

文章编号: 1001 - 9014(2008)01 - 0047 - 04

核 Fukunaga-Koontz 变换检测红外小目标

刘瑞明¹, 刘尔琦², 杨杰¹, 张田昊¹, 王芳琳¹

(1. 上海交通大学 图像处理与模式识别研究所, 上海 200240;

2. 中国航天科工集团公司第二研究院, 北京 100854)

摘要: Fukunaga-Koontz 变换作为一种两类模式识别工具, 源自主成分分析, 只能提取图像的二阶统计特征, 没有考虑图像的高阶统计特征, 用于红外小目标检测时难以达到满意效果. 为了提高目标检测性能, 本研究首先将 Fukunaga-Koontz 变换推广到高维核特征空间, 成为核 Fukunaga-Koontz 变换, 以提取图像的高阶统计特征, 从而利用核 Fukunaga-Koontz 变换来检测红外小目标.

关键词: Fukunaga-Koontz 变换; 红外小目标; 目标检测; 主成分分析

中图分类号: TP391. 41 **文献标识码:** A

DETECT INFRARED POINT TARGETS BASED ON KERNEL FUKUNAGA-KOONTZ TRANSFORM

LIU RuiMing¹, LIU Er-Qi², YANG Jie¹, ZHANG Tian-Hao¹, WANG Fang-Lin¹

(1. Inst. of Image Processing and Pattern Recognition, Shanghai Jiao Tong University, Shanghai 200240, China;

2. Inst. of the Second Acad., CASIC, Beijing 100854, China)

Abstract: Fukunaga-Koontz transform (FKT) is a pattern recognition tool for two-class problems. It can only capture the second-order statistical features of images without considering high-order statistical properties because it stems from the principal component analysis (PCA). So the satisfying detection performance can hardly be achieved. For improving the detection performance, Fukunaga-Koontz transform was firstly extended to the higher-dimensional space in order to capture the higher-order statistics of images in this study. And it is named as kernel Fukunaga-Koontz transform. The kernel Fukunaga-Koontz transform can be used to detect infrared point targets.

Key words: Fukunaga-Koontz transform; infrared point targets; target detection; principal component analysis

引言

红外小目标检测技术是许多先进武器系统的关键技术之一. 现代战争是高技术条件下的激烈对抗, 这就要求武器系统在距离目标尽可能远的情况下能够对目标实施准确检测, 以赢得更多的反应时间, 取得战争的主动权. 这种情况下红外目标的尺寸很小、对比度很低, 且由于通常情况下, 目标所处的环境极其复杂, 图像中出现大量的杂波和噪声, 这些因素使红外小目标的检测困难重重.

国内外很多学者致力于提高小目标的检测性能, 目前已开发出多种目标检测方法. 其中, 在文献 [2] 中 A. Mahalanobis 等提出了一种基于二次相关

滤波 (Quadratic Correlation Filters, QCF) 的目标检测方法, 主要思想是用 Fukunaga-Koontz 变换 (Fukunaga-Koontz transform, FKT) 来设计二次相关滤波器的系数矩阵 (FKT-QCF), 使滤波器的输出在目标点处尽可能大而在背景点处尽可能小, 其性能的优劣主要取决于 FKT 对图像的描述能力. FKT 最早是由 K. Fukunaga 和 W. Koontz 在文 [3] 中提出的, 其理论基础是主成分分析 (PCA) [3], 且是一种特殊的主成分分析方法, 它能够很好的解决两类模式的识别问题, 被广泛的应用于图像识别、人脸检测等领域. 与 PCA 一样, FKT 是基于二阶相关分析, 只能够精确描述具有高斯分布特性的数据或具有二阶统计特性的数据. 但对于自然图像来说, 其复杂性远远超

收稿日期: 2007 - 03 - 21, 修回日期: 2007 - 12 - 18

Received date: 2007 - 03 - 21, revised date: 2007 - 12 - 18

基金项目: 国家自然科学基金 (60675023, 60602012), 国防 973 项目基金 (JC2000020100104)

作者简介: 刘瑞明 (1975-), 男, 内蒙古呼和浩特人, 博士研究生, 主要研究方向为模式识别、图像处理及智能控制等.

出高斯分布特性范畴,图像数据具有高阶统计特性,只能适合于描述二阶统计特性的FKT,难以胜任描述自然图像的任务,所以用FKT检测目标,效果不会令人满意.为了具有描述图像高阶统计特性的能力,本文将FKT推广到高维核空间,成为核Fukunaga-Koontz变换(Kemel Fukunaga-Koontz Transform, KFKT).我们首先推导KFKT的理论公式,推导过程参照文[4]中核主成分分析(Kemel Principal Component Analysis, KPCA)的理论基础,并将KFKT应用于红外小目标的检测,期望能得到比FKT更好的性能.实验结果表明,在背景复杂的红外图像中,本文提出的KFKT能够得到比FKT-QCF更好的检测效果.

1 核Fukunaga-Koontz变换

设维数为 n 的两类数据 x_i 和 y_j ,分别构成训练向量集 $X = [x_1 \ x_2 \ \dots \ x_{M_1}]$ 和 $Y = [y_1 \ y_2 \ \dots \ y_{M_2}]$.取映射函数 (\cdot) ,将训练向量映射到高维核特征空间,生成核空间中新的训练向量集:

$$\begin{aligned} \tilde{X} &= [\tilde{x}_1 \ \tilde{x}_2 \ \dots \ \tilde{x}_{M_1}] \\ &= [(\tilde{x}_1) \ (\tilde{x}_2) \ \dots \ (\tilde{x}_{M_1})] \end{aligned} \quad (1)$$

$$\begin{aligned} \tilde{Y} &= [\tilde{y}_1 \ \tilde{y}_2 \ \dots \ \tilde{y}_{M_2}] \\ &= [(\tilde{y}_1) \ (\tilde{y}_2) \ \dots \ (\tilde{y}_{M_2})] \end{aligned} \quad (2)$$

它们分别生成相关矩阵 $T_0 = XX^T$ 和 $B_0 = YY^T$,且

$$T_0(i, j) = \tilde{x}_i \tilde{x}_j^T = (\tilde{x}_i) \cdot (\tilde{x}_j) = K(\tilde{x}_i, \tilde{x}_j) \quad (3)$$

$$B_0(i, j) = \tilde{y}_i \tilde{y}_j^T = (\tilde{y}_i) \cdot (\tilde{y}_j) = K(\tilde{y}_i, \tilde{y}_j) \quad (4)$$

其中, $K(\cdot)$ 为核函数.相关矩阵 T_0 和 B_0 维数都为 $n \times n$.一般来说, (\cdot) 的显式表达式是很难得到的,实践中都是利用核函数来避免求映射函数 (\cdot) .目前已开发出多种核函数,比如高斯核函数 $K(x_i, x_j) = \exp(-\|x_i - x_j\|^2 / 2\sigma^2)$ 和多项式核函数 $K(x_i, x_j) = (x_i \cdot x_j + 1)^d$ 等.

将矩阵 T_0 、 B_0 的和进行因式分解:

$$T_0 + B_0 = \hat{T} \quad (5)$$

得到特征向量矩阵 \hat{T} 和特征值矩阵 Λ ,并构造变换矩阵:

$$P = \Lambda^{-1/2} \quad (6)$$

由式(6)和式(5),得

$$P^T (T_0 + B_0) P = I \quad (7)$$

用变换矩阵 P 分别对目标和背景的训练向量集(1)和(2)进行变换,得

$$\hat{X} = P^T \tilde{X} = [P^T(x_1) \ P^T(x_2) \ \dots \ P^T(x_{M_1})]$$

$$= [\hat{x}_1 \ \hat{x}_2 \ \dots \ \hat{x}_{M_1}] \quad (8)$$

$$\begin{aligned} \hat{Y} &= P^T \tilde{Y} = [P^T(y_1) \ P^T(y_2) \ \dots \ P^T(y_{M_2})] \\ &= [\hat{y}_1 \ \hat{y}_2 \ \dots \ \hat{y}_{M_2}] \end{aligned} \quad (9)$$

用变换后的向量集(8)和(9),得到新的相关矩阵

$$\hat{T} = \hat{X} \hat{X}^T = P^T X X^T P = P^T T_0 P \quad (10)$$

$$\hat{B} = \hat{Y} \hat{Y}^T = P^T Y Y^T P = P^T B_0 P \quad (11)$$

从式(10)、(11)和(7),有

$$P^T (T_0 + B_0) P = \hat{T} + \hat{B} = I \quad (12)$$

设 \hat{t}_i 为 \hat{T} 的一个特征向量,则

$$\hat{T} \hat{t}_i = \lambda_i \hat{t}_i \quad (13)$$

λ_i 为 \hat{t}_i 对应的特征值.由式(13)和式(12),得

$$\hat{T} \hat{t}_i = (I - \hat{B}) \hat{t}_i = \lambda_i \hat{t}_i \quad (14)$$

$$\hat{B} \hat{t}_i = (1 - \lambda_i) \hat{t}_i \quad (15)$$

式(13)和式(15)表明, \hat{T} 和 \hat{B} 拥有相同的特征向量.如果 \hat{t}_i 为 \hat{T} 的相应于特征值 λ_i 的特征向量,那么 $(1 - \lambda_i)$ 一定为 \hat{B} 的相应于同一个特征向量 \hat{t}_i 的特征值.也就是说,如果特征向量 \hat{t}_i 包含关于目标的信息越多,那么它包含关于背景的信息就越少.这一性质决定了KFKT是一个天然的两类模式识别算法.

2 核Fukunaga-Koontz变换检测红外小目标

如果将图像划分为目标类和背景类,就可以将目标检测问题转化为一个两类模式的识别问题,KFKT就能够被用来实现目标的检测.设目标训练图像和背景训练图像的大小为 $r \times c$.取 M_1 个目标训练图像, M_2 个背景训练图像,首先将各训练图像的像素按行首尾相接排列生成 $r \times c$ 维向量 x_i 和 y_j ,分别构成目标训练向量集 $X = [x_1 \ x_2 \ \dots \ x_{M_1}]$ 和背景训练向量集 $Y = [y_1 \ y_2 \ \dots \ y_{M_2}]$.由式(10),得到核相关矩阵 \hat{T} ,求 \hat{T} 的特征值和特征向量,并按特征值的降序 $\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \dots \geq \lambda_t > 0$ 排列,将相应的特征向量构成特征向量矩阵 $\hat{T} = [\hat{t}_1 \ \hat{t}_2 \ \dots \ \hat{t}_t]$,取排在 \hat{T} 中前 t_1 个特征向量和排在最后的 t_2 个特征向量,分别构成目标特征向量系统和背景特征向量系统:

$$\hat{t}_1 = [\hat{t}_{11} \ \hat{t}_{12} \ \dots \ \hat{t}_{1r}] \quad (16)$$

$$\hat{t}_2 = [\hat{t}_{21} \ \hat{t}_{22} \ \dots \ \hat{t}_{2r}] \quad (17)$$

其中, \hat{t}_1 包含最多的描述目标的信息,而包含最少的描述背景的信息; \hat{t}_2 正好相反,包含最少的目标

信息和最多的背景信息.

设被检测的图像大小为 $R \times C$, 用一个大小为 $r \times c$ 的图像窗来对被检测图像依次进行扫描, 将图像窗中的子图像截取下来, 子图像中的像素也按行首尾相接排列生成 $r \times c$ 维检测向量 z . 如果把检测向量 z 映射到高维核空间得到 $\hat{z} = (\hat{z}_1, \hat{z}_2)$, \hat{z} 经过矩阵 P 的变换得

$$\hat{z} = P^T (z) \quad (18)$$

将 \hat{z} 投影到式 (16) 和式 (17) 的特征向量系统, 得到

$$V_1 = \frac{1}{\sqrt{2}} \hat{z} \quad (19)$$

$$V_2 = \frac{1}{\sqrt{2}} \hat{z} \quad (20)$$

如果检测向量 z 是目标向量, 则 V_1 的元素较大, 而 V_2 的元素较小; 反之, 如果检测向量 z 是背景向量, 则 V_2 的元素较大, 而 V_1 的元素较小. 因此我们可以构造以下度量, 来检测目标:

$$\begin{aligned} y_{out} &= V_1^T V_1 - V_2^T V_2 = (\hat{z}_1^T \quad \hat{z}_1^T) \\ &\quad - (\hat{z}_2^T \quad \hat{z}_2^T) \\ &= (z)^T (P_1 \quad P_1^T) (z) \\ &\quad - (z)^T (P_2 \quad P_2^T) (z) \end{aligned} \quad (21)$$

显然, 当 z 是目标向量时, y_{out} 较大, 当 z 是背景向量时, y_{out} 较小. 这样目标可以很容易地被检测出来. 但遗憾的是, 通常情况下, 由于很难得到映射函数 (\cdot) 的显示表达式, 所以式 (21) 中的 y_{out} 不能被计算. 必须找到一种能避免计算映射函数 (z) 的方法.

因为我们检测的是目标, 目的是能使式 (21) 中的 y_{out} 对于目标的输出较大, 文献 [4] 给出了计算向量的 KPCA 特征的方法, 当得到检测向量 z 后, 我们计算其相对于目标训练集的 KPCA 特征向量. 将相关矩阵 T_0 (3) 中心化:

$$T = T_0 - I_n T_0 - T_0 I_n + I_n T_0 I_n \quad (22)$$

式中, $I_n = (1/n) \mathbf{1}_n \mathbf{1}_n^T$ 为所有元素都为 $1/n$ 的矩阵. 设 T 的特征向量为 v_1, v_2, \dots, v_{m_1} , 相应的特征值为 $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_{m_1}$, 则相对于目标训练集, 检测向量 z 的第 1 个 KPCA 特征为

$$f = \frac{1}{\sqrt{\lambda_1}} \sum_{i=1}^T [k(x_1, z), k(x_2, z), \dots, k(x_{M_1}, z)] \quad (23)$$

通过 P 的变换, 有

$$\hat{f} = P^T f \quad (24)$$

变换后 \hat{f} 的维数为 $n \times 1$, 将 \hat{f} 投影到式 (16) 和式 (17) 的特征向量系统, 有

$$W_1 = \frac{1}{\sqrt{\lambda_1}} \hat{f} \quad (25)$$

$$W_2 = \frac{1}{\sqrt{\lambda_2}} \hat{f} \quad (26)$$

在式 (25) 和式 (26) 中, W_1 和 W_2 的维数为 $n \times 1$, 所以 W_1 和 W_2 的维数为 $n \times 1$. 相应的检测度量变为:

$$\begin{aligned} y_{out} &= (W_1^T W_1 - W_2^T W_2) \\ &= (\hat{f}_1^T \hat{f}_1) - (\hat{f}_2^T \hat{f}_2) \\ &= \hat{f}_1^T \hat{f}_1 - \hat{f}_2^T \hat{f}_2 \end{aligned} \quad (27)$$

当 z 是目标向量时, y_{out} 较大, 当 z 是背景向量时, y_{out} 较小; 这样突出了目标而抑制了背景, 能够轻易地检测图像中的目标.

3 实验结果及分析

正如前文所述, KFCT 能提取图像的高阶统计特征, 而 FKT 只能提取二阶统计特征, 在文献 [2] 中, 作者已采用基于 FKT 的二次相关滤波 (FKT-QCF) 检测目标. 为了验证本文提出的 KFCT 的目标检测效果, 我们选取三种典型背景的红外图像, 分别用 FKT-QCF 和 KFCT 检测其中的小目标, 并比较检测效果. 实验图像如图 1 所示, 分别为包含云杂波的天空背景图像、包含地杂波的地面背景图像和包含海杂波的海面背景图像, 其中的小目标都是真实目标.

为了在相同条件下比较检测效果, 对于每一个试验图像, FKT-QCF 和 KFCT 采用相同的目标训练图像集和背景训练图像集. 因为小目标一般少于 100 个像素, 所以我们取训练图像的大小为 11×11 . 其中, 目标训练图像是用高斯灰度函数 (Gaussian Intensity Function)

$$I(x, y) = I_{max} \exp \left[- \left(\frac{(x - x_0)^2}{2\sigma_x^2} + \frac{(y - y_0)^2}{2\sigma_y^2} \right) \right] \quad (28)$$

产生的, 此函数经常被用来产生仿真小目标. I_{max} 为目标最大灰度值, (x_0, y_0) 为目标图像的中心点位置, (x, y) 为目标上任意一个像素点的位置, (σ_x, σ_y) 控制目标的空间扩散特性. 我们用高斯灰度函数随机地产生 121 个目标训练图像, 目标训练图像

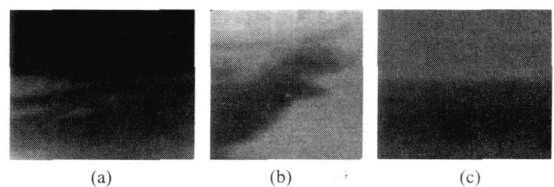


图 1 (a) 天空背景图像 (b) 地面背景图像 (c) 海面背景图像

Fig 1 (a) An image with sky background (b) An image with ground background (c) An image with sea background

不能太少也不能太多,太少则训练集不能代表所有目标的特性,太多则带来不必要的计算代价.背景训练图像的数量是由被检测图像的大小决定的,被检测图像大则相应的背景训练图像的数量应增多,以充分地代表背景特性.根据本文的实验图像的大小,我们分别截取 121 个背景训练图像.其实,两个训练集中样本的数量可以不同,应根据实际情况而定;也不必等于特征向量和训练向量的维数.训练图像生成目标训练向量集 $X = [x_1 \ x_2 \ \dots \ x_{121}]$ 和背景训练向量集 $Y = [y_1 \ y_2 \ \dots \ y_{121}]$,对两种算法进行训练(KFKT采用高斯核函数,其核参数 $\sigma = 1$.实验证明核参数的变化对 KFKT性能的影响并不显著).KFKT算法由式(6)得到转换矩阵 P ,由式(16)和(17)得到特征向量系统,取所有特征值大于 0.5 的特征向量构成目标特征向量系统,取相同个数的特征向量构成背景向量系统.用 11×11 的图像窗对被检测图像的每一个像素进行扫描,窗中的图像像素生成检测向量,并由式(23)得到检测向量的 KPCA 特征向量,最后式(27)给出 KFKT的输出结果.FKT-QCF检测过程详见文[2].图 2 给出了两种算法的输出结果,为了显示和比较方便,我们将输出结果分别进行归一化,并将归一化结果生成图像显示.然后将输出结果的峰值位置作为检测结果,即峰值出现的位置为目标位置.

从图 2 我们可以看出,FKT-QCF在目标位置的邻域内有多个像素有较大的输出,而且峰值不一定在目标的中心位置,这使得我们不能准确的定位目标或准确的定位目标很困难.而 KFKT给出了十分理想的输出结果,它的峰值只出现在目标的中心位置,使我们能够轻易地确定目标的准确位置,给出精确的检测结果.此外,FKT-QCF在背景中也有较大的输出,这表明它的背景抑制能力不强;而 KFKT在背景中的输出几乎为零.为了更直观地比较,我们用 3 个数值指标来比较两种算法,这 3 个指标经常用来衡量目标检测算法的性能,它们分别为信杂比(Signal-to-Clutter Ratio, $SCR = S/C$)、信杂比增益(Signal-to-Clutter Ratio Gain, $SCRG = SCR_{out}/SCR_{in}$)和背景抑制因子(Background Suppression Factor, $BSF = C_{in}/C_{out}$).其中, S 为目标信号, C 为背景方差, C_{in} 为输入图像的背景方差, C_{out} 为输出图像的背景方差; SCR_{in} 为输入图像的信杂比; SCR_{out} 为输出图像的信杂比.表 1 给出了 FKT-QCF和 KFKT对图 1 中 3 个图像的检测指标.

上述 3 个指标越大,说明检测性能越好.从表 1 我们可以看到, KFKT的所有检测指标都远

远大于 FKT-QCF的对应指标,这与从图 2 所得出的结论一致,都表明 KFKT的检测性能远好于 FKT-QCF.这是由于 KFKT不仅能提取红外图像的二阶统计特征,而且能提取高阶统计特征,使 KFKT具有更优秀的分类性能,进而提高了目标检测性能.

表 1 FKT-QCF和 KFKT的性能指标

Table 1 The performance values of FKT-QCF and KFKT

Image	SCR		SCRG		BSF	
	FKT-QCF	KFKT	FKT-QCF	KFKT	FKT-QCF	KFKT
Fig 1a	5.82	148.91	0.24	6.23	0.32	91.30
Fig 1b	6.49	176.22	0.25	6.76	0.33	386.24
Fig 1c	5.51	119.11	0.27	5.89	0.29	88.87

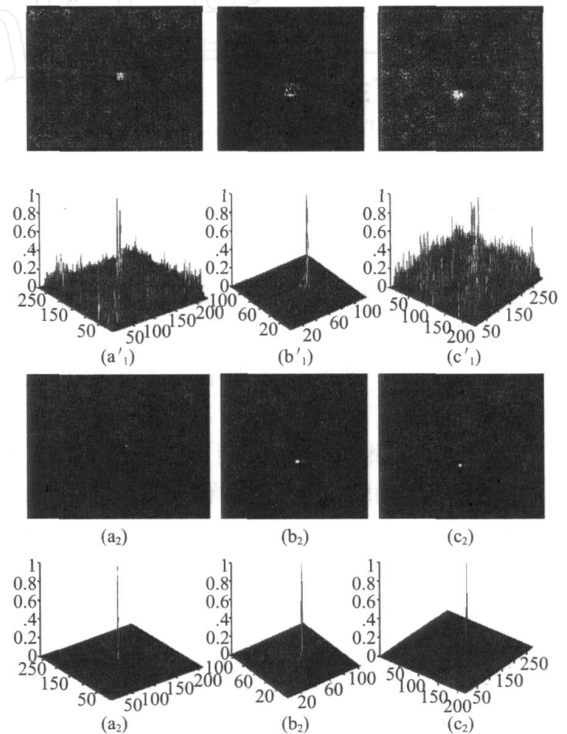


图 2 FKT-QCF和 KFKT对图 1 中三个图像的输出结果. (a₁)、(b₁)和 (c₁)为 FKT-QCF对图 1 中的 (a)、(b)和 (c)的输出结果. (a₁)、(b₁)和 (c₁)为 (a₁)、(b₁)和 (c₁)对应的曲面图. (a₂)、(b₂)和 (c₂)为 KFKT对图 1 中的 (a)、(b)和 (c)的输出结果. (a₂)、(b₂)和 (c₂)为 (a₂)、(b₂)和 (c₂)对应的曲面图.

Fig 2 The outputs of FKT-QCF and KFKT for three images of Fig 1. (a₁), (b₁) and (c₁) is the outputs of FKT-QCF for Fig 1a, 1b and 1c. (a₁), (b₁) and (c₁) is the plots of (a₁), (b₁) and (c₁). (a₂), (b₂) and (c₂) is the outputs of KFKT for Fig 1a, 1b and 1c. (a₂), (b₂) and (c₂) is the plots of (a₂), (b₂) and (c₂).

(下转 55 页)

selection methods in NIR analytical technique[J]. *Progress In Chemistry* (褚小立,袁洪福,陆婉珍.近红外分析中光谱预处理及波长选择方法进展与应用.化学进展), 2004, 16(4): 528—539.

- [6] SHAO Yong-Ni, HE Yong Method for predicting acidity of bayberry juice by using Vis/near infrared spectra[J]. *J. Infrared Millim. Waves* (邵咏妮,何勇.可见近红外光谱预测极梅法酸度的方法研究.红外与毫米波学报), 2006, 25(6): 478-480.

[7] TANG He-Sheng, XUE Song-Tao, CHEN Rong, *et al* On-line weighted LS-SVM for hysteretic structural system identification[J]. *Eng Struct* 2006, 28(12): 1728—1735.

- [8] ZHU Jia-Yuan, YANG-Yun, ZHANG Heng-Xi, *et al* Data prediction with few observations based on optimized least squares support vector machines[J]. *Acta Aeronautica et Astronautica Sinica* (朱家元,杨云,张恒喜,等.基于优化最小二乘支持向量机的小样本预测研究.航空学报), 2004, 25(6): 565—568.

(上接 50页)

4 结论

本文提出了一种基于 KFKT的红外小目标检测方法.我们利用 KPCA 特征避免了直接计算映射函数,给出了 FKT推广为 KFKT的理论推导过程,使 KFKT具有提取图像高阶统计特征的能力.为了检验 KFKT的目标检测性能,我们分别选取了 3种典型背景的红外图像,用 KFKT检测其中的小目标.实验结果表明, KFKT比基于 FKT的二次相关滤波具有更优良的检测性能,这是因为 KFKT具有描述图像高阶统计特征的能力.

REFERENCES

- [1] YANG Lei, YANG Jie, ZHENG Zhong-Long Detecting infrared small target based on adaptive local energy threshold under sea-sky complex backgrounds[J]. *J. Infrared Millim. Waves* (杨磊,杨杰,郑忠龙.海空复杂背景中基于自适应局部能量阈值的红外小目标检测.红外与毫米波学报), 2006, 25(1): 41—45.

[2] Mahalanobis A, Muise R, Stanfill S, *et al* Design and application of quadratic correlation filters for target detection[J]. *IEEE Trans AES*, 2004, 40(3): 837—850.

- [3] Fukunaga K, Koontz W. Representation of random processes using the finite karhunen-loeve expansion[J]. *IEEE Trans on Information and Control*, 1970, 16(1): 85—101.

[4] Yang J, Frangi A, Yang J, *et al* KPCA PlusLDA: A complete kernel fisher discriminant framework for feature extraction and recognition[J]. *IEEE Trans on PAMI*, 2005, 27(2): 230—244.

- [5] YANG Lei, YANG Jie Real-time method for detecting multi-small targets in infrared large sight field[J]. *J. Infrared Millim. Waves* (杨磊,杨杰.一种红外大视场环境下的多小目标适时检测方法.红外与毫米波学报), 2006, 25(5): 377—381.

[6] YE Zeng-Jun, WANG Jiang-An, RUAN Yu, *et al* Detection algorithm of weak infrared point targets under complicated background of sea and sky[J]. *J. Infrared Millim. Waves* (叶增军,王江安,阮玉,等.海空复杂背景中基于自适应局部能量阈值的红外小目标检测.红外与毫米波学报), 2000, 19(2): 121—124.

- [7] TANG He-Sheng, XUE Song-Tao, CHEN Rong, *et al* On-line weighted LS-SVM for hysteretic structural system identification[J]. *Eng Struct* 2006, 28(12): 1728—1735.

[8] ZHU Jia-Yuan, YANG-Yun, ZHANG Heng-Xi, *et al* Data prediction with few observations based on optimized least squares support vector machines[J]. *Acta Aeronautica et Astronautica Sinica* (朱家元,杨云,张恒喜,等.基于优化最小二乘支持向量机的小样本预测研究.航空学报), 2004, 25(6): 565—568.