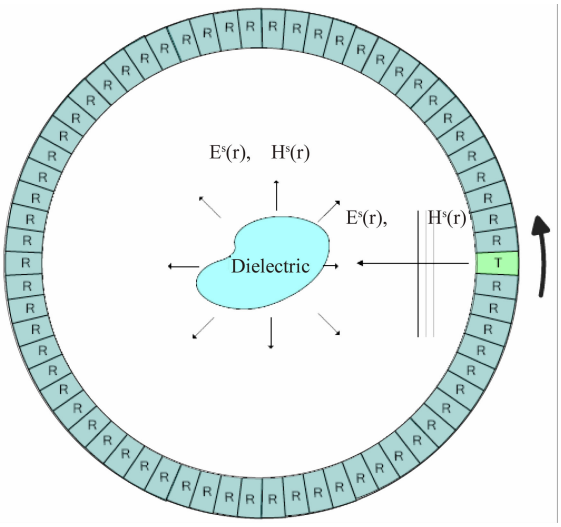


图 4 层析成像的典型场景描述

Fig. 4 Typical scene description of tomography

散射方程进行描述[15]，如式(1)所示.

$$\begin{aligned}\boldsymbol{E}^s(\boldsymbol{r}) &= \iiint_V \left(-j\omega\mu\boldsymbol{J}(\boldsymbol{r}')G - \boldsymbol{J}^m(\boldsymbol{r}') \times \nabla G + \frac{\rho}{\varepsilon}\nabla G\right)\mathrm{d}V \\ &+ \oiint_S \{-j\omega\mu[e_n \times \boldsymbol{H}(\boldsymbol{r}')]G + [e_n \times \boldsymbol{E}(\boldsymbol{r}')] \times \nabla G + \\ &(e_n \cdot \boldsymbol{E}(\boldsymbol{r}'))\nabla G\}\mathrm{d}S \\ \boldsymbol{H}^s(\boldsymbol{r}) &= \iiint_V \left(-j\omega\varepsilon\boldsymbol{J}^m(\boldsymbol{r}')G + \boldsymbol{J}(\boldsymbol{r}') \times \nabla G + \frac{\rho^m}{\mu}\nabla G\right)\mathrm{d}V \\ &+ \oiint_S \{-j\omega\varepsilon[e_n \times \boldsymbol{E}(\boldsymbol{r}')]G + [e_n \times \boldsymbol{H}(\boldsymbol{r}')] \times \nabla G + \\ &(e_n \cdot \boldsymbol{H}(\boldsymbol{r}'))\nabla G\}\mathrm{d}S \end{aligned} \quad , \quad (1)$$

式(1)被称为 Stratton-Chu 公式，其中，$\boldsymbol{E}(\boldsymbol{r})$、$\boldsymbol{H}(\boldsymbol{r})$ 为 V 区任一点 r 处的电磁场，$\boldsymbol{J}(\boldsymbol{r}')$、$\boldsymbol{J}^m(\boldsymbol{r}')$、$\rho$、$\rho^m$ 为区域中的电流密度、磁流密度、电荷、磁荷，$\boldsymbol{E}(\boldsymbol{r}')$、$\boldsymbol{H}(\boldsymbol{r}')$ 为表面的电磁场. 该式表明，任一点 $\boldsymbol{r}$ 处的电磁场 $\boldsymbol{E}(\boldsymbol{r})$、$\boldsymbol{H}(\boldsymbol{r})$ 由两部分积分组成，一部分是由区域中的电流密度、磁流密度、电荷、磁荷等体源的三维体积分确定，另一部分由边界上的等效电流源和等效磁流源的二维面积分确定. 由式(1)可知，成像问题的求解过程，即是已知入射场 $\boldsymbol{E}^i(\boldsymbol{r})$、$\boldsymbol{H}^i(\boldsymbol{r})$ 和 V 区内的电磁场 $\boldsymbol{E}^s(\boldsymbol{r})$、$\boldsymbol{H}^s(\boldsymbol{r})$，估算成像对象表面上电磁场 $\boldsymbol{E}(\boldsymbol{r}')$、$\boldsymbol{H}(\boldsymbol{r}')$ 分布，或估算成像对象内部源 $\boldsymbol{J}(\boldsymbol{r}')$、$\boldsymbol{J}^m(\boldsymbol{r}')$ 等分布的过程.

2 方程描述层面的内在联系分析

2.1 雷达成像和衍射层析的电磁散射方程描述

在雷达成像场景中，研究对象为理想导体的散射现象. 与介质目标相比，理想导体对电磁波是不可

透入的,仅在目标表面 S 上产生电磁场 $\boldsymbol{E}(\boldsymbol{r}')$、$\boldsymbol{H}(\boldsymbol{r}')$. 这时,不再需要考虑电流密度、磁流密度、电荷、磁荷等体源对电磁场 $\boldsymbol{E}(\boldsymbol{r})$、$\boldsymbol{H}(\boldsymbol{r})$ 的贡献. 因此,在式(1)右边第一项的体积分将对总场没有贡献,因而可以略去. 化简后如式(2)所示,该式即为矢量基尔霍夫方程,是描述雷达的电磁散射方程.

$$\boldsymbol{E}^s(\boldsymbol{r}) = \oint\!\!\!\!\!\!\int_S \{-j\omega\mu[e_n \times \boldsymbol{H}(\boldsymbol{r}')]G + [e_n \times \boldsymbol{E}(\boldsymbol{r}')] \times \nabla G + (e_n \cdot \boldsymbol{E}(\boldsymbol{r}'))\nabla G\}\mathrm{d}S$$

$$\boldsymbol{H}^s(\boldsymbol{r}) = \oint\!\!\!\!\!\!\int_S \{j\omega\varepsilon[e_n \times \boldsymbol{E}(\boldsymbol{r}')]G + [e_n \times \boldsymbol{H}(\boldsymbol{r}')] \times \nabla G + (e_n \cdot \boldsymbol{H}(\boldsymbol{r}'))\nabla G\}\mathrm{d}S \quad . \quad (2)$$

在衍射层析成像场景中,研究对象为介质体的散射现象. 介质体与理想导体不同之处是,在理想导体内部不存在电磁场,介质体内部可存在电磁场. 这是由于电磁波具有透过介质体表面进入介质体内部的特性决定的. 这时,需要考虑电流密度、磁流密度、电荷、磁荷等体源对电磁场 $\boldsymbol{E}(\boldsymbol{r})$、$\boldsymbol{H}(\boldsymbol{r})$ 的贡献. 因此,与雷达成像相比,衍射层析成像将不能忽略式(1)右边第一项的体积分对总场的贡献. 这说明了,描述衍射层析的电磁散射方程将是三维的体积分方程.

势散射积分方程即是描述衍射层析的电磁散射方程. 文献[16]给出了该方程的推导过程. 首先,以麦克斯韦方程为基础,将介质目标的电磁逆散射问题表示为,对非线性的标量亥姆霍兹方程的求解问题. 其次,利用格林函数求出标量亥姆霍兹方程的解析解. 最后,对解析解做进一步的简化,即得到势散射积分方程,如式(3)所示. 式中,$F(\boldsymbol{r})$ 为目标的散射势,$F(\boldsymbol{r}) = k_0^2[\tilde{\varepsilon}(\boldsymbol{r}) - 1]/4\pi, \boldsymbol{r} \in V$.

$$U^s(\boldsymbol{r}) = \iiint_V (G(\boldsymbol{r} - \boldsymbol{r}')U(\boldsymbol{r}')F(\boldsymbol{r}'))\mathrm{d}V \quad . \quad (3)$$

2.2　基于电磁逆散射的雷达成像和衍射层析内在联系梳理

从表面上看,描述雷达和衍射层析的电磁散射方程是不同的. 其中,描述衍射层析的电磁散射方程(势散射积分方程)是三维的体积分方程,而描述雷达的电磁散射方程(矢量基尔霍夫方程)是二维的面积分方程. 这是由于,两者的成像对象是不同的. 其中,雷达成像的成像对象是理想导体,反演的是表面上电磁场 $\boldsymbol{E}(\boldsymbol{r}')$、$\boldsymbol{H}(\boldsymbol{r}')$ 分布,成像结果为目标的几何形状;衍射层析的成像对象是介质体,反演的是内部源 $\boldsymbol{J}(\boldsymbol{r}')$、$\boldsymbol{J}^m(\boldsymbol{r}')$ 等分布,成像结果为目标的介电常数等物理参数.

由等效原理可知,在区域内能产生同样电磁场的体源和面源,对该区域内的场是等效的. 因此可以认为,目标内电流密度、磁流密度、电荷、磁荷等体源对电磁场 $\boldsymbol{E}(\boldsymbol{r})$、$\boldsymbol{H}(\boldsymbol{r})$ 的贡献,同目标表面上电磁场 $\boldsymbol{E}(\boldsymbol{r}')$、$\boldsymbol{H}(\boldsymbol{r}')$ 对电磁场 $\boldsymbol{E}(\boldsymbol{r})$、$\boldsymbol{H}(\boldsymbol{r})$ 的贡献是等效的. 这是建立雷达成像和衍射层析间内在联系的关键.

设介质体外部 V_1 区和内部 V_2 区的媒质参量分别为 ε_1、μ 和 ε_2、μ,V_1 和 V_2 对应的电磁场分别为 $\boldsymbol{E}_1$、$\boldsymbol{H}_1$ 和 $\boldsymbol{E}_2$、$\boldsymbol{H}_2$. 则有公式:

$$V_1 \text{ 区}: \nabla \times \boldsymbol{E}_1 = -j\omega\mu\boldsymbol{H}_1, \nabla \times \boldsymbol{H}_1 = j\omega\varepsilon_1\boldsymbol{E}_1 \quad , \quad (4)$$

$$V_2 \text{ 区}: \nabla \times \boldsymbol{E}_2 = -j\omega\mu\boldsymbol{H}_2, \nabla \times \boldsymbol{H}_2 = j\omega\varepsilon_2\boldsymbol{E}_2 \quad . \quad (5)$$

根据等效原理,将式(5)改写为 $\nabla \times \boldsymbol{H}_2 = j\omega\varepsilon_1\boldsymbol{E}_2 + \mathrm{j}\omega(\varepsilon_2 - \varepsilon_1)\boldsymbol{E}_2$. 改写后可以认为,$V_2$ 区的媒质已化解为与 V_1 区的媒质一致,仅在介质体内部 V_2 区内产生等效的体分布电流.

$$[\boldsymbol{J}]_{\mathrm{eq}} = j\omega(\varepsilon_2 - \varepsilon_1)\boldsymbol{E}_2 \quad . \quad (6)$$

同时,S 面已不是具体的分界面. 因此,式(1)右边第二项的面积分结果为零,式(1)可以简化为

$$\boldsymbol{E}^s(\boldsymbol{r}) = \iiint_V (-j\omega\mu[\boldsymbol{J}]_{\mathrm{eq}}G)\mathrm{d}V \quad . \quad (7)$$

将式(6)代入式(7),可得

$$\boldsymbol{E}^s(\boldsymbol{r}) = \iiint_V \left(\omega^2\mu\varepsilon_1\left(\frac{\varepsilon_2 - \varepsilon_1}{\varepsilon_1}\right)\boldsymbol{E}(\boldsymbol{r}')G\right)\mathrm{d}V = \iiint_V (G(\boldsymbol{r} - \boldsymbol{r}')\boldsymbol{E}(\boldsymbol{r}')F(\boldsymbol{r}'))\mathrm{d}V \quad . \quad (8)$$

比较式(3)和式(8)发现,式(3)为式(8)的标量形式. 这表明,以 Stratton-Chu 公式为基础,通过体源和面源间的等效,可以推导出描述衍射层析的电磁散射方程(势散射积分方程). 同时,Stratton-Chu 公式还可以推导描述雷达的电磁散射方程(矢量基尔霍夫方程). 也就是说,描述衍射层析和描述雷达的电磁散射方程具有相同的理论基础,通过等效原理可以建立两者之间的联系.

3　方程求解层面的内在联系分析

对电磁逆散射问题的求解,可借鉴电磁散射问题的求解,大致可分为三类方法. 一类是精确解析解,一类是数值计算,还有一类是近似计算. 其中,近似计算方法的成像速度快,满足工程实际需求,在实际成像中得到了广泛的应用. 分析雷达成像和衍射层析的电磁散射方程的求解过程,发现两种成像均至少利用了一种线性近似假设. 可以说雷达成像和衍射层析实现快速成像的关键是,对非线性的电磁

散射方程的线性化近似求解.

3.1 雷达成像方程的线性化近似求解

由于描述雷达成像的矢量基尔霍夫方程是非线性方程,需要对该方程做进一步的线性化处理. Bojarski 等人在文献[17]中,详细的给出了雷达成像方程的求解过程. 在推导中,将理想导体的边界条件代入式(2),然后根据目标尺寸 a 与空间频率 k 之间的关系,采用不同的近似条件,可得如下的线性方程

$$\boldsymbol{H}_s(\boldsymbol{r}) = 2\oint_S[(e_n \times \boldsymbol{H}_i) \times \nabla G]\mathrm{d}S + R(ka)\oint_S[(e_n \times \boldsymbol{H}_i) \times \nabla G]\mathrm{d}S$$

其中,

$$R(ka) = \begin{cases} 0 & ka \gg 1 \quad \text{物理光学近似(高频近似)} \\ 1 & ka \approx 1 \quad \text{谐振区} \\ 2 & ka \lessapprox 1 \quad \text{波恩近似(弱散射近似)} \end{cases} . \quad (9)$$

仿照目标雷达散射截面的定义,引入归一化复数散射振幅 ρ.

$$|\rho|^2 = 4\pi\sigma = \frac{|H_s|^2 R^2}{|H_i|^2} . \quad (10)$$

将式(10)代入式(9),并用两个方向正好相反的平面波(正方向的空间频率为 $\boldsymbol{k}$、负方向的空间频率为 $-\boldsymbol{k}$)去照射物体,可得

$$\rho(\boldsymbol{k}) + \rho^*(-\boldsymbol{k}) = \frac{[2 + R(ka)]\boldsymbol{k}^2}{\sqrt{\pi}}\iiint_V \exp(-2j\boldsymbol{k}\boldsymbol{r}')\mathrm{d}V . \quad (11)$$

对式(11)做整理,并假设目标尺寸 a 远大于电磁波波长 k,满足物理光学近似条件,即可得

$$F(\boldsymbol{R}) = \iiint_\infty \Gamma(\boldsymbol{K})\exp(2j\boldsymbol{K}\cdot\boldsymbol{R})\mathrm{d}^3\boldsymbol{K}$$

其中,$\Gamma(\boldsymbol{K}) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\frac{\rho(\boldsymbol{k}) + \rho^*(-\boldsymbol{k})}{\boldsymbol{k}^2}$,

$$F(\boldsymbol{R}) = \begin{cases} 1 & \boldsymbol{R} \text{ 在 } V \text{ 内} \\ 0 & \text{其它} \end{cases} . \quad (12)$$

式(12)即为雷达成像方程的近似解表达式,称为 Bojarski 恒等式(Bojarski's identity). 式中,$\Gamma(K)$ 为归一化散射振幅 ρ 的函数,该函数可从测量回波中得到;$F(\boldsymbol{R})$ 为描述目标几何形状的特征函数. Bojarski 恒等式表明,雷达成像方程中的求解,即是恢复或重建目标表面上的电磁场分布 $\boldsymbol{E}(\boldsymbol{r}')$、$\boldsymbol{H}(\boldsymbol{r}')$. 如果在 $\boldsymbol{K}$ 波矢量三维空间的全空间谱域内进行目标测量,则理论上可以重构雷达目标的三维形状与体积.

3.2 衍射层析成像方程的线性化近似求解

同雷达成像一样,描述衍射层析成像的势散射积分方程也是非线性方程. 文献[16]采用弱散射近似,将非线性的势散射积分方程线性化. 对式(3)做进一步化简,采用一阶 Born 近似、远场近似后,可得

$$F(\boldsymbol{r}') = \iiint \tilde{F}(\boldsymbol{k})\exp(j\boldsymbol{k}\boldsymbol{r}')\mathrm{d}k$$

其中,$\tilde{F}(\boldsymbol{k} - \boldsymbol{k}_0) \approx U^S(\boldsymbol{r})\frac{\exp(-jkr)}{r}$. (13)

式(13)即为衍射层析成像方程的近似解表达式,称为傅里叶衍射投影定理(Fourier diffraction projection theory). 该式表明,在衍射层析成像中,令一平面波沿 $\boldsymbol{k}_0$ 方向入射到目标上,并在方向 $\boldsymbol{k}$ 上测量电磁场,则能确定目标散射势 $\boldsymbol{F}(\boldsymbol{r})$ 的一个傅里叶分量. 如果测量得到不同方向 $\boldsymbol{k}_0$、$\boldsymbol{k}$ 上的电磁场,就可重构目标散射势的分布,从而实现成像.

4 解析解层面的内在联系分析

线性化近似后,两种成像均可统一到空间谱理论框架下. 即两种成像的回波信号(在空间谱域)和成像目标(在空间域)均构成一组傅里叶变换对. 理论上,当观测信号填满整个空间谱域时,就可以精确的确定物体的三维位置. 但是,实际系统的频谱和观测角度都是有支撑区的,设为 $W(k_x,k_y,k_z)$

$$W(k_x,k_y,k_z) = \begin{cases} 1 & k_{x\min} \leqslant k_x \leqslant k_{x\max} \boldsymbol{I} k_{y\min} \leqslant k_y \leqslant k_{y\max} \boldsymbol{I} k_{z\min} \leqslant k_z \leqslant k_{z\max} \\ 0 & \text{else} \end{cases} . \quad (14)$$

因此,可以用统一的数学模型给出雷达成像和衍射层析的成像公式为:

$$\tilde{\sigma}(\boldsymbol{r}') = \iiint \sigma(\boldsymbol{k})W(k_x,k_y,k_z)\exp(j\boldsymbol{k}\boldsymbol{r}')\mathrm{d}k = \sigma(\boldsymbol{r}') * \mathrm{PSF}(\boldsymbol{r}')$$

其中,σ 为散射系数(雷达成像)或散射势(衍射层析)

$$\mathrm{PSF}(\boldsymbol{r}') = \iiint W(k_x,k_y,k_z)\exp(j\boldsymbol{k}\boldsymbol{r}')\mathrm{d}\boldsymbol{k} . \quad (15)$$

从式(15)可知,通过分析两种成像的目标回波在空间谱域的支撑区,获得成像的点扩展函数(PSF),即可实现对两者的成像性能进行比较.

4.1 目标回波在空间谱域支撑区的对比

在雷达成像中,由 Bojarski 恒等式可得目标回波在空间谱域的支撑区. 以宽带雷达二维成像为例,设雷达的观测角为 θ,$k_{\min}$、$k_{\max}$ 为雷达发射的空间频率 k 的范围. 因此,目标回波在空间谱域的支撑区如

图 5 中绿色阴影部分所示. 其中,雷达成像的观测角 θ 较小,可将扇形的支撑区近似为矩形处理.

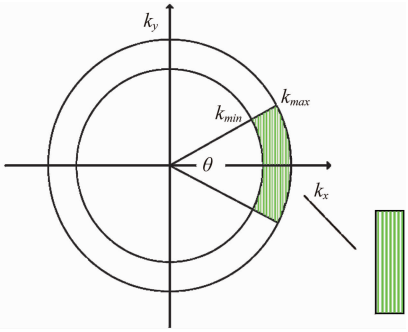


图 5　雷达成像回波信号在空间谱域的支撑区
Fig. 5　Support region of radar echo signal in spatial spectrum domain

在衍射层析成像中,由傅里叶衍射投影定理可得目标回波在空间谱域的支撑区. 引入埃瓦尔德(Eward)圆对傅里叶衍射投影定理做进一步的解释. 图 6 的左侧图描述的圆弧,代表了所有满足傅里叶衍射投影定理中 $k_x = \sqrt{k_0^2 - k_y^2}$ 的点 (k_x, k_y) 的轨迹. 其中,实线代表透射型模式,虚线代表反射型模式. 图 6 的右侧图给出了透射型、反射型的目标回波的空间谱域支撑区. 其中,实线蓝色部分对应透射型衍射层析成像,虚线绿色部分对应反射型衍射层析成像.

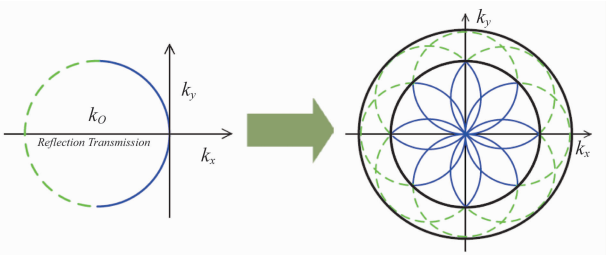


图 6　埃瓦尔德(Eward)圆示意图
Fig. 6　Ewald circle diagram

以反射型衍射层析成像为例,该方法的目标回波在空间谱域的支撑区如图 7 中蓝色阴影部分所示.

4.2　点目标扩展函数的对比

在雷达成像中,空间谱域的支撑区可以从扇形近似为矩形. 可得目标的点扩展函数,如式(16)所示. 进一步,可计算 k_x、k_y 两维的分辨率 $\rho_x = c/2B$、$\rho_y \approx \lambda/2\theta$,对应的峰值旁瓣比(PSLR)为 −13 dB 左右.

$$\mathrm{PSF}(x,y) = \int_{k_1}^{k_2} \exp(jk_x x)\,\mathrm{d}k_x \cdot \int_{\frac{k_1+k_2}{2}\sin\frac{\theta}{2}}^{\frac{k_1+k_2}{2}\sin\frac{\theta}{2}} \exp(jk_y y)\,\mathrm{d}k_y \quad . \quad (16)$$

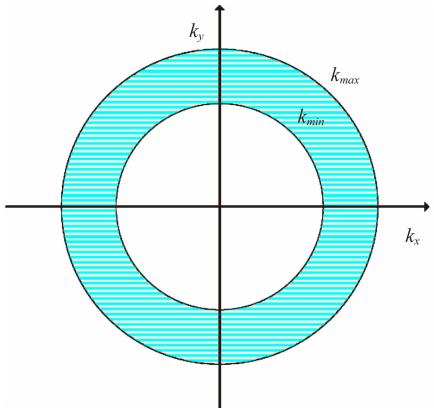


图 7　反射型衍射层析成像目标回波在空间谱域的支撑区
Fig. 7　The supporting region of the target echo in the spatial spectrum domain of the reflection type diffraction tomography

通过仿真对理论分析进行验证. 仿真中,设雷达的观测角度 $\theta = \pm 4°$,雷达发射信号的带宽 $B = 20$ GHz,载频 $f = 140$ GHz. 仿真结果如图 7 所示. 图中,分辨率约为 7.5 mm,峰值旁瓣比约为 13 dB.

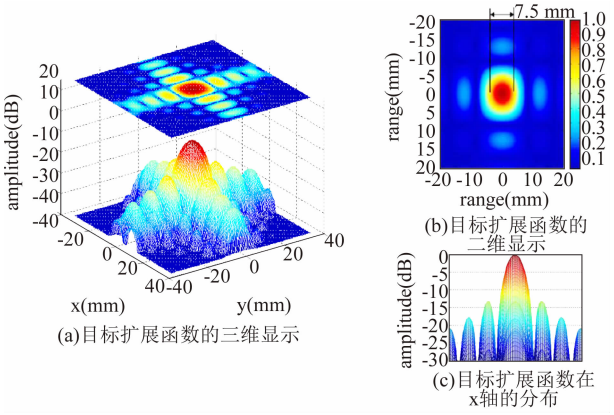


图 8　雷达成像的点扩展函数(a)目标扩展函数的三维显示,(b)目标扩展函数的二维显示,(c)目标扩展函数在 x 轴的分布
Fig. 8　PSF of radar imaging (a) the three-dimensional display of PSF, (b) the two-dimensional display of PSF, (c) the distribution of PSF on the X axis

在衍射层析成像中,设目标回波的空间频率 k_r 位于圆环内($k_{\min} \leqslant k \leqslant k_{\max}$),窗函数 $W(k) = 1$,其它为 0. 其点扩展函数可写为式(17)的表示形式[9]. 式中,J_1 为一阶第一类贝塞尔函数. 理论分辨力约为 $0.3\lambda_{\min} \leqslant \rho \leqslant 0.3\lambda_{\max}$,PSLR 为 −8 dB 左右.

$$\mathrm{PSF}(\rho,\theta) = k_{\max}\frac{J_1(k_{\max}r)}{r} - k_{\min}\frac{J_1(k_{\min}r)}{r} \quad . \quad (17)$$

通过仿真对理论分析进行验证. 仿真中,设入射波的频率 $f = 140$ GHz,对应的 $k_{max} = 4\pi f/c$、$k_{min} = 0.8k_{max}$. 仿真结果如图 9 所示. 图中,分辨率约为 0.5 mm,峰值旁瓣比约为 8 dB.

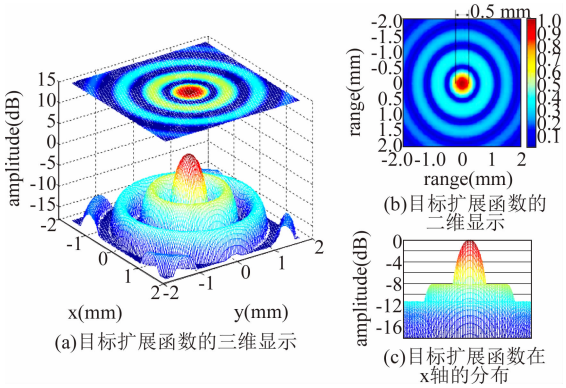


图 9 衍射层析成像的点扩展函数(a)目标扩展函数的三维显示,(b)目标扩展函数的二维显示,(c)目标扩展函数在 x 轴的分布

Fig. 9 PSF of diffraction tomography: (a) the three-dimensional display of PSF, (b) the two-dimensional display of PSF, (c) the distribution of PSF on the X axis

5 两种成像的内在联系小结

从电磁逆散射理论出发,介绍了描述雷达成像和衍射层析的电磁散射方程. 分析了研究对象与电磁散射方程之间的关系. 指出两种成像的方程求解的关键是,通过不同的近似假设实现对非线性的电磁散射方程的线性化求解. 并在空间—空间谱域对两种成像的性能进行了比较. 简单归纳如下:

1)讨论了雷达成像和衍射层析在研究对象上的区别,分析了两者在电磁逆散射层面的内在联系. 雷达成像和衍射层析的不同之处是,对象分别是理想导体和介质体. 从方程描述层面上看,描述雷达和衍射层析的成像方程是不同的. 其中,描述雷达的成像方程是二维面积分的基尔霍夫方程,而描述衍射层析的成像方程是三维体积分的势散射积分方程. 但是,进一步分析发现,通过等效原理可以建立理想导体和介质体、面散射源和体散射源,以及雷达成像方程和衍射层析方程间的联系.

2)指出雷达成像和衍射层析实现快速成像的关键是,对非线性的成像方程的线性化近似求解. 其中,雷达成像采用的是物理光学近似,衍射层析采用的是弱散射近似.

3)分析了雷达成像和衍射层析在目标回波数学模型层面的相似性,指出两者的回波信号(在空间谱域)和成像目标(在空间域)均构成一组傅里叶变换对,即两种成像均可统一到傅立叶成像的框架下. 同时,讨论了雷达成像和衍射层析的目标回波在空间谱域的支撑区,以及目标的点扩展函数(PSF)的区别.

通过对雷达成像和衍射层析内在联系的梳理,在成像机理方面获得了一些理解和认识. 下一步,将重点研究目标电磁散射特性和近场空变性对成像的影响.

References

[1] Michael C, Stephan S, Alfred W, *et al*. Very high resolution radar at 300 GHz[C]. 2014 11*th European Radar Conference*, 2014: 494-496.

[2] Ding J S, Kahl M, Loffeld O, *et al*. THz 3-D image formation using SAR techniques: simulation, processing and experimental results[J]. *IEEE Transactions on Terahertz Science and Technology*, 2013, **3**(5): 606-616.

[3] JIANG Ge, LIU Jie, JING Wen, *et al*. A range-doppler algorithm for holographic radar imaging[J]. *J. Infrared Millim. Waves* (江舸, 刘杰, 经文, 等. 基于距离多普勒概念的全息雷达成像算法. **红外与毫米波学报**), 2017, **36**(3): 367-375.

[4] Wang S, Zhang X C. Pulsed terahertz tomography[J]. *Journal of Physics D: Applied Physics*, 2004; **37**: R1-R36.

[5] Guillet J P, Recur B, Frederique L, *et al*. Review of terahertz tomography techniques[J]. *J Infrared Milli Terahz Waves*, 2014, **35**:382-411.

[6] Mensa D L. Coherent doppler tomography for microwave imaging[J]. *Proceedings of the IEEE*, 1983, **71**(2): 254-261.

[7] Munson D C. A tomographic formulation of spotlight-mode synthetic aperture radar[J]. *Proceedings of the IEEE*, 1983, **71**(8): 917-925.

[8] Reigber A, Moreira A, Papathanassiou K P. First demonstration of airborne SAR tomography using multibaseline L-band data[J]. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 2000, **38**(5): 2142-2152.

[9] HUANG Pei-Kang. *Radar target characteristic signal*[M]. Beijing: China Aerospace Press (黄培康. **雷达目标特征信号**. 北京:中国宇航出版社), 1993.

[10] Natterer F, Cheney M, Borden B. Resolution for radar and x-ray tomography[J]. *Inverse Problems*, 2003, **19**(6): S55-S63.

[11] Gabor T. Herman, *et al*. Basic methods of tomography and inverse problems[M]. Beijing; Petroleum Industry Press (G. T. 赫尔曼, H. K. 图伊, K. J. 兰振伯格, 等. **层析成像和反演问题的基本方法**. 北京; 石油工业出版社), 1997.

[12] Barkeshli K. *Advanced electromagnetics and scattering theory*[M]. Switzerland: Springer International Publishing, 2015.

[13] Gilmore C, Jeffrey I, LoVetri J. Derivation and comparison of SAR and frequency-wavenumber migration within a common inverse scalar wave problem formulation[J].

(下转第 500 页)