

任意横截面形状非均匀介质波导传输特性的分析*

毛开宇 徐善驾

(中国科学技术大学电子工程与信息科学系,安徽,合肥,230027)

摘要 用阶梯近似与边缘元和模匹配相结合的方法分析了一大类任意横截面形状非均匀介质波导的传输特性. 将非均匀部分用一系列级联的台阶近似,各台阶用微波多模网络等效. 用边缘元方法求得各本地波导的本征值问题后,用模匹配法算出各微波网络的散射参数,最后通过级联的微波网络求得整个非均匀结构的传输特性. 由于边缘元方法的通用性,此法可对各种不同横截面形状的非均匀介质波导进行分析.

关键词 介质波导,边缘元法,多模网络 和模匹配法,传输特性.

ANALYSIS FOR TRANSMISSION CHARACTERISTICS OF NON-UNIFORM DIELECTRIC WAVEGUIDES WITH ARBITRARILY TRANSVERSE CROSS-SECTIONS*

MAO Kai-Yu XU Shan-Jia

(Department of EEIS, University of Science & Technology of China, Hefei, Anhui 230027, China)

Abstract A class of non-uniform dielectric waveguides with arbitrarily transverse cross-sections was analyzed by a method, which combines the staircase approximation with the edge element and mode matching procedure. Non-uniform constituent regions were approximated by cascaded step discontinuities. Multi-mode microwave networks was introduced to represent the step discontinuities. After the eigenvalue problem of the local waveguide was solved by the edge element method, the scattering parameters of these microwave networks were calculated with mode matching method. The transmission property of the whole non-uniform structure then was obtained by the treatment of the cascaded microwave network. Because of the versatility of edge element method, the present approach can be used to analyze non-uniform dielectric waveguides with different transverse cross-sections.

Key words dielectric waveguide, edge-element method, multi-mode network and mode-matching method, Transmission Characteristic.

引言

随着毫米波应用频率的增高和光传输的发展,介质波导得到了越来越广泛的应用^[1,2]. 介质波导具有体积小、重量轻、容易制造、集成方便等特性,在很多场合下代替了金属波导. 在实际应用中,由于制造空间的限制,或传输方向需要改变,或耦合的要求等各种原因,要用到任意横截面形状的非均匀介质结构,诸如:各种弯曲、台阶和渐变等. 因此,对各种非均匀介质波导传输特性的分析在介质导波系统的设计和制造中占有重要地位. 一般关心的是:非均匀性产生的传输损耗有多严重,弯曲产生的散射

是否在正常工作允许的范围,等等. 一些文章对简单介质波导的弯曲结构进行了分析^[3],也有文章用三维方法分析了一些弯曲的导波结构^[4,5]. 在文献[6]中,阶梯近似法被用于分析各种弯曲的平板介质波导.

一般说来,各种横截面的弯曲介质波导是一种三维空间结构. 用三维方法来分析虽然可以得到比较满意的结果,但是非常复杂和繁琐. 本文将文献[6]中的阶梯近似方法推广用于具有各种横截面的三维介质波导弯曲结构中. 阶梯划分后在每一个台阶两边是均匀的介质波导,可以用一般的二维有限元方法进行分析,这样在计算上降低了一维,复杂性

* 国家自然科学基金(批准号 60171019)和教育部基金(批准号 9703823)资助项目

稿件收到日期 2002-01-22,修改稿收到日期 2002-05-26

* The project supported by The National Natural Science Foundation of China(No.60171019) and The Foundation of State Education Ministry (No. 9703823)

Received 2002-01-22, revised 2002-05-26

减小了很多.

由于基于节点的常规有限元方法在介质波导的分析中会出现“伪解”的情况,而且一般只能从给定的 k_z 求相应的 k_0 ,在实际计算中很不方便,因而本文采用二维边缘元方法.这是一种对有限单元边界上的电磁场进行插值的方法,每个插值点的值都有大小和方向.二维边缘元方法能很好的求解任意横截面介质波导的本征值问题,并且能够克服上述一般有限元方法的缺点.

1 理论分析

图 1(a)是任意横截面非均匀介质波导结构的示意图,(b)是其阶梯近似.很明显,当划分的阶梯数趋向于无穷时,阶梯性的折线就变成了连续弯曲曲线.为了计算方便,在介质外一定距离处加上了理想电壁或理想磁壁的边界,以便将连续的辐射模离散化.因为一般情况下只对传输模式的传输感兴趣,而传输模式是离散的表面波,其绝大部分电磁场都被束缚在介质芯中,所以当人为边界离介质波导足够远时这种处理带来的计算误差很小^[6].

在(b)的划分中,每一个台阶两边的直波导内可以存在无穷多个模式;包括表面波模、传播模和消失模.它们可以用无穷多条传输线构成的微波网络来表示.在两个台阶之间的不连续处,两边的各模式相互耦合,可以用一个多端口的网络来表示.于是整个弯曲结构可以等效为一系列的微波网络的级联,其中各网络参数用模匹配法求得.

1.1 任意横截面介质填充波导本征值问题的边缘元分析

图 1(b)中每一个台阶两边是介质填充的直波导.对这种波导的数值分析方法很多,本文采用二维边缘元方法^[7,8].它能有效消除伪解,还能方便的由 k_0 求 k_z .

从 Maxwell 方程出发可以得到下面的微分方程:

$$\nabla \times ([p] \nabla \times \vec{\phi}) - k_0^2 [q] \vec{\phi} = 0, \quad (1)$$

其中 $\vec{\phi}$ 是 E 或 H , $[p]$ 、 $[q]$ 的定义参考[7].与上述微分方程对应的范函是

$$F = \iint_{\Omega} [(\nabla \times \vec{\phi})^* \cdot ([p] \nabla \times \vec{\phi}) - k_0^2 [q] \vec{\phi}^* \cdot \vec{\phi}] d\Omega, \quad (2)$$

这里积分区域 Ω 是整个横截面.

在二维边缘元分析中可以采用矩形单元或三角形单元.矩形单元计算相对简单,但对于复杂边界形

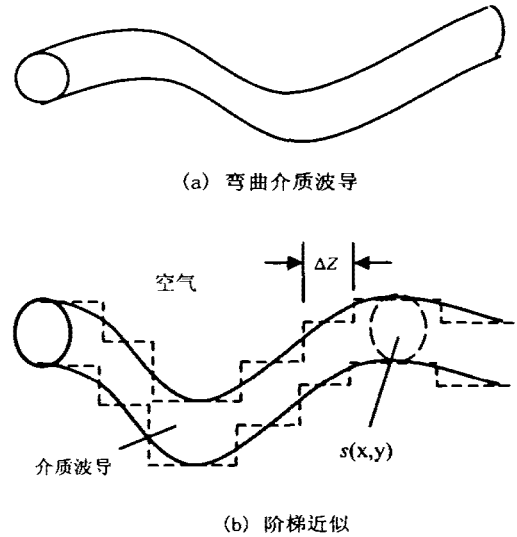


图 1 三维弯曲介质波导(a)及其阶梯近似(b)
Fig. 1 3-dimension curved dielectric waveguide (a) and its staircase approximation (b)

状不好处理;三角形单元能够很好的逼近各种边界形状,但分析比较繁琐.当介质波导横截面的各介质边界与坐标轴平行时,采用矩形单元较方便;若横截面是其它形状,则只能用三角形划分才能够更好地逼近.

本文采用的矩形划分单元见图 2,插值方法为

$$\text{边上: } \vec{\phi}_i^e = \sum_{i=1}^4 \vec{N}_i^e \phi_i^e = [\vec{N}^e]^T \{\phi^e\}, \quad (3)$$

$$\vec{N}_1^e = \frac{1}{l_y^e} (y_c^e + \frac{l_y^e}{2} - y) \hat{x},$$

$$\vec{N}_2^e = \frac{1}{l_y^e} (y - y_c^e + \frac{l_y^e}{2}) \hat{x}, \quad (4)$$

$$\vec{N}_3^e = \frac{1}{l_x^e} (x_c^e + \frac{l_x^e}{2} - x) \hat{y},$$

$$\vec{N}_4^e = \frac{1}{l_x^e} (x - x_c^e + \frac{l_x^e}{2}) \hat{y}.$$

$$\text{顶点上: } \Phi_z^e = \sum_{i=1}^4 N_i^e \phi_{z_i}^e = [N^e]^T \{\phi_z^e\}, \quad (5)$$

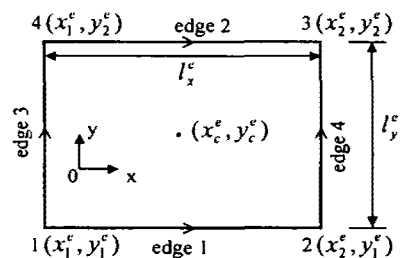


图 2 矩形边缘元

Fig. 1 Rectangular edge element

$$\{N^e\} = \begin{cases} \frac{(x_2^e - x)(y_2^e - y)}{l_x^e l_y^e} \\ \frac{(x - x_1^e)(y_2^e - y)}{l_x^e l_y^e} \\ \frac{(x - x_1^e)(y - y_1^e)}{l_x^e l_y^e} \\ \frac{(x_2^e - x)(y - y_1^e)}{l_x^e l_y^e} \end{cases}, \quad (6)$$

本文采用的三角形划分单元如图 3 所示,插值方法为

$$\begin{aligned} \phi_z &= j \{N^e(x, y)\}^T \{\phi_z^e\} = j \{N^e\}^T \{\phi_z^e\}, \\ \phi_x &= \{U^e(y)\}^T \{\phi_x^e\} = \{U^e\}^T \{\bar{\phi}_x^e\}, \\ \phi_y &= \{V^e(x)\}^T \{\phi_y^e\} = \{V^e\}^T \{\bar{\phi}_y^e\}. \end{aligned} \quad (7)$$

其中式(7)和式(8)中各插值函数见文献[7].

上述两种方法插值后通过有限元处理,都得到广义本征值方程为

$$[A_n] \{\bar{\phi}_i\} = k_i^2 [B_n] \{\bar{\phi}_i\}, \quad (8)$$

其中 $\{\bar{\phi}_i\} = \{\phi_x, \phi_y\}^T$. 求解式(8)可以得到各模式的传播常数 k_i 和相应的横向场分布. 纵向场分布可以根据式[8]和式[7]中的关系从 $\{\bar{\phi}_i\}$ 得出.

在用有限元方法求得了 E 或 H 中的一个以后,可以从 Maxwell 方程得到另一个的场分布. 假设先得到了第 i 个模式的磁场 \vec{H}_i 和 H_{zi} , 则该模式的横向电场的模式函数为

$$\begin{aligned} \vec{e}_n &= \frac{k_{zi}}{jk_0^2} [p, (\frac{\partial H_{zi}}{\partial y} + jk_{zi} H_{yi}) \hat{x} \\ &+ p, (-jk_{zi} H_{xi} - \frac{\partial H_{zi}}{\partial x}) \hat{y}], \end{aligned} \quad (9)$$

按照这种定义,第 i 个模式的特性阻抗为^[9]

$$Z_{0i} = \omega \mu_0 / k_{zi}, \quad (10)$$

并且根据介质波导的本征模性质,同一波导中各本

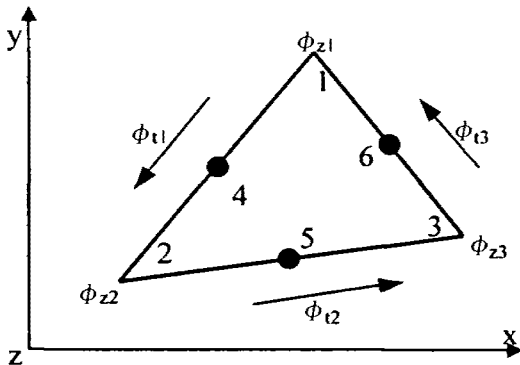


图 3 三角形边缘元
Fig. 3 Triangular edge element

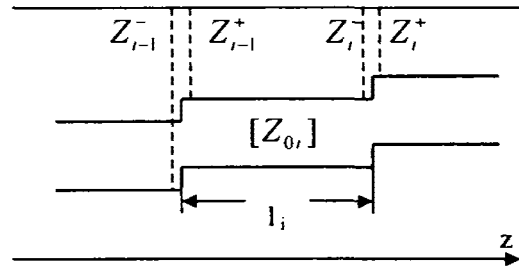


图 4 阶梯近似中纵向划分的一个单元
Fig. 4 One unit of the staircase approximation structure

征模式存在正交性,可定义如下正交归一化条件:

$$\iint_{\Omega} \vec{e}_n \times \vec{h}_y \cdot d\vec{\Omega} = \delta_n, \quad (11)$$

1.2 阶梯近似的微波网络分析

图 4 是阶梯近似中一个基本单元的示意图,包括 $z_{i-1}^- \rightarrow z_i^+$ 中的直波导部分和阶梯不连续性部分.

在 $z = z_i^+$ 处,总的电磁场可以表示为各本征模电磁场的叠加

$$\vec{E}_i = \sum_j \vec{e}_y \bar{U}_j, \quad \vec{H}_i = \sum_j \vec{h}_y \bar{I}_j, \quad (12)$$

这里带上标“一”的表示接头右边的量. 同样在 $z = z_i^-$ 处

$$\vec{E}_i = \sum_j \vec{e}_y U_j, \quad \vec{H}_i = \sum_j \vec{h}_y I_j, \quad (13)$$

根据接头处的电磁场连续性条件,得

$$\sum_i U_i \vec{e}_n = \sum_j \bar{U}_j \vec{e}_y, \quad (14)$$

$$\sum_i I_i \vec{h}_n = \sum_j \bar{I}_j \vec{h}_y, \quad (15)$$

将式(14)右叉乘 \vec{h}_n , 式(15)左叉乘 \vec{e}_y , 并在横截面上积分. 根据正交归一化条件,可以得到

$$U_i = \sum_j Q_y \bar{U}_j, \quad \bar{I}_j = \sum_i P_y I_i, \quad (16)$$

写成矩阵的形式为

$$\{U\} = [Q] \{\bar{U}\}, \quad \{\bar{I}\} = [P] \{I\}, \quad (17)$$

其中 $[P] = [Q]^T = [Q]^{-1}$, 且

$$[Q]_y = \iint_{\Omega} \vec{e}_n \times \vec{h}_n \cdot d\Omega, \quad (18)$$

这样,当知道 $z = z_i^+$ 处的阻抗矩阵后, $z = z_i^-$ 处的阻抗矩阵也能得到^[9]

$$[Z] = [Q][\bar{Z}][Q]^T, \quad (19)$$

可以证明, $z = z_i^-$ 处反射系数矩阵为

$$[\Gamma(z_i^-)] = ([Z(z_i^-)] + [Z_{0i}])^{-1} ([Z(z_i^-)] - [Z_{0i}]), \quad (20)$$

由传输线理论可以求出 $z = z_{i-1}^+$ 处的阻抗矩阵

$$[Z(z_{i-1}^+)] = [Z_{0i}] ([I] + [H_i][\Gamma(z_i^-)][H_i]) \cdot ([I] - [H_i][\Gamma(z_i^-)][H_i])^{-1}, \quad (21)$$

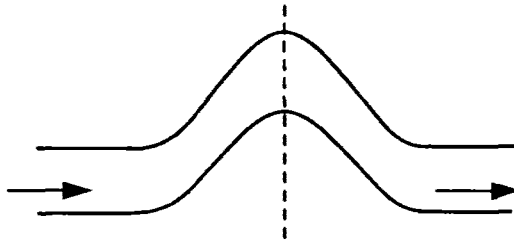


图5 纵向对称的弯曲波导
Fig.5 Symmetrically curved waveguide in the longitudinal direction

上面几式中

$$\begin{aligned} [Z_{0i}]_{mn} &= \delta_{mn} \frac{\omega \mu}{k_{z, in}}, \\ [H_i]_{mn} &= \delta_{mn} \exp(-jk_{z, in} l_i). \end{aligned} \quad (22)$$

其中 $k_{z, in}$ 是第 i 个台阶中第 n 个本征模的传播常数.

将上述步骤依次重复于各个基本单元中,最后就可得到整个弯曲结构的传输和散射特性.对于纵向对称的波导,还可用更简单的方法.在对称面分别加上电壁和磁壁,并分别求出与电壁和磁壁对应的输入口的反射系数矩阵 R_a 和 R_s ,则整个弯曲波导的电压反射系数矩阵和电压传输参数矩阵为^[6]

$$\begin{cases} R_i = (R_s + R_a)/2 \\ T_i = (R_s - R_a)/2 \end{cases} \quad (23)$$

主模的电压传输系数为 $T_i(1,1)$.

2 计算结果

图6给出了用本文方法计算的平板介质波导“陷阱”结构过渡器的主模传输特性及与文献中数据的比较.可以看出两者吻合很好,由此说明本文方法的有效性.

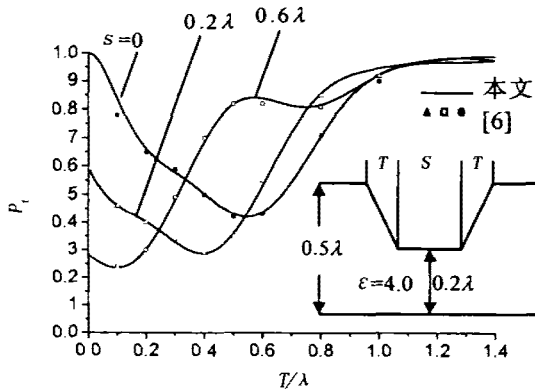


图6 平板介质波导陷阱结构的传输特性
Fig.6 Transmission through a one-dimensional pit in a slab waveguide

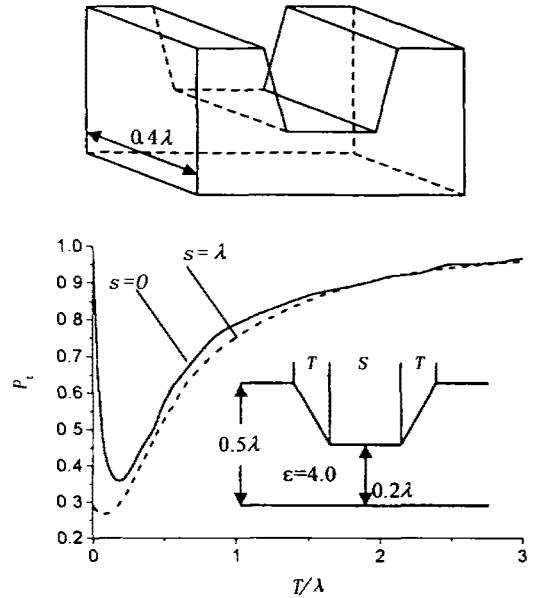


图7 一种矩形横截面陷阱结构过渡器的传输特性
Fig.7 Transmission through a 2-dimensional pit with rectangular transverse cross-section

图7给出了一种矩形横截面波导三维“陷阱”式过渡器的主模传输特性. $S=0, T=0$ 时相当于直通,功率全部传输.随着 S 的增大,传输的功率减小.但是当 T 很大时,整个结构中不均匀性变得缓慢,因此传输功率增大.计算中纵向分17个台阶,模匹配中取了15个本征模.

图8是矩形横截面介质波导的三维弯曲结构.功率沿 z 方向传输. y 方向上曲线的变化轮廓为 $y =$

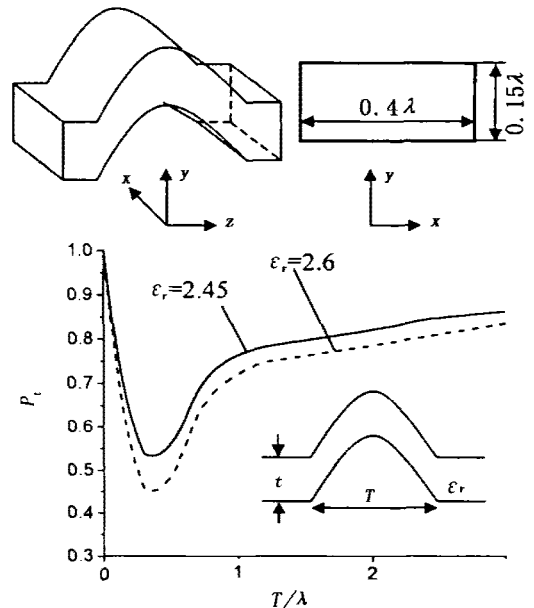


图8 一种三维弯曲介质波导的传输特性
Fig.8 Transmission of a 3-dimensional curved waveguide

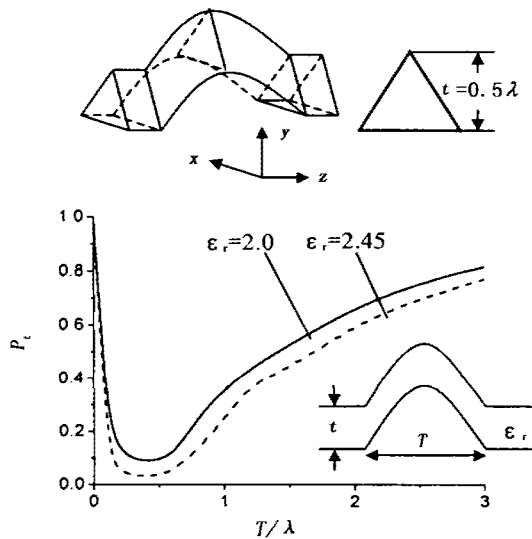


图9 三角形横截面介质波导弯曲结构的传输特性
Fig.9 Transmission of a 3-dimensional curved waveguide with triangle transverse cross-section

$\tanh(z/T)$, T 是整个弯曲结构的长度. 计算中取 15 个本征模, 30 个台阶. 从图中可以看出, 当 T 趋于 0 时, 相当于直通, 传输功率接近于 1; 随着 T 的增大, 传输功率逐渐减小; 当 T 很大时, 起伏变化变慢, 功率传输增多. 从图中还可以看出当波导的介电常数增大时, 传输功率的最小值反而变小. 合理的解释是: 介电常数越大, 电磁场更多地被束缚在介质波导内, 波导的不连续性对该模式传输的影响加大.

图 9 给出了等边三角形介质波导弯曲结构的传输特性. 过渡结构的轮廓也是 $y = \tanh(z/T)$. 可以看出它的传输特性与图 8 相似, 但功率传输的最小值更小一些.

所有计算中发现, 当阶梯近似中的台阶数足够大时, 计算结果都趋向于同一固定值, 说明本文方法具有良好的收敛性, 可用于对各种不同的横截面形状的非均匀介质波导进行分析.

3 结语

随着毫米波应用和光波传输系统的发展, 介质波导得到了越来越广泛的应用. 本文用阶梯近似与边缘元和模匹配相结合的方法分析了一大类任意横截面形状二维和三维非均匀介质波导的传输特性. 所得的结果与文献中给出的数据吻合很好, 说明了本文方法的有效性. 由于边缘元方法的通用性, 本文方法可对各种不同横截面形状的非均匀介质波导进行分析.

REFERENCES

- [1] Brooke G, Kharadly M. Scattering by abrupt discontinuities on planar dielectric waveguides. *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, 1982, **30**(4): 760
- [2] Geshiro M, Kaihara Y, Sawa S. Analysis of wave propagation in anisotropic film waveguides with bent optical axes. *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, 1984, **32**(2): 339
- [3] Marcuse D. Bending losses of the asymmetric slab waveguide. *Bell Sys. Tech. J.*, 1971, **50**: 2251
- [4] Feix N, Lalande M, Jecko B. Harmonical characterization of a microstrip bend via the finite difference time domain method. *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, 1992, **40**(5): 955
- [5] Hese J, Zutter D. Modeling of discontinuities in general coaxial waveguide structures by the FDTD - method. *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, 1992, **40**(3): 547
- [6] Peng S, Xu S, Schwering F. Transitions in open millimetre-wave waveguides. *IEE Proceedings Part. H*, 1989, **136**(3): 487
- [7] Koshiba M, Inoue K. Simple and efficient finiteelement analysis of microwave and optical waveguides. *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.* 1992, **40**(2): 371
- [8] Jin J. *The Finite Element Method in Electromagnetics*. New York: John Wiley & Sons, Inc. 1993.
- [9] Xu S, Sheng X. Coupling of edge-element and modematching for multistep dielectric discontinuity in guiding structures. *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, 1997, **45**(2): 284