

考虑脉冲高度分布(PHD)的光电倍增管光子探测模型

向雨琰¹, 马跃¹, 郭高峰², 景泉², 李松^{1,3*}

(1. 武汉大学电子信息学院, 湖北武汉 430072;

2. 中国空间技术研究院, 北京 100098;

3. 武汉量子技术研究院, 湖北武汉 430010)

摘要:光电倍增管(Photomultiplier Tubes, PMT)具有光子级别的灵敏度, 而且没有物理意义上的死区时间, 在光子计数雷达应用中有独有的优势, 但 PMT 响应单光子输出脉冲高度呈高斯随机分布, 且不同脉冲之间还有可能产生堆叠, 传统的单光子模型不能准确描述 PMT 的光子探测过程。针对 PMT 输出脉冲高度随机分布, 脉冲堆叠现象和光子事件鉴别阈值的设置对光子事件探测概率的影响提出了一个新的 PMT 光子探测模型, 并根据实际应用场景进行了简化, 通过蒙特卡洛仿真验证了简化模型的适用性。搭建了光子计数雷达系统, 通过和盖革模式 APD 进行实验对比, 发现 PMT 光子探测模型虽然有略微的探测概率损失, 但在测距应用中具有更小行走误差和更高测距精确度。实验也证明了新模型相比于传统单光子探测模型更符合 PMT 的光子事件探测概率分布, 新模型对基于 PMT 光子计数雷达的系统设计和理论分析具有重要的指导意义。

关键词:光电倍增管; 脉冲堆叠; 脉冲高度分布; 探测概率模型

中图分类号: 42.79.Qx; 07.07.Df; 42.68.Wt

文献标识码: A

The photon detection mode of photomultiplier tubes considering the pulse height distribution

XIANG Yu-Yan¹, MA Yue¹, GUO Gao-Feng², JING Quan², LI Song^{1,3*}

(1. School of Electronic Information, Wuhan University, Wuhan 430072, China;

2. China Academy of Space Technology, Beijing 100098, China;

3. Wuhan Institute of Quantum Technology, Wuhan 430010, China)

Abstract: Photomultiplier tubes (PMT) have unique advantages in photon-counting LIDAR applications due to its photon-level sensitivity and lack of photon detection dead time. However, the output pulse height of PMT responds to the single photon follows the Gaussian random distribution, and there may produce pile up between different pulses. When using the fixed threshold method to identify the photo-events, the traditional single photon model can not accurately describe the photon detection process of PMT. By analyzing the influence of PMT output pulse height distribution, pulse pile up and the amplitude of photo-event discrimination threshold on the photo-events detection probability, a new PMT photon detection theoretical model was built, and the mode was simplified according to the practical application scene. The applicability of the simplified model was verified by Monte Carlo simulation. The correlation characteristics of the new model in photon-counting ranging are analyzed. A photon-counting LIDAR system is built, compared with Geiger mode APD, the PMT photon detection model has a slight loss of photon detection probability, but it has a smaller ranging walking error and higher ranging accuracy in photon-counting ranging applications. The experiment also proves that the new model is more consistent with the photo-event detection probability of PMT than the traditional single photon detection model. The new model has important guiding significance for the system design and theoretical analysis of PMT photon-counting LIDAR.

收稿日期: 2022-05-23, 修回日期: 2022-06-16

Received date: 2022-05-23, revised date: 2022-06-16

基金项目: 国家自然科学基金(41801261), 湖北省重点研发计划(2022BID016)

Foundation items: Support by National Natural Science Foundation of China (41801261), Key Research Project of Hubei Province (2022BID016)

作者简介(Biography): 向雨琰(1994—), 男, 土家族, 湖北恩施人, 博士研究生, 主要研究领域为极弱信号探测. E-mail: 20133301220012@whu.edu.cn

*通讯作者(Corresponding author): E-mail: ls@whu.edu.cn

Key words: photomultiplier tubes, pulse pile up, pulse height distribution, detection probability model

引言

光电倍增管(Photomultiplier Tubes, PMT)具有光子级别的灵敏度,极低的暗计数,被广泛应用于可见光波段的光子计数法测距雷达和星载激光遥感中^[1-4]。PMT采用多级倍增级对初始单个光电子进行放大,放大倍数可达 $10^6\sim 10^7$ ^[5],但由于PMT电子倍增过程中二次电子发射过程是随机的,所以PMT的增益不是固定值,PMT输出的电子流脉冲的高度满足一定的随机分布,称为脉冲高度分布(Pulse-Height-Distribution)^[6]。而且PMT每个倍增级均存在热电子发射效应,这些热电子也会被倍增级放大,在输出端形成高度不一的脉冲输出,在实际应用中往往采用固定阈值的方法提取信号电子流脉冲,滤除高度较低的热电子流脉冲。

目前可见光波段常用的光子探测器除了PMT还有盖革模式雪崩光电二极管GM-APD(Geiger Mode Avalanche Photodiode),硅倍增管SIPM(Silicon Photomultiplier)和超导纳米线SNSPD(Superconducting Nanowire Single Photon Detector)^[7]。SIPM通常由数十甚至上千个GM-APD组成阵列,输出电压为各个单GM-APD响应电压的叠加,后续也需要进行阈值鉴别输出,后续电压叠加和鉴别输出类似PMT,但SIPM常温下暗计数率较高,单个光子的探测概率不如普通的GM-APD,目前主要应用在少光子探测领域^[8]。SNSPD量子效率高,暗计数率低,光子探测死区时间短,具有极好的发展前景,但是目前其成本高昂,需要极低温制冷,离投入激光雷达领域实际应用还有一段距离。所以目前在可见光波段的单光子激光雷达应用中,PMT和GM-APD价格适中,量子效率较高,是常用的两种光子探测器。PMT不同于GM-APD,PMT不需要淬灭,所以没有物理意义上的死区时间^[9],PMT具有连续探测光子的能力^[10-15]。但是PMT输出的是电子流脉冲,具有一定的脉宽,当多个光子到达的时间间隔小于电子流脉冲脉宽时,PMT输出的电子流脉冲会发生堆叠,形成一个新的脉冲输出,其高度也会发生改变^[16],堆叠后的电子流脉冲上升沿与鉴别阈值的交点时间为PMT输出的光子事件鉴别时间。脉冲堆叠会影响PMT光子探测概率,如图1所示,图1(a)表明,当两个光子脉冲堆叠时,鉴别电路无法分辨

出两个光子脉冲,只能记录第一个光子事件,产生了和死区时间一样的效果。图1(b)表明当两个光子事件脉冲堆叠时,有可能形成高度更大的脉冲,原本无法被鉴别的两个光子脉冲由于脉冲的堆叠,高度累加后超过阈值,被鉴别成一个光子事件。

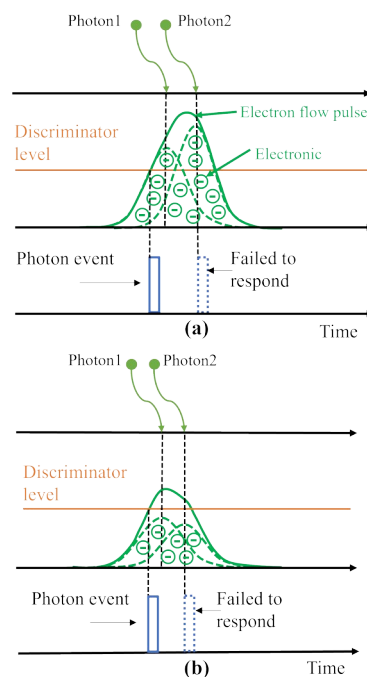


图1 脉冲堆叠效应,图中绿色虚线脉冲表示PMT响应单个光子输出的电子流脉冲,绿色实线脉冲表示堆叠之后的电子流脉冲:(a)脉冲堆叠导致的死区时间效应,(b)脉冲堆叠导致的高度增加效应

Fig. 1 Effect of pulse pile-up, in the figure, the green dashed line pulse represents the electron flow pulse of PMT responding to the output of a single photon, and the solid green line pulse represents the electron flow pulse after pile up: (a) dead time effect caused by pulse, (b) height increase effect caused by pulse pile-up

对于PMT光子探测应用来说,输出脉冲高度的变化和光子事件鉴别阈值都会影响PMT的光子探测概率,传统的单光子探测模型不再适用于PMT,需要建立新的模型去描述。R. Foord等人的研究明确指出,PMT响应单光子输出的电子流脉冲高度并非固定值,在某种特定情况下满足高斯分布,但是未建立相应的光子探测模型^[6];D. P. Donovan等人考虑了大气激光雷达光子探测中PMT的脉冲堆叠效应,建立了新的模型描述了光子计数率与阈值之

间的关系,但是该模型仅能用于计算光子计数率,未考虑PMT输出脉冲的高度分布对光子事件探测概率的影响^[16];Zhaodong Chen在基于PMT光子计数法测距应用中分析了脉冲堆叠效应对测距行走误差带来的影响,并建立误差修正模型,但是该模型也忽略了PMT输出脉冲的随机性和光子到达时间的随机性^[17];Zhiyu Zhang分析了PMT输出脉冲堆叠对PMT死区时间的影响,基于蒙特卡洛仿真的结果提出了相应的经验模型,但是该模型也未考虑PMT输出脉冲高度的随机分布^[18]。

为了描述PMT输出脉冲高度的随机分布、脉冲堆叠和光子事件鉴别阈值的设置对PMT光子探测的影响,本文建立了新的光子探测模型,并根据实际应用场景进行了简化,提高了模型的适用性,同时搭建了实验平台进行验证,通过和传统的光子探测器进行对比,证明了新模型的正确性,为基于PMT的光子计数雷达系统参数设计和测距能力分析提供了理论基础。

1 理论分析

1.1 回波光子分布

在光子计数法测距中,回波信号往往只包含十几个、甚至几个光子,假设出射激光在时域上满足高斯分布,则回波信号光子在时域上的分布可以表示为^[19]:

$$S(t) = \frac{N_s}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left[-\frac{(t-t_p)^2}{2\sigma^2}\right], \quad (1)$$

其中 N_s 为单次回波包含的光子数, σ 为激光回波的高斯脉宽, t_p 为回波激光到达的时间重心。假设光子计数法测距系统使用的计时设备的最小时间分辨率为 τ ,则在某个时间区间 $(t, t+\tau)$ 内的回波信号光子数为:

$$n_s(t, t+\tau) = \int_t^{t+\tau} S(t) dt = \int_t^{t+\tau} \frac{N_s}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{(t-t_p)^2}{2\sigma^2}} dt. \quad (2)$$

回波光子里,除了信号光子还有噪声光子,假设噪声光子率为 f_n ,噪声服从均匀随机分布,在光子计数法测距中 τ 和 N_s 都非常小,PMT在某个时间区间 $(t, t+\tau)$ 探测到 k 个光子的概率满足泊松分布^[20]:

$$P(t, t+\tau, K=k) = \frac{[n_s(t, t+\tau) + f_n\tau]^k}{k!} e^{-[n_s(t, t+\tau) + f_n\tau]}. \quad (3)$$

1.2 PMT输出脉冲高度分布

PMT多级倍增能将单个光电子通过多个倍增级放大 $10^5 \sim 10^6$ 倍后形成电子流脉冲,脉冲时域波形呈高斯函数分布:

$$f(t, n_r) = \alpha \cdot n_r \cdot e^{-\frac{(t-\mu_0)^2}{2\delta_p^2}}, \quad (4)$$

其中 α 为单个脉冲中包含的电子数到脉冲高度转换常数, δ_p 为单个脉冲的高斯脉宽, μ_0 为脉冲峰值位置,等效于光子到达时刻, n_r 为PMT的系统总增益, α 和 n_r 乘积即为PMT输出脉冲高度。但系统总增益 n_r (输出电子数/单个电子输入)不是固定的,根据Rfoord. F等人的研究^[6],由于PMT第一倍增级二次电子发射过程是满足泊松分布,即PMT阴极产生的光电子经第一级倍增级放大后产生的电子数满足泊松分布:

$$P(n_1 = n) = \frac{\lambda_1^n}{n!} e^{-\lambda_1}, \quad (5)$$

其中 n_1 为第一级倍增级产生的电子数, λ_1 为第一级倍增级的增益的平均值,在PMT后面 n 级倍增级中每一个电子二次发射产生的电子数量都满足式(5)所示的泊松分布,根据Woodward等人的研究,当每一级的增益 λ 都相同,且 $\lambda \gg 1$ 时,假设某种PMT一共有 r 个倍增级,则所有倍增级的系统总增益分布近似满足高斯函数^[21]:

$$G(n_r) \approx \frac{1}{\sqrt{2\pi}\delta_r} e^{-\frac{(n_r - \lambda)^2}{2\delta_r^2}}, \quad (6)$$

其中 $\delta_r = \lambda^{r-\frac{1}{2}}$ 。假设某种PMT有6个倍增级,每个倍增级的增益均为10,结合公式(4)、(6),则归一化后的PMT脉冲高度分布如图2所示。

可见PMT输出脉冲幅值高度并不是固定值,而

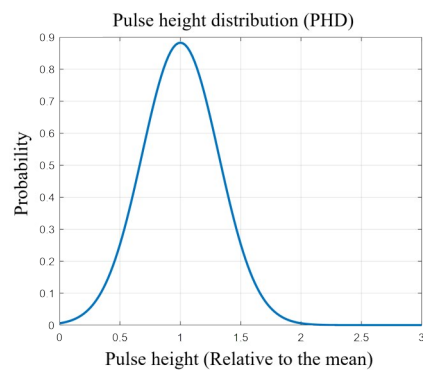


图2 PMT阳极输出信号电子流脉冲高度分布
Fig. 2 The pulse height distribution of PMT anode output signal electron current

不同的增益对应不同的PMT阳极输出脉冲高度,对于固定的光子事件鉴别阈值来说,即使PMT阴极产生了光电子,但由于阳极脉冲高度过小有可能无法被鉴别,从而影响光子事件的鉴别概率,同时PMT阳极输出脉冲还存在堆叠的现象,会增加脉冲的高度。一般来说为提高PMT的光子事件探测概率,鉴别阈值应当尽可能的低,但是在实际应用中,电路中会存在底噪,而且在背景光噪声和PMT自身发射的热电子的影响下,过低的阈值会导致过高的噪声计数率和暗计数率;而阈值设置的过高又会使光子事件探测概率下降。传统的单光子探测模型没有考虑到这些因素,所以需要建立新的模型描述PMT光子事件探测概率和光子鉴别阈值、脉冲高度分布和脉冲堆叠之间的关系。

1.3 考虑到脉冲高度分布的PMT光子事件探测概率理论模型

如图1所示,PMT阳极输出的两个时间间隔比较小的电子流脉冲会混叠在一起导致鉴别电路无法分辨,且高度会发生改变,记这个时间间隔为 τ_d 。如图3所示,当PMT输出脉冲脉宽很窄时,为方便分析计算,可以将PMT输出高斯脉冲简化为脉宽为 τ_d 的方波^[16]。从图3中可以看出,有多种情况会导致PMT输出的电子流脉冲高度超过阈值:图3(a)所示的单个脉冲高度高于鉴别阈值的情况,其概率记为 $P_{(1a)}$;图3(b)所示,当有两个脉冲时,前一个脉冲高度小于阈值,与第二个脉冲堆叠后高度超过阈值的情况,其概率记为 $P_{(1b \cap 2a)}$;图3(c)表示有三个脉冲时,前两个脉冲高度之和小于阈值,与第三个脉冲堆叠后高度超过阈值的情况,其概率记为 $P_{(2b \cap 3a)}$ 。同理, $P_{[nb \cap (n+1)a]}$ 表示有 $n+1$ 个脉冲,前 n 个脉冲高度之和小于阈值,和第 $n+1$ 个脉冲堆叠后的高度超过阈值的概率。

根据图3所示的情况,每有一个电子流脉冲超过阈值,PMT输出一个光子事件。当时间飞行仪的时间分辨率 τ 和入射光子数都很小时,可以认为单个时间区间 τ 内出现多个光子的概率为0,则根据公式(3)PMT在第 i 个时间区间内探测到一个光子的概率为:

$$P_i(t_i) = P(t_i, t_i + \tau, K = 1) \approx 1 - P(t_i, t_i + \tau, K = 0) = 1 - e^{-[n_i(t_i, t_i + \tau) + f_n \tau]} \quad (7)$$

如图3所示,PMT在第 i 个时间区间内鉴别到光子事件的概率为:

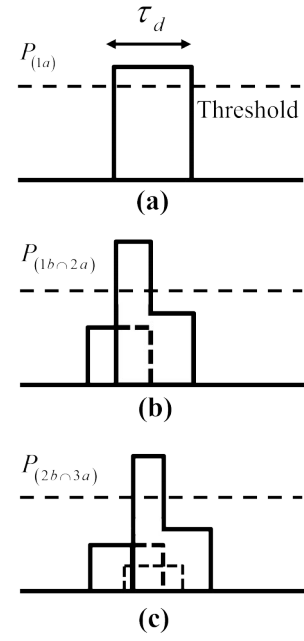


图3 PMT输出脉冲堆叠,虚线为脉冲堆叠的部分,实线为脉冲堆叠的结果

Fig. 3 PMT output pulse pile-up, dotted line is the part of pulse pile-up, solid line is the result of pulse pile-up

$$P(t_i) = P_i(t_i) \cdot \left\{ P_{(1a)} + P_{(1b \cap 2a)} + P_{(2b \cap 3a)} + \dots + P_{[nb \cap (n+1)a]} \right\} \quad (8)$$

式(8)即为考虑PMT输出脉冲高度随机分布和脉冲堆叠的光子探测模型,模型中 $P_{[nb \cap (n+1)a]}$ 和PMT光子事件鉴别阈值有关。假设 h_n 为 n 个脉冲堆叠后的高度, $P_n(h_n)$ 为 n 个脉冲堆叠后的高度为 h_n 的概率,则有:

$$P_n(h_n) = \int_0^{+\infty} \int_0^{+\infty} \dots \int_0^{+\infty} \omega(s_1) \omega(s_2) \dots \omega(s_n) ds_1 ds_2 \dots ds_n, \quad (9)$$

其中:

$$h_n = \sum_{i=1}^n s_i \quad (10)$$

s_i 为第 i 个脉冲的高度, $\omega(s_i)$ 为第 i 个脉冲高度为 s_i 的概率。假设光子事件鉴别阈值 T 对应的电子流脉冲包含的电子数为 V_r ,当 $\omega(s_i)$ 满足式(6)所示的高斯分布时,PMT输出的某个电子流脉冲包含的电子数大于 V_r 的概率为:

$$P_1(h_1 > T) = G(\alpha^{-1} h_1 > V_r) = \int_{V_r}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi} \delta_r} e^{-\frac{(\alpha h_1 - \lambda)^2}{2\delta_r^2}} d\alpha^{-1} h_1 \quad (11)$$

α 为单个脉冲中包含的电子数到脉冲高度转换常数,考虑到脉冲堆叠,则式(8)中的系数可以由下面方式计算得到:

$$P_{(1a)} = P(t_i - \tau_d, t_i, K = 0) \cdot P_1(s_1 > T), \quad (12)$$

$$P_{(1b \cap 2a)} = P(t_i - \tau_d, t_i, K = 1) \cdot \int_0^T P_1(h_1) P_1(s_2 > T - h_1) dh_1, \quad (13)$$

$$P_{(2b \cap 3a)} = P(t_i - \tau_d, t_i, K = 2) \cdot \int_0^T P_2(h_2) P_1(s_3 > T - h_2) dh_2, \quad (14)$$

$$P_{[nb \cap (n+1)a]} = P(t_i - \tau_d, t_i, K = n) \cdot \int_0^T P_n(h_n) P_1(s_{n+1} > T - h_n) dh_n. \quad (15)$$

公式(8)完整表达式非常复杂,包含了 n 种脉冲堆叠的情况,但在实际应用中,为保证 PMT 的光子探测概率,阈值不会设置得很高,通常要小于脉冲高度的均值,且每次回波光子的数量很少,所以在极小时间内出现多个光子且 PMT 响应这些光子输出的脉冲高度叠加后小于阈值的情形发生概率极低,这些情况的概率可以忽略不计。所以本文认为当回波光光子数较少,光子事件鉴别阈值不高时有:

$$P_{[nb \cap (n+1)a]} \approx 0, n > 1. \quad (16)$$

故只考虑图 3(a)、(b)两种情形,式(8)可以简化为:

$$P(t_i) = P_i(t_i) \cdot [P_{(1a)} + P_{(1b \cap 2a)}] \quad (17)$$

为进一步简化模型,本文认为当鉴别阈值较低时,两个脉冲堆叠后高度一定超过鉴别阈值,则式(17)中的两个系数可以表达为:

$$\begin{cases} P_{(1a)} = P_1(h_1 > T) \cdot P(t_i - n_d, t_i, K = 0) \\ P_{(1b \cap 2a)} = (1 - P_1(h_1 > T)) \cdot P(t_i - n_d, t_i, K = 1) \end{cases} \quad (18)$$

则式(8)可以简化为:

$$P(t_i) = P_i(t_i) \cdot [P_1(h_1 > T) \cdot P(t_i - n_d, t_i, K = 0) + (1 - P_1(h_1 > T)) \cdot P(t_i - n_d, t_i, K = 1)] \quad (19)$$

其中 n_d 为 PMT 响应单光子输出电子流脉冲持续时间 τ_d 所包含的时间区间的个数。式(19)为考虑到 PMT 脉冲高度随机分布、脉冲堆叠和光子事件鉴别阈值的光子探测简化模型,相比于式(8)有明确的表达式,便于计算分析,但和传统单光子模型相比依然更为复杂。从公式中可以看出,虽然 PMT 没有物理意义上的死区时间,但是 PMT 特有的脉冲高度随机分布、脉冲堆叠现象也会一定程度上影响光子

事件的探测概率。

2 蒙特卡洛仿真分析

为了验证理论的正确性和简化模型的有效性,使用计算机对 PMT 的光子探测过程进行仿真,研究 PMT 输出脉冲高度变化和鉴别阈值的设置对光子探测概率的影响,设置仿真条件如表 1 所示

表 1 仿真条件

Table 1 Monte Carlo simulation conditions

参数	值
PMT 输出脉宽	1.2 ns
激光脉冲脉宽	1.8 ns
时间分辨率 τ	200 ps
PMT 单级增益	10
PMT 倍增级数	6
噪声	50 KHz
仿真次数	10000

蒙特卡洛仿真过程:

(1)根据式(3)所示的泊松分布生产 n_{sp} 个信号光子和 n_{np} 个噪声光子,概率分别为 $P(t - 3\delta, t + 3\delta, K = n_{sp})$, $P(t - 3\delta, t + 3\delta, K = n_{np})$;

(2)随机生成 n_{sp} 个信号光子时间标签,其概率满足公式(1)所示的高斯分布,同时在区间 $[t - 3\delta, t + 3\delta]$ 内按照均匀随机分布产生 n_{np} 个噪声时间标签;

(3)以所有的时间标签作为均值,生成高度相同,方差为 δ_p 的高斯脉冲函数,然后每个脉冲函数乘上高度变化系数,其分布满足式(6)所示的高斯函数,最后将所有脉冲函数相加。

(4)找出累加后的脉冲函数第一次超过阈值的时间,该时间即为本次仿真的光子事件鉴别时间,如果没有则跳过;

(5)按照设定的仿真次数重复上述(1)~(4)步骤,然后统计分析所有光子事件鉴别时间,并绘制直方图。

为避免 PMT 输出脉冲高度变化引入额外的行走误差,本文采用的 PMT 输出的单电子响应电子流脉冲脉宽只有 1.2 ns。在 10 个光子入射的条件下,电子流脉冲高度变化引起的时间漂移误差小于 50 ps,远小于仿真的时间分辨率,可以忽略。首先将阈值电子数 V_r 设置为 10^6 个,不考虑噪声的情况下, PMT 光子探测模型和传统光子探测模型的探测概率和入射光子数的关系如图 4 所示

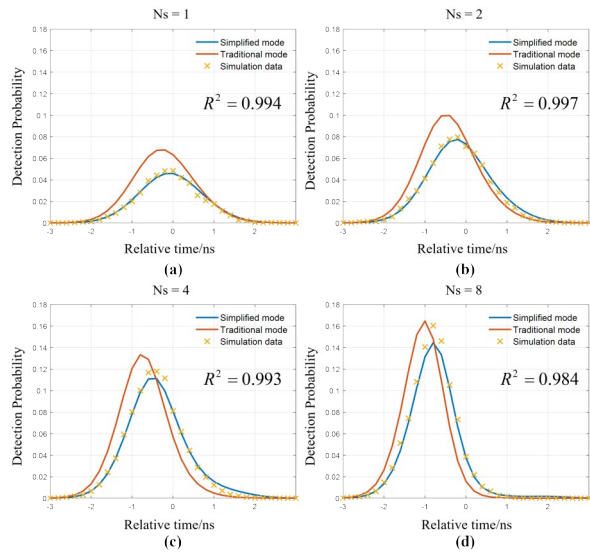


图4 光子探测概率时间分布,图中橙色实线为传统单光子模型的光子探测概率,蓝色实线为PMT简化模型的探测概率,黄色‘X’为蒙特卡罗仿真数据点, R^2 为蒙特卡罗仿真数据和简化模型理论曲线的拟合优度系数:(a) $N_s=1$, (b) $N_s=2$, (c) $N_s=4$, (d) $N_s=8$

Fig. 4 Photon-events detection probability time distribution, in the figure, the solid orange line is the photon detection probability of the traditional single-photon model, the solid blue line is the detection probability of the simplified PMT model, and the yellow 'X' is the Monte Carlo simulation data point: (a) $N_s=1$, (b) $N_s=2$, (c) $N_s=4$, (d) $N_s=8$

对比图4可以看出,蒙特卡罗仿真结果和本文提出的PMT简化模型在光子数越少时,拟合效果比较好,当 $N_s=2$ 时,数据拟合优度系数最高可达0.997,符合前一节的分析;而且在回波光子数较多时($N_s>4$),数据拟合优度系数有略微下降,但是简化模型除了在探测概率峰值处和仿真结果有一定偏差外,在探测概率时间分布上和仿真结果几乎没有差异。蒙特卡罗仿真结果说明本文提出的简化模型在光子数较少时能够较好地描述PMT光子探测概率的时间分布和探测概率。由于PMT输出脉冲高度的不确定性,部分输出脉冲小于光子事件鉴别阈值,所以在相同入射光子数的情况下,PMT整体探测概率略微偏低,特别是在入射光子数较少时,但也可以看出PMT的测距行走误差要小于传统模型。光子计数测距法的测距行走误差 R_a 和精确度 R_p 可以用下面的式子来表示^[22]:

$$R_a = \frac{c}{2} \cdot \left[\frac{\sum_{i=1}^{n_{total}} t_i \cdot P(t_i)}{\sum_{i=1}^{n_{total}} P(t_i)} - t_p \right], \quad (20)$$

$$R_p = \frac{c}{2} \cdot \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n_{total}} t_i^2 \cdot P(t_i)}{\sum_{i=1}^{n_{total}} P(t_i)} - \frac{4}{c^2} R_a^2}, \quad (21)$$

其中 R_a 为光子计数测距法的行走误差, R_p 为光子计数测距法的精确度, n_{total} 为整个距离门内时间区间的总数, c 为光速。从图5中可以看出,虽然光子事件探测概率有略微的降低,但是PMT光子探测模型的测距行走误差和测距精确度都要优于传统光子探测模型。误差方面,入射光子数越多,两种模型差异越大,在入射光子数为10个时,PMT的测距行走误差比传统模型小5 cm;精确度方面,在光子数入射较少时,PMT模型的测距精确度明显优于传统光子探测模型,随着光子数增加,PMT测距精确度随之提高,并且与传统单光子模型的差异减小。通过对比可以得出结论,总体来说由于PMT输出脉冲高度随机分布导致PMT相较于传统的光子探测器在相同情况下有略微的探测概率损失,但是有着更低的测距行走误差和更高的测距精确度,在高精度的单光子测距应用中有明显优势。

根据第一节的分析除了脉冲高度分布,PMT的光子事件探测概率还与光子事件鉴别阈值有关,从图6(a)中可以看出,PMT的鉴别阈值越低,光子事件的探测概率越高,反之越低,同时探测概率曲线峰值的时间向零点漂移,测距漂移误差减小。图6(b)反映了PMT的鉴别阈值越低,测距行走误差越大,反之越小。

在实际使用时,由于电路底噪和PMT热电子发射产生的电子流输出的影响,光子事件的鉴别阈值不可能无限低,适当提高阈值可以减小PMT的噪声计数,减小测距行走误差,但是过高的阈值又会降低光子探测概率。在实际使用时可以根据需求设置PMT的光子事件鉴别阈值,在对信噪比要求较高的场合中,可以设置较低的鉴别阈值保证探测概率;在对测距精度要求较高的场合中,设置较高的鉴别阈值可以减小单光子激光雷达系统的测距行走误差,同时也能减弱噪声的影响。

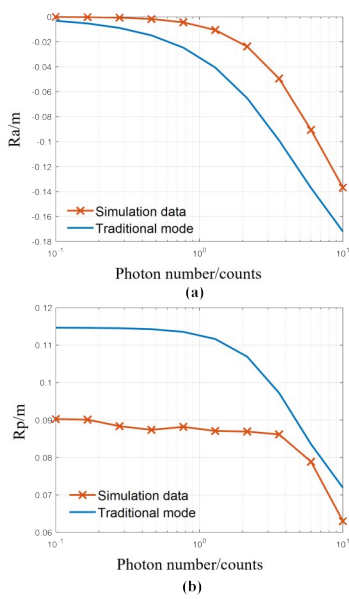


图5 PMT光子探测模型和传统模型测距行走误差和测距精确度的对比,图中蓝色实线代表传统光子探测模型,橙色实线代表PMT光子探测模型:(a)测距行走误差 R_a , (b)测距精确度 R_p

Fig. 5 Comparison of ranging walking error and ranging accuracy between PMT photon detection model and traditional model, in the figure, the solid blue line represents the traditional photon detection model and the solid orange line represents the PMT photon detection model: (a) ranging walking error R_a , (b) ranging accuracy R_p

3 实验验证

图7(a)为实验系统框图,激光器(Laser)为532 nm 半导体泵浦固体激光器,激光脉冲半高全宽为1.8 ns,分束器(Beam splitter)为高透光学玻璃,将极小一部分能量反射至光电二极管(PIN)中,光电二极管输出的电信号输入至时间飞行仪中作为Start信号,衰减片组由固定衰减片(ND filter)和连续可调衰减片(Adjustable ND filter)组成,用于精确控制回波光光子数,接收端光学天线通过光纤连接在PMT或者GM-APD上,它们输出的信号作为时间飞行仪的Stop信号,计算机(Computer)用于接收时间飞行仪(Time to Digital Converter, TDC)的计时数据和控制激光器驱动(Laser driver)。

接收端回波光光子数可以由以下方法得到:调整好光路后,打开激光器,取走固定衰减片和可调衰减片,将高精度高带宽APD模块(THORLABS-APD430M)接入接收天线的光纤,通过示波器读取此时APD模块输出的幅值 V_p 和脉冲半高全宽 t_h ,此

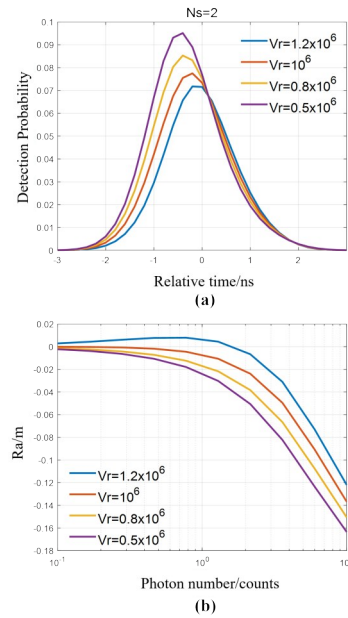


图6 PMT探测概率、测距行走误差和阈值的关系,(a)入射光子数 $N_s=2$ 时探测概率和阈值的关系,(b)不同阈值条件下测距行走误差和入射光子数之间的关系

Fig. 6 The relationship between PMT detection probability, ranging walking error and photon event identification threshold, (a) the relationship between the detection probability and the threshold when the number of incident photons $N_s=2$, (b) the relationship between the ranging walking error and the number of incident photons under different threshold conditions

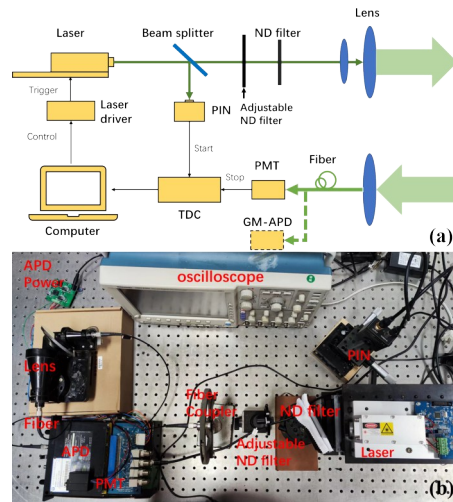


图7 光子计数雷达系统:(a)实验系统框图,(b)系统实物图
Fig. 7 Photon-counting radar system: (a) a block diagram of experimental system, (b) a photograph of the photon counting LIDAR

时回波脉冲中的光子数可以由下面的式子计算得到:

$$N_s = \frac{V_p t_h}{S_v M R_i h \nu} \quad , \quad (22)$$

其中 h 为普朗克常数, ν 为激光频率, S_v 为光子频率为 ν 时 APD 的灵敏度, M 为 APD 增益, R_i 为 APD 模块的跨阻放大倍数。放入固定衰减片(OD3)和可调衰减片(NDC-100C-2)后,单光子探测接收到的光子数为:

$$n_s = N_s \times 10^{-3-m\theta} \quad , \quad (23)$$

其中 m 为可调衰减片的衰减系数, θ 为可调衰减片被激光照射位置对应的刻度,通过调节衰减片的角度就能得到相应的入射光子数。实验中不加衰减片时通过 APD 模块测得单个脉冲包含的回波光子数平均值为 21386 个,加入衰减片后,探测器接收到的回波光子数和可调衰减片的刻度设置如下表所示:

表 2 可调衰减片刻度与入射光子数之间的关系

Table 2 The relationship between adjustable attenuation scale and incident photon number

入射光子数	衰减倍数	刻度 θ
0.5	$10^{-3-1.61}$	217.3
1	$10^{-3-1.30}$	175.4
2	$10^{-3-1.00}$	135.0
3	$10^{-3-0.82}$	110.7
4	$10^{-3-0.70}$	94.5
8	$10^{-3-0.40}$	54.0
10	$10^{-3-0.30}$	40.5

使用的 PMT 裸管型号为 (HAMAMATSU-R9880U-210), 偏置电压为 1089 V, 一共有 10 级倍增级, 在偏置电压为 1089 V 的条件下, 总增益约为 3×10^6 , 为减小输出脉冲脉宽, 倍增级末级负载电阻设置为 150 Ω , 实测 PMT 输出端底噪为 40 mV。PMT 响应单光子输出的电压峰值可以由下面的式子估计:

$$V_p = \frac{M_p \cdot e}{t_m} \cdot R_L \quad , \quad (24)$$

其中 V_p 为 PMT 响应单个光子输出电压平均峰值, M_p 为 PMT 的平均总增益, e 为单个光电子携带的电荷量, t_m 为 PMT 响应单个光子输出的电流脉宽, 这里取值 1.2 ns, R_L 为倍增级末级负载电阻, 这里取值 150 Ω , 带入可得:

$$V_p = 62.5 \text{ mV} \quad , \quad (25)$$

该 PMT 输出脉冲高度分布满足式(6)所示的高斯函数, 平均值为 62.5 mV, 标准差为 29.5 mV。

实验使用的 PMT(R9880U-210) 和 GM-APD 模块 (SPCM-AQ4C) 的参数如表 3 所示, 两种单光子探测器在增益和 532 nm 波段的量子效率相差不大, 满足对比实验的要求。本次实验采用重复测量获取光子探测概率统计直方图的方式研究 PMT 光子探测概率和对比两种探测器的差异, 时间抖动为随机误差会被多次重复测量平滑, 而且两种光子探测器的时间抖动均小于激光器出射激光脉宽, 对测距精度影响不大, 所以在实验结果分析中忽略探测器时间抖动带来的影响。

表 3 PMT 和 GM-APD 模块性能参数

Table 3 The parameters of PMT and GM-APD module

项目	PMT	GM-APD
增益	$10^6 \sim 10^7$	$10^6 \sim 10^7$
量子效率(532 nm)	30%	35%
暗计数(counts)	<30	<500
探测死区时间	3.2 ns	50 ns
时间抖动	<500 ps	<600 ps

首先, 将 PMT 阈值设置为 60 mV 左右, 此时阈值位于 PMT 输出脉冲平均值附近, 根据高斯函数对称性可知 $P_1(h_1 > T) \approx 0.5$, 探测目标为白色墙体, 距离为 4.88 m, 通过调节可调衰减片改变系统的入射光子数。激光器工作重频为 1 KHz, 累计测量时间 2 s, 时间飞行仪测得的 GM-APD 和 PMT 的光子分布直方图与入射光子数的关系如图 8 所示, 由于两种探测器的电路延时不一样, 为方便比较, 将目标距离作为参考时间零点。图 8(a) 为入射光子数为 1、2、3、4 时 GM-APD 的光子探测概率, 图 8(b) 为 PMT 探测概率, 对比可以发现 GM-APD 有比较高的光子探测概率, 同时也有更大的测距行走误差, 当光子数从 1 变化到 4 时, 测距行走误差从 1.34 cm 变化到 11.57 cm; PMT 探测概率略微偏低, 但行走误差更小, 光子数从 1 变化到 4 时, 测距行走误差从 0.24 cm 变化到 6.87 cm, 几乎只有 GM-APD 的一半。实验结果符合前一节理论分析。

从图 9(a) 中可以看出, 实验中入射光子数变化导致的 PMT 测距行走误差明显要小于 GM-APD, 而且测距实验数据较好地符合了简化模型的理论曲线值, 证明本文提出的 PMT 光子探测模型的有效性和实用性; 从图 9(b) 中可以看出 PMT 不仅行走误差要小于 GM-APD, 在相同入射光子数的情况下, PMT 拥有更好的测距精确度。

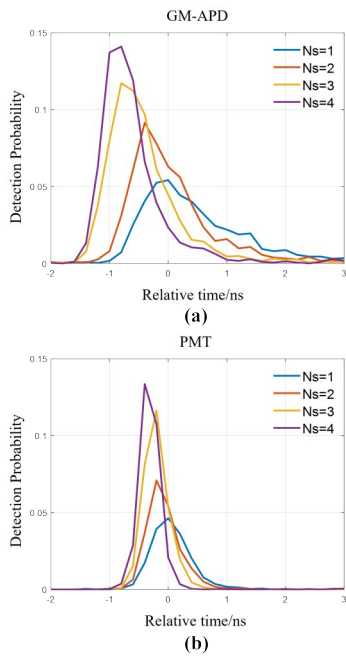


图8 光子探测概率与入射光子数之间的关系:(a) GM-APD, (b) PMT

Fig. 8 The relationship between photon detection probability and incident photon number: (a) GM-APD, (b) PMT

实验证明,在激光脉冲较窄,入射光子数较少时,虽然PMT整体探测概率略低于GM-APD,但是PMT的测距行走误差要小于GM-APD,同时具有更高的测距精确度,在高精度测距应用场景下PMT作为单光子探测器相对于GM-APD有明显的优势。

4 讨论

4.1 不同脉冲高度分布函数对光子计数法测距的影响

不同PMT有不同的倍增级个数,也有不同的倍增级种类,比如环形聚焦型、盒型、直线聚焦型等,导致不同的PMT脉冲高度分布函数都不一样,根据Prescott等人的相关研究^[23],PMT输出的脉冲高度分布函数主要有指数分布、泊松分布和高斯分布。为研究不同脉冲高度分布函数对脉冲测距法的影响,构建了三种脉冲高度分布函数如图10所示,为方便比较,三种脉冲高度分布函数均做了归一化处理,脉冲高度均值为1。

采用第二节的仿真条件分别对三种分布函数的光子探测概率进行蒙特卡洛仿真,图11为入射光子数为2时,三种函数的探测概率和光子事件鉴别阈值的关系。可以看出随着鉴别阈值的提高,三种分布函数的探测概率随之下降,探测概率曲线重心

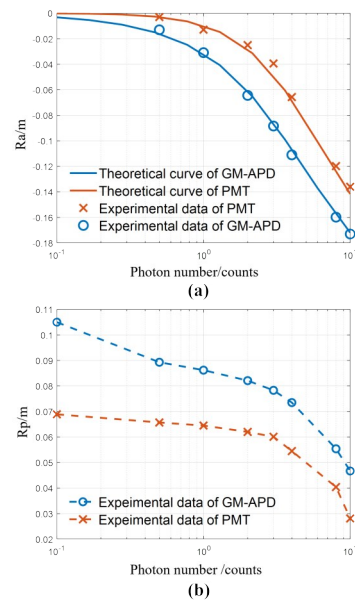


图9 实验结果:(a)入射光子数与测距行走误差实验结果和理论曲线,图中蓝色实线为GM-APD的测距行走误差随入射光子数变化的理论曲线,蓝色‘o’为GM-APD的实验数据点,橙色实线为PMT的测距行走误差随入射光子数变化的理论曲线,橙色‘x’为PMT的实验数据点,(b)PMT与GM-APD的测距精确度随入射光子数变化的实验结果

Fig. 9 Experimental results: (a) experimental results and theoretical curves of incident photon number and ranging walking error, the solid blue line in the figure is the theoretical curve of GM-APD ranging walking error changing with incident photon number, and the blue ‘o’ is the experimental data point of GM-APD, the solid orange line is the theoretical curve of PMT ranging walking error varying with the number of incident photons, and the orange ‘x’ is the experimental data point of PMT, (b) experimental results of the ranging accuracy of PMT and GM-APD varying with the number of incident photons

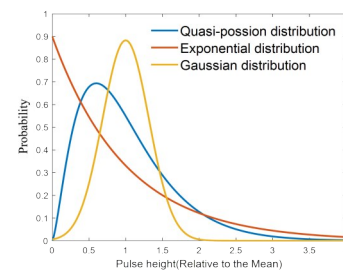


图10 三种脉冲高度分布函数

Fig. 10 Three pulse height distribution functions

向零点漂移,行走误差减小;而且当鉴别阈值较低时,三种分布函数的探测概率有明显的区别,高斯分布函数的探测概率最高,泊松分布其次,指数分布最低;当鉴别阈值较高时,探测概率最小,此时三种分布的探测概率近似相等。

从图12(a)中可以看出,高斯分布的测距行走

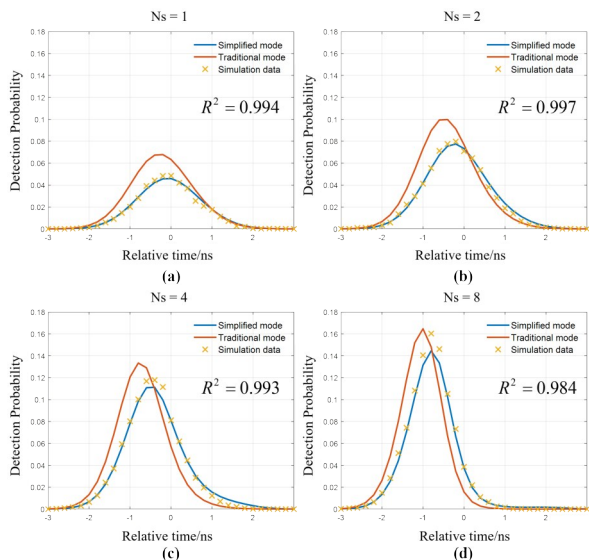


图 11 入射光子数为 2 时,三种脉冲高度分布函数的光子事件探测概率与归一化鉴别阈值之间的关系:(a) $T=0.3$, (b) $T=0.7$, (c) $T=1$, (d) $T=1.5$

Fig. 11 When the number of incident photons is 2, the relationship between the photon event detection probability and normalized identification threshold of the three pulse height distribution functions: (a) $T=0.3$, (b) $T=0.7$, (c) $T=1$, (d) $T=1.5$

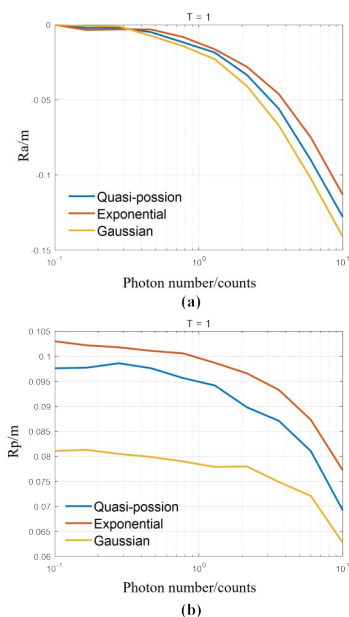


图 12 当阈值 $T=1$ 时,三种脉冲高度分布函数的测距行走误差、测距精确度与入射光子数之间的关系:(a) 测距行走误差, (b) 测距精确度

Fig. 12 When the threshold $T=1$, the relationship between the ranging walking error, ranging accuracy and incident photon number of the three pulse height distribution functions: (a) ranging walking error and (b) ranging accuracy

误差最大,泊松分布次之,指数分布最小,虽然有区别,但整体差异不大,在入射光子数为 10 个时,不同分布模型测距行走误差差异不到 2 cm;从 12(b) 中可以看出,高斯分布的测距精确度最高,明显高于另外两种分布函数,泊松分布次之,指数分布最差。

整体来看,不同脉冲高度分布函数对 PMT 的光子探测概率,测距能力均有一定的影响。输出满足高斯分布的 PMT 其脉冲高度分布集中均值附近,所以相较于其他两种分布,其拥有最高的光子探测概率,测距精确度,同时测距行走误差也没有明显增加,最适合于光子计数测距的应用。

4.2 强背景光噪声条件下阈值设置对信号探测的影响

在光子计数雷达应用中,当回波信号光子数较少时, PMT 光子事件鉴别阈值应当尽可能低以保证信号光子探测概率,但对于某些反射率较高的目标,回波信号光子数和背景噪声光子数都较多。比如 ICESat-2 激光测高卫星在冰雪地区回波光子数最大能达到十几个,白天的噪声计数率能达到几十 MHz^[13],根据传统的单光子探测模型,回波光子数过多会增大测距行走误差,过高的噪声会降低光子探测概率并且大幅增加光子探测器输出的数据量,提升了卫星处理和传输数据的难度。根据第二节分析, PMT 可以通过调节阈值来降低背景光噪声的影响,合理调节阈值可以降低噪声计数率,减小测距行走误差,提高系统信噪比。使用蒙特卡洛仿真模拟高反射率目标和高背景光噪声的应用场景,如图 13 所示,仿真设置的噪声率为 50 MHz,回波光子数为 4 个,图中红色实线为信号光子事件时间均值。可以看出,当光子事件鉴别阈值较低时, PMT 容易受到噪声光子的影响,系统信噪比低,当鉴别阈值提高时,由于噪声光子在整个距离门内服从均匀分布,不同噪声光子脉冲之间发生堆叠的概率很小,几乎为零,较高的鉴别阈值能够轻易滤除噪声。而信号光子主要集中在激光脉冲持续时间内,所以在回波光子数较多时,发生脉冲堆叠的概率大,更容易被鉴别。

如表 4 所示,随着鉴别阈值不断增加,光子事件探测概率总体呈下降趋势,但是测距行走误差在不断减小,精确度也在不断提高,虽然存在探测概率损失,但是能极大地提升系统信噪比和测距精确度,而且通过合理提高 PMT 光子事件鉴别阈值,就能实现低噪声甚至无噪声的信号光子探测,在特定

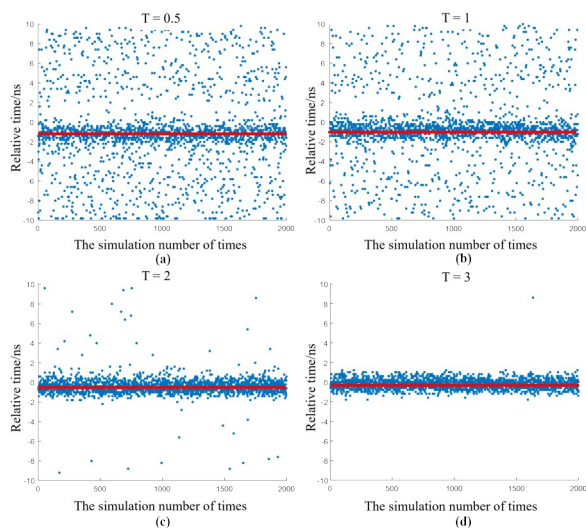


图 13 光子探测信噪比与光子事件鉴别阈值的关系: (a) $T=1$, (b) $T=2$, (c) $T=3$, (d) $T=4$

Fig. 13 The relationship between the signal-to-noise ratio of photon detection and the identification threshold of photon events: (a) $T=1$, (b) $T=2$, (c) $T=3$, (d) $T=4$

的目标场景下有很高的应用价值。

为验证仿真分析的正确性,使用第3节所示的实验系统,将回波信号光子数设为4个,同时打开日光灯引入巨量背景光噪声,测得光子探测概率分布

表 4 测距行走误差、测距精确度、探测概率与阈值之间的关系

Table 4 The relationship between ranging walking error, ranging accuracy, detection probability and threshold

阈值 T	行走误差/m	精确度/m	信号光子探测概率
0.5	-0.103 1	0.067 8	0.72
1	-0.078 5	0.067 2	0.79
2	-0.058 7	0.059 2	0.69
3	-0.033 3	0.052 5	0.39

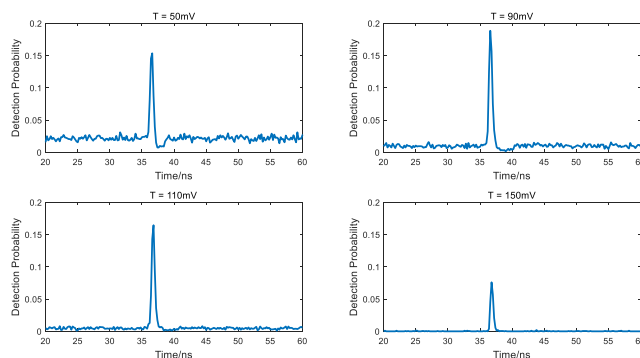


图 14 实验测得信号光子累计直方图与阈值的关系

Fig. 14 The relationship between signal photon detection probability and threshold

直方图与阈值的关系如图 14 所示,打开日光灯后背景噪声计数率为 113.4 MHz,实验结果同蒙特卡洛的仿真结果一致,提高阈值能够明显减小背景噪声光子计数,同时可以看出,当背景光噪声较强时,在一定程度内增加阈值反而会增加信号光子探测概率。因为在实际应用中,PMT 输出的电子流脉冲幅值小,脉宽窄,需要对电子流脉冲进行数字化整形后才能被时间飞行仪所鉴别,PMT 通过光子事件锁存电路和信号整形电路产生标准的数字电平,但是在锁存电路锁存时间内光子事件鉴别电路不能响应新的电子流脉冲,所以某个信号光子可能会被前一个噪声光子产生的锁存时间遮蔽,如下图 15(a) 所示:

当噪声光子率特别高时,噪声光子事件产生的锁存时间对信号光子事件的遮蔽概率较大,即使此时的阈值较低,信号光子的探测概率依然不高;当阈值略微提高,阈值超过噪声脉冲的高度,噪声光子探测概率下降,但是由于信号光子存在堆叠效应,信号光子的探测概率反而会提高,如图 15(b) 所示,所以在噪声光子率较高时,可能会出现阈值提高,探测概率反而增加的情况。

图 16 为反映高噪声率条件下信号光子探测概率和归一化阈值大小之间关系的蒙特卡洛仿真,探测电路锁存时间设置为 3.2 ns,其余仿真条件和表 1 相同,从仿真结果中可以看出,当归一化的光子鉴别阈值从 0.5 提升到 1.5 时,信号光子的探测概率反而在不断提高,当阈值超过 2 时探测概率开始下降,和实验结果相符,说明在噪声光子率较高时,一定程度内提高阈值可以提升 PMT 的信号光子探测概率。

综上所述,当回波信号和背景光噪声都较强时,可以适当提高 PMT 光子事件鉴别阈值以达到提

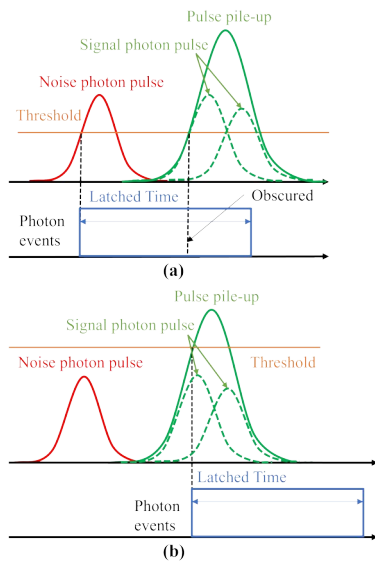


图 15 噪声光子对信号光子的遮蔽效应:(a)低鉴别阈值, (b)高鉴别阈值

Fig. 15 The shadowing effect of noise photons on signal photons: (a) the low identification threshold, (b) the high identification threshold

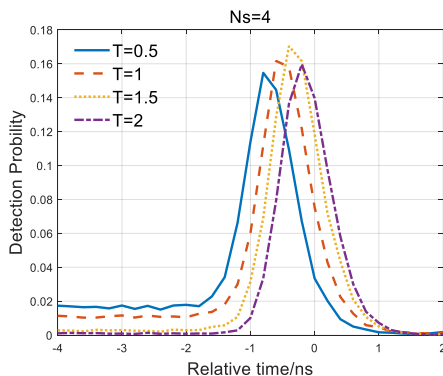


图 16 高噪声率条件下光子探测概率和归一化阈值的关系
Fig. 16 The relationship between photon detection probability and normalized threshold at high noise rate

高光子探测概率和测距精准度的目的,在对探测概率要求不高的场合下,牺牲部分探测概率,提高鉴别阈值甚至能实现无噪声信号光子探测。

4.3 宽回波脉冲条件下简化模型的适用性

第二节蒙特卡洛仿真和第四节实验中使用的激光回波脉冲脉宽参数都较小,和PMT输出的电子流脉冲脉宽相当,在实际应用中,可能会遇到激光器发射脉宽较宽和回波激光脉冲被目标展宽的情况,为研究PMT光子探测简化模型的适用性,将表1中回波激光脉宽设置为10 ns后进行蒙特卡洛仿真。

将回波激光脉宽修改为10 ns后,仿真结果如图

17所示。在第二节的图4中,回波光子数较多时($N_s > 4$),数据拟合优度系数有略微下降;而图17相比于图4,当激光回波脉宽为10 ns时,从拟合优度的数值上可以看出,随着入射光子数的增加,数据拟合优度并没有下降。

图17结果说明该简化模型也适用于激光脉宽回波较宽的情况,而且在回波光子数较多时,数据和理论曲线符合效果更好。原因分析:在激光回波较宽的情况下,回波光子数相同时,相当于在信号脉宽范围内进一步平均了光子数,单位时间内的光子数减少;因此,极短时间内出现多个回波光子堆叠的概率要比窄回波脉宽的情况要低,更符合文中的简化条件,所以在回波激光脉宽较宽时,PMT光子探测简化模型和仿真结果数据的拟合优度比窄回波脉冲的情况要好。

5 总结

由于二次电子发射过程的随机性,PMT响应单光子输出的脉冲高度并不是固定值,高度满足高斯随机分布,而且时间间隔很小的两个脉冲还会产生堆叠现象,导致脉冲高度发生改变,对于固定阈值光子事件鉴别法来说,脉冲高度的波动会影响光子事件探测概率,传统的单光子模型并未考虑到上述因素对光子事件探测概率的影响。针对PMT的光子探测过程,本文提出了一个新的光子探测模型,描述了脉冲高度分布、脉冲堆叠、固定阈值大小对光子探测概率的影响,同时为加强模型的实用性,针对实际应用场景对模型进行了简化,并通过蒙特卡洛仿真证明了简化模型能够较好地符合PMT光子探测概率分布,同时通过和传统光子探测模型对比,发现PMT探测模型虽然在探测概率上略微偏低,但是有更小的测距行走误差和更高的测距精确度。为验证本文理论的正确性,还搭建了一套光子计数测距系统进行实验,通过APD与GM-APD的对比实验证明,PMT与GM-APD相比,虽然光子事件探测概率偏低,但是有着更高的测距精确度和更小的测距行走误差,在激光脉冲脉宽为1.8 ns时,在相同入射光子数的情况下,PMT测距行走误差和GM-APD最大差值为5 cm。同时,实验也证明了本文提出的理论正确性。本文提出的模型相比于传统光子探测概率模型更符合PMT的实际工作特性,对基于PMT的光子计数雷达的系统设计和理论分析有重要的指导意义。

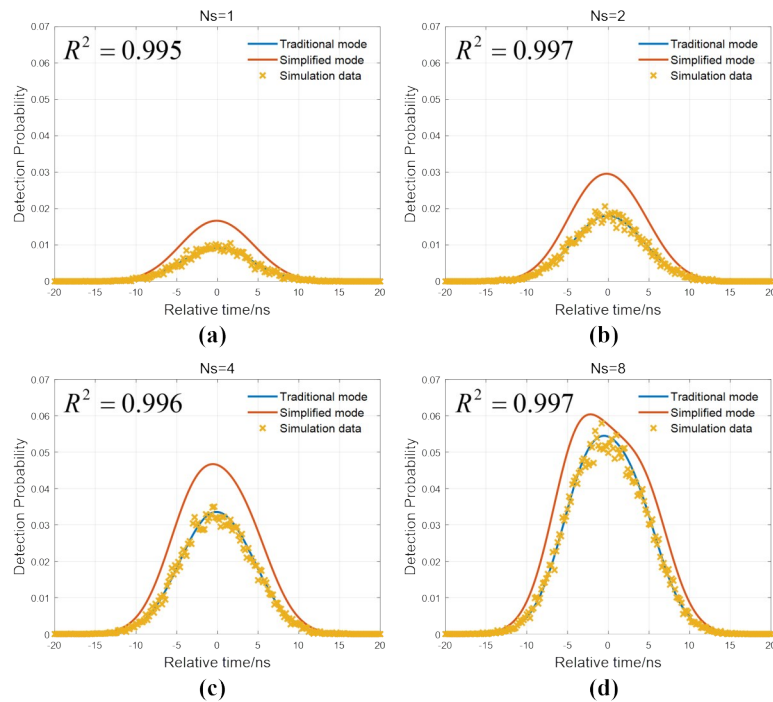


图 17 当回波脉冲脉宽为 10 ns 时,光子探测概率时间分布,图中橙色实线为传统单光子模型的光子探测概率,蓝色实线为 PMT 光子探测简化模型的探测概率,黄色‘X’为蒙特卡洛仿真数据点, R^2 蒙特卡洛仿真数据和简化模型理论曲线的拟合优度系数:(a) $N_s=1$, (b) $N_s=2$, (c) $N_s=4$, (d) $N_s=8$

Fig. 17 The photon-events detection probability time distribution when the pulse width of echo pulse is 10 ns, in the figure, the solid orange line is the photon detection probability of the traditional single-photon model, the solid blue line is the detection probability of the simplified PMT model, and the yellow 'X' is the Monte Carlo simulation data point: (a) $N_s=1$, (b) $N_s=2$, (c) $N_s=4$, (d) $N_s=8$

References

- [1] J. Degnan Scanning, Multibeam. Single Photon LIDARs for Rapid, Large Scale, High Resolution. Topographic and Bathymetric Mapping [J]. *Remote Sens.* 2016 8 (11) 958–980
- [2] Massa J S, Wallace A M, Buller G S, *et al.* Laser depth measurement based on time-correlated single-photon counting [J]. *Opt. Lett.* 1997 22 543–545
- [3] Ravil A. Modeling of microjoule and millijoule energy LIDARs with PMT/SiPM/APD detectors: A sensitivity analysis [J]. *Appl. Opt.* 2018 57 3679–3686
- [4] Maccarone A, McCarthy A, Ren X, *et al.* Underwater depth imaging using time-correlated single-photon counting [J]. *Opt. Express.* 2015 23 33911 – 33926
- [5] Foord R, Jones R, Oliver C J, *et al.* The Use of Photomultiplier Tubes for Photon Counting [J]. *Applied Optics* 1969 8 (10) 1975–1989.
- [6] Kitsmiller V J, Campbell C, O’Sullivan T D. Optimizing sensitivity and dynamic range of silicon photomultipliers for frequency-domain near infrared spectroscopy [J]. *Biomedical Optics Express.* 2020 11(9) 5373–5387
- [7] Chen W, Wen C W, Dong M L, *et al.* High-efficiency and large light-receiving area superconducting nanowire single-photon detector integrated with high-contrast grating Photon. [J] *Photonics Research.* 2021 9(11) 2253–2260
- [8] Akiba M, Inagaki K, Tsujino K. Photon number resolving SiPM detector with 1 GHz count rate [J]. *Optics Express.* 2012 20(3) 2779–2788
- [9] E. Funck. Dead time effects from linear amplifiers and discriminators in single detector systems [J]. *Nucl. Instrum. Methods Phys. Res., Sect. A* 1986 245(2–3) 519 – 524
- [10] Jones R, Oliver C, Pike E R. Experimental and theoretical comparison of photon-counting and current measurements of light intensity [J]. *Appl. Opt.* 1971 10 1673–1680
- [11] McGill M, Markus T, Scott V. S, *et al.* The Multiple Altimeter Beam Experimental LIDAR (MABEL): An Airborne Simulator for the ICESat-2 Mission [J]. *Journal of Atmospheric & Oceanic Technology.* 2013 30(2) 345–352
- [12] Abdalati W, Zwally H. J, Bindschadler R, *et al.* The ICESat-2 laser altimetry mission [J]. *Proc. IEEE* 2010 98(5) 735–751
- [13] Markus T, Neumann T, Martino A, *et al.* The Ice, Cloud, and land Elevation Satellite-2 (ICESat-2): Science requirements, concept, and implementation [J]. *Remote Sens. Environ.* 2017 190 260–273
- [14] Helstrom C W. Output distributions of electrons in a photomultiplier [J]. *Journal of Applied Physics.* 1984 55 (7) 2786–2792
- [15] Ingle J D, Crouch S R. Pulse overlap effects on linearity and signal-to-noise ratio in photon counting systems [J]. *Anal. Chem.* 1972 44(4) 777–784

- [16] Donovan D P, Whiteway J A, Carswell I A. Correction for nonlinear photon-counting effects in LIDAR systems [J]. *Appl. Opt.* 1993 32(33) 6742–6753
- [17] Chen Z D, Li X D, Li X H, *et al.* A correction method for range walk error in time-correlated single-photon counting using photomultiplier tube [J]. *Optics Communications*. 2019 434 7–11
- [18] Zhang Z Y, Li S, Ma Y, *et al.* Ranging performance model considering the pulse pileup effect for PMT based photon-counting LIDARs [J]. *Optics Express*. 2020 28(9) 13586–13601
- [19] Gatt P, Johnson S, Nichols. T Geiger-mode avalanche photodiode lidar receiver performance characteristics and detection statistics [J]. *Appl. Opt.* 2009 48(17) 3261–3276
- [20] Li S, Zhang Z, Ma Y, *et al.* Ranging performance models based on negative-binomial (NB) distribution for photon-counting LIDARs [J]. *Opt. Express* 2019 27(12) A861–A877.
- [21] Woodward P. M. A STATISTICAL THEORY OF CASCADE MULTIPLICATION [J]. *Mathematical Proceedings of the Cambridge Philosophical Society* 1948 44(03) 404–412.
- [22] Huang K, Li S, Ma Y, *et al.* Theoretical model and correction method of range walk error for single-photon laser ranging [J]. *Acta Phys. Sin* 2018 67(06) 141–151. (黄科, 李松, 马跃, 等. 单光子激光测距的漂移误差理论模型及补偿方法[J]. *物理学报*), 2018, 67(06): 141–151.
- [23] Prescott J R A statistical model for photomultiplier single-electron statistics [J]. *Nuclear Instruments & Methods* 1966 39(1) 173–179.