

灰壁面与镜反射界面下线性折射率半透明 平板内的辐射传递*

夏新林 黄 勇 谈和平

(哈尔滨工业大学能源科学与工程学院, 黑龙江, 哈尔滨, 150001)

摘要 研究了梯度折射率半透明介质内的辐射传递, 采用弯曲光线跟踪法和伪光源迭加法推导出一侧为灰壁面另一侧为镜反射半透明界面, 具有线性折射率分布的发射-吸收性半透明介质层内的辐射强度. 通过与本文的精确方法进行比较, 进一步验证了以往对该类问题采用分层处理的可靠性.

关键词 热辐射传递, 弯曲光线跟踪法, 伪光源迭加法, 半透明介质, 梯度折射率.

RADIATIVE TRANSFER INSIDE A LINEARLY GRADED INDEX SEMI-TRANSPARENT SLAB: GRAY SUBSTRATE WALL AND SPECULAR SEMI-TRANSPARENT SURFACE*

XIA Xin-Lin HUANG Yong TAN He-Ping

(School of Energy Science and Engineering, Harbin Institute of Technology, Harbin, Heilongjiang 150001, China)

Abstract Radiative transfer inside a linearly graded index semi-transparent slab was analyzed. One boundary of the medium is a gray diffuse wall and the other is a specular semi-transparent interface. Curved ray-tracing technique was used to solve the radiative transfer equation and pseudo-source adding method was adopted to obtain the intensity of the gray wall. Based on these, the inner intensities were deduced. The analytical method of this paper can be used to check the correctness of previous work that was based on a multi-layered numerical method. The relative errors show that the previous method is effective in solving such problems.

Key words thermal radiative transfer, curved ray tracing method, pseudosource adding method, semi-transparent medium, graded index.

引言

介质内的辐射传递在诸多方面已经得到广泛的研究, 研究的问题涉及到界面的不同反射模式^[1]、复杂的界面形状^[2]和各向异性散射^[3]等方面. 对层间介质折射率发生阶跃变化的两层或多层半透明介质内的辐射传递, 一些学者也进行了研究^[4]. 介质内连续变化的折射率分布对辐射传递影响的研究近来引起人们兴趣, 这一方面是由于梯度折射率材料在光学系统设计中越来越得到广泛重视, 随之对某些情况需要进行热评价工作, 另一方面伴随热效应的梯度折射率效应也引起人们的重视. Ferwerda^[5]

推导出梯度折射率散射性介质内的辐射传递方程. Ben Abdallah 和 Le Dez^[6~8]基于 Fermat 原理确定辐射能在半透明介质内的传递路径, 提出弯曲光线跟踪法, 对梯度折射率半透明介质层内辐射传递的问题进行了一系列的研究, 内容涉及到表观发射特性、内部辐射热流和温度场的求解等多方面. 赵立新^[9]对空间相机光学窗口进行热评价工作, 考虑了温度引起的梯度折射率效应, 但其对热辐射传递做了简化处理. 文献[10]通过将连续变化的折射率处理成多层阶跃变化的折射率, 采用伪光源迭加法^[11]和光线分裂跟踪法^[2]分析了半透明介质层的发射问题. 对梯度折射率现有的研究表明, 梯度折射率介

* 国家自然科学基金(批准号 50076010)、哈尔滨工业大学跨学科交叉性研究基金(批准号 HIT. MD2000. 16)资助项目
稿件收到日期 2001-08-07, 修改稿收到日期 2001-11-11

* The project supported by the National Natural Science Foundation of China(No. 50076010), and the Multidiscipline Scientific Research Foundation of Harbin Institute of Technology(No. HIT. MD2000. 16)

Received 2001-08-07, revised 2001-11-11

质和均匀折射率介质相比较在某些情况下会带来一些特殊的效应. 例如, 在较小的光学厚度下, 梯度折射率半透明介质层有可能突破均匀折射率半透明介质层的发射极限^[10].

本文采用弯曲光线跟踪法推导具有线性折射率分布的发射-吸收性半透明介质层内的辐射强度, 介质层的一侧为灰壁面, 另一侧为镜反射半透明界面. 文中对灰壁面采用伪光源迭加法进行分析处理, 得到介质内各处辐射强度的解析表达式.

1 物理模型

考虑一平板状半透明介质层, 界面 1 为半透明镜反射界面, 界面 2 为不透明漫射灰壁面, 外界为真空, 如图 1 所示. 介质的吸收系数为 κ , 介质层厚度为 d , 表面处温度为 T_1 , 折射率为 n_1 , 设基底面处温度为 T_2 , 折射率为 n_2 , 介质层内温度分布为 $T(z)$. 介质内部折射率为 $n(z) = n_2 + (n_1 - n_2)z/d$, 为线性分布. 存在 $n_1 > n_2$ 和 $n_1 < n_2$ 两种情况, 本文仅以 $n_1 > n_2$ 的情况为例进行分析, $n_1 < n_2$ 的情况可以做类似的分析与推导. 设基底面处的发射率为 ϵ_w , 反射率为 ρ_w .

2 界面 2 处的有效辐射强度

为了求得壁面 2 处的有效辐射强度 I_p , 本文做如下分析.

2.1 求解不考虑壁面 2 发射和反射时, 沿角度 ξ 射向壁面 2 的辐射强度 $I^-(0, \xi)$

吸收发射性介质层中的辐射传递方程有形式为

$$\frac{d}{ds} \left[\frac{I(s, \Omega)}{n^2(s)} \right] + \kappa \frac{I(s, \Omega)}{n^2(s)} = \kappa I_b(s). \quad (1)$$

式中 $I(s, \Omega)$ 为位置 s 处 Ω 方向的辐射强度, $I_b(s)$

为位置 s 处的黑体辐射强度. 沿角度 ξ 射向壁面 2 的辐射能传递的弯曲路径上的坐标为^[6]

$$s(z) = \frac{d}{n_1 - n_2} \left[\sqrt{n^2(z) - n_2^2 \sin^2 \xi} - n_2 \cos \xi \right] = \frac{\bar{\tau}}{\kappa} [f(z, \xi) - \cos \xi]. \quad (2)$$

这里 $\bar{\tau} = \kappa d n_2 / (n_1 - n_2)$, $\bar{n}(z) = n(z) / n_2$. 定义 $f(z, \xi) = \sqrt{n^2(z) - \sin^2 \xi}$, $g(z, \xi) = \sqrt{n^2(z) - n_2^2 \sin^2 \xi}$. 沿角度 ξ' 射向壁面 1 的辐射传递的弯曲路径上的坐标为

$$s(z) = \frac{\bar{\tau}}{\kappa} [g(z, \xi') - \bar{n}(d) \cos \xi']. \quad (3)$$

约束条件为 $z \leq z^* = \frac{\bar{\tau}}{\kappa} [\bar{n}(d) \sin \xi' - 1]$, 辐射能在 z^* 处发生全反射返回表面.

通过求解方程(1), 可以得到 $I^-(0, \xi)$ 为

$$I^-(0, \xi) = n_2^2 \int_{s(0)}^{s(d)} \kappa I_b(s) e^{-\int_{s(0)}^s \kappa ds'} ds + \rho n_2^2 \int_{s(0)}^{s(d)} \kappa I_b(s) e^{-\int_s^{s(d)} \kappa ds' - \int_{s(0)}^s \kappa ds'} ds = \kappa n_2^2 \int_0^d \frac{1}{n(z)} I_b(z) \frac{e^{-\bar{\tau} \cos \xi - \bar{\tau} f(z, \xi)}}{f(z, \xi)} dz + \kappa \rho n_2^2 \int_0^d \frac{1}{n(z)} I_b(z) \frac{e^{-2\bar{\tau} f(d, \xi) + \bar{\tau} f(z, \xi) + \bar{\tau} \cos \xi}}{f(z, \xi)} dz. \quad (4)$$

这里 ρ 为表面处的反射率, 可由 Fresnel 反射定律计算得到, 若发生全反射, ρ 值为 1.

2.2 计算壁面 2 处的一次伪光源辐射强度和有效辐射强度

所有射到基底面的辐射能经过反射后与基底面本身发射的辐射能混合在一起, 类似于一个假想光源的发射. 我们称其为一次伪光源的发射. 一次伪光

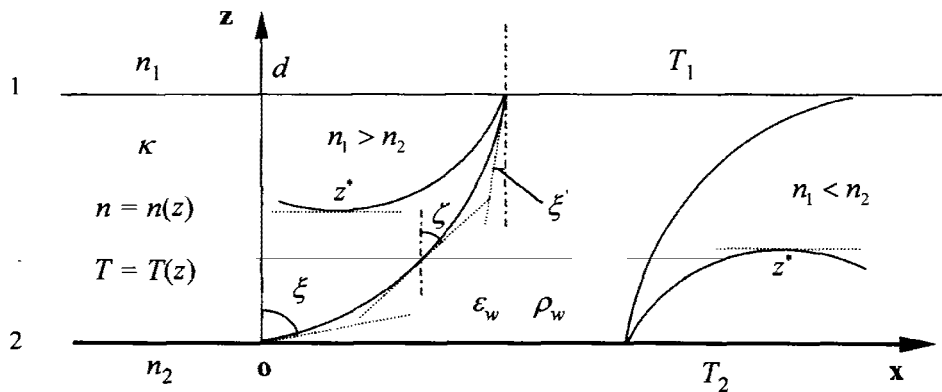


图 1 物理模型和坐标系
Fig. 1 Physical model and coordinate

源的辐射强度为

$$I_{1\rho} = \epsilon_w n^2 I_b(0) + \frac{\rho_w}{\pi} \int_{\Omega=2\pi} I^-(0, \xi) \cos \xi d\Omega. \quad (5)$$

定义一个过程衰减系数 K , K 为从基底面发射的能量在介质中传递后返回介质的份额. 可以得到

$$K = 2 \int_0^{\pi/2} \exp[2\bar{\tau}(\cos \xi - f(d, \xi))] \sin \xi \cos \xi d\xi. \quad (6)$$

一次伪光源发射后有部分返回到灰体壁面 2, 反射后又类似于一个伪光源的发射, 以此类推, 可形成伪光源序列. 迭加起来的伪光源强度为

$$I_{1\rho} = \frac{I_{1\rho}}{1 - K\rho_w}, \quad (7)$$

$I_{1\rho}$ 就是壁面 2 处的有效辐射强度.

3 介质内部的辐射强度 $I^+(z, \zeta)$ 和 $I^-(z, \zeta)$

上标“+”表示方向为壁面 2 到界面 1 方向, 上标“-”表示方向为界面 1 到壁面 2 方向. 对于某点处方向 ζ 沿该处传递轨迹延伸至界面 1 或壁面 2 时, 其与 z 轴的夹角分别为 $\xi' = \arcsin[\sin \zeta \bar{n}(z) / \bar{n}_d]$ 和 $\xi = \arcsin[\sin \zeta \bar{n}(z)]$. 内部的辐射强度可以分为如下几种情况.

3.1 + 方向, $\zeta \leq \arcsin[1/\bar{n}(z)]$ 时

$$I^+(z, \zeta) = I_{\rho} \bar{n}^2(z) \exp[\bar{\tau} \cos \xi - \bar{\tau} f(z, \xi)] + \kappa n^2(z) \int_0^z I_b(z') \bar{n}(z') \frac{e^{\bar{\tau}[f(z, \xi) - f(z', \xi)]}}{f(z', \xi)} dz'. \quad (8)$$

3.2 - 方向, $\zeta \leq \arcsin[1/\bar{n}(z)]$ 时

$$I^-(z, \zeta) = I_{\rho} \bar{n}^2(z) \rho \exp[\bar{\tau} f(z, \xi) + \bar{\tau} \cos \xi - 2\bar{\tau} f(d, \xi)] + \kappa n^2(z) \rho \int_0^d I_b(z') \bar{n}(z') \frac{e^{\bar{\tau}[f(z, \xi) + f(z, \xi) - 2f(d, \xi)]}}{f(z', \xi)} dz' + \kappa n^2(z) \int_z^d I_b(z') \bar{n}(z') \frac{e^{\bar{\tau}[f(z', \xi) - f(d, \xi)]}}{f(z', \xi)} dz'. \quad (9)$$

内部介质 $\zeta > \arcsin[1/\bar{n}(z)]$ 时的辐射传递不受壁面 2 的影响, 其传递有如下关系式:

$$\frac{I^-(d, \xi')}{n_1^2} e^{-\bar{\tau} \bar{n}_d \cos \xi'} + \int_z^d \kappa I_b(z) \bar{n}(z) \frac{e^{-\bar{\tau} g(z, \xi')}}{g(z, \xi')} dz = \frac{I^-(z^*, \pi/2)}{n_1^2 \sin^2 \xi'}, \quad (10)$$

$$\frac{I^+(z^*, \pi/2)}{n_1^2 \sin^2 \xi'} e^{-\bar{\tau} \bar{n}_d \cos \xi'} + \int_z^d \kappa I_b(z) \bar{n}(z)$$

$$\frac{e^{-\bar{\tau}[g(z, \xi') - \bar{n}_d \cos \xi']}}{g(z, \xi')} dz = \frac{I^+(d, \xi')}{n_1^2}. \quad (11)$$

这种情况下, 在界面 1 和 z^* 点处发生的都是全反射, 所以 $I^+(d, \xi')$ 等于 $I^-(d, \xi')$, $I^+(z^*, \pi/2)$ 等于 $I^-(z^*, \pi/2)$. 由此可得

$$I^+(z^*, \pi/2) = \frac{2\kappa n_1^2 \sin^2 \xi'}{1 - e^{-2\bar{\tau} \bar{n}_d \cos \xi'}} \int_z^d I_b(z) \bar{n}(z) \frac{e^{-\bar{\tau} g(z, \xi')}}{g(z, \xi')} dz, \quad (12)$$

$$I^-(d, \xi') = \frac{2\kappa n_1^2}{1 - e^{-2\bar{\tau} \bar{n}_d \cos \xi'}} \int_z^d I_b(z) \bar{n}(z) \frac{e^{-\bar{\tau}[g(z, \xi') - \cos \xi']}}{g(z, \xi')} dz. \quad (13)$$

通过这两个辐射强度, 就可以确定第(3)种情况.

3.3 +、- 方向, $\zeta > \arcsin[1/\bar{n}(z)]$ 时

$$I^+(z, \zeta) = \frac{I^+(z^*, \pi/2) n^2(z)}{n_1^2 \sin^2 \xi'} e^{-\bar{\tau} g(z, \xi')} + \kappa n^2(z) \int_z^z I_b(z') \bar{n}(z') \frac{e^{\bar{\tau} g(z', \xi') - \bar{\tau} g(z, \xi')}}{g(z', \xi')} dz', \quad (14)$$

$$I^-(z, \zeta) = I^-(d, \xi') \frac{n^2(z)}{n_1^2} e^{\bar{\tau} g(z, \xi') - \bar{\tau} \bar{n}_d \cos \xi'} + \kappa n^2(z) \int_z^d I_b(z') \bar{n}(z') \frac{e^{\bar{\tau} g(z, \xi') - \bar{\tau} g(z', \xi')}}{g(z', \xi')} dz'. \quad (15)$$

4 计算结果及与分层处理方法的比较

图 2 是线性温度分布场下不同折射率分布表现方向发射率的计算结果. 温度分布为 $T_2/T_1 = 1.2$, 介质层的光学厚度 κd 等于 1, 底面发射率 ϵ_w 等于 0.7. 图 2 中曲线 1 是均匀折射率的情况. 从图中可以看出, 线性折射率分布的半透明介质其表现发射不能等效于折射率取中值的均匀折射率半透明介质

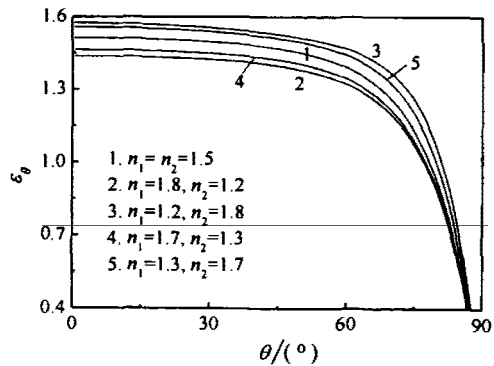


图 2 表现方向发射率
Fig.2 Apparent directional emissivity

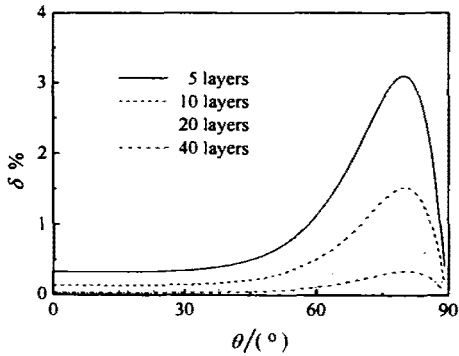


图3 相对误差

Fig. 3 Results of relative error

层的发射,折射率分布的大小及正反向分布不同时其表观发射差别均较大。

在文献[10]中,作者对本文研究的半透明介质层提出了一种分层处理的方法,采用光线分裂跟踪方法跟踪内部假设界面处的反射光线和折射光线。在文献[10]中,通过比较不同分裂层数的计算结果来验证分层处理对表观发射问题研究的可靠性。为进一步验证分层处理对表观发射问题研究的可靠性,现将本文得出的解析关系式的精确解与分层方法的计算结果进行比较,相对误差的结果见图3。

计算得到的线性折射率分布为: $n_1 = 1.5$, $n_2 = 1.05$, 温度分布为 $T_2/T_1 = 1.2$, 介质层的光学厚度 κd 等于 0.1, 底面发射率 ϵ_w 等于 0.7. 计算相对误差 δ 定义为

$$\delta = \frac{|\text{计算值} - \text{精确值}|}{\text{精确值}} \times 100\% \quad (16)$$

从计算结果来看,结果符合很好. 发射天顶角 θ 为 80° 时, 有最大的相对误差, 其值分别为: 5 层, 3.10%; 10 层, 1.52%; 20 层, 0.725%; 40 层, 0.341%. 结果进一步表明分层处理方法对该类问题求解的可靠性。

5 小结

确定半透明介质层内的辐射强度对于确定其表观发射、内部辐射热流以及确定介质内的温度场有重要意义. 本文根据弯曲光线跟踪法和伪光源迭加法推导出一侧为灰壁面另一侧为镜反射半透明界面和线性折射率分布的发射-吸收性半透明平板内辐射强度的表达式, 同时, 进一步验证了以往采用分层处理做法的可靠性。

REFERENCES

- [1] HUANG Yong, XIA Xin-Lin, TAN He-Ping, *et al.* Apparent emitting properties of a semi-transparent medium layer with specular semi-transparent surface and diffuse substrate. *Acta Energiæ Solaris Sinica* (黄勇, 夏新林, 谈和平, 等. 具有半透明镜反射表面和不透明基底面的半透明介质层的表观光谱发射特性. *太阳能学报*) 1999, 20(2): 116—121
- [2] HUANG Yong, XIA Xin-Lin, TAN He-Ping, *et al.* Apparent spectral emitting properties of a semi-transparent layer medium with a sine-shaped surface. *J. of Infrared and Millimeter Waves* (黄勇, 夏新林, 谈和平, 等. 具有镜反射正弦表面的半透明介质层表观光谱发射特性. *红外与毫米波学报*) 1999, 18(4): 276—282
- [3] XIA Xin-Lin, HUANG Yong, TAN He-Ping. Effect of particle scattering on spectral absorptive characteristics of semitransparent fluid layer. *J. of Industry and Engineering (China)*. (夏新林, 黄勇, 谈和平. 微粒散射对半透明流体层光谱吸收特性的影响. *化工学报*) 2001, 52(1): 17—23
- [4] Siegel R, Spuckler C M. Variable refractive index effects on radiation in semitransparent scattering multilayered regions. *AIAA J. Thermophysics and Heat Transfer*. 1993, 7(4): 624—630
- [5] Ferwerda Hedzer A. Radiative transfer equation for scattering media with a spatially varying refractive index. *Journal of Optics, A*. 1999, 1(3): L1—L2
- [6] Ben Abdallah P, Le Dez V. Thermal emission of a semi-transparent slab with variable spatial refractive index. *Journal of Quantitative Spectroscopy and Radiative Transfer*. 2000, 67(3): 185—198
- [7] Ben Abdallah P, Le Dez V. Temperature field inside an absorbing-emitting semi-transparent slab at radiative equilibrium with variable spatial refractive index. *Journal of Quantitative Spectroscopy and Radiative Transfer*, 2000, 64(4): 595—608
- [8] Ben Abdallah P, Le Dez V. Radiative flux field inside an absorbing-emitting semi-transparent slab with variable spatial refractive index at radiative conductive coupling. *Journal of Quantitative Spectroscopy & Radiative Transfer*, 2000, 67(2): 125—137
- [9] ZHAO Li-Xin. Thermal-optical evaluation to optical windows of space camera. *Acta Optica Sinica* (赵立新. 空间相机窗口的热光学评价. *光学学报*), 1998, 18(10): 1440—1444
- [10] HUANG Yong, TAN He-Ping, XIA Xin-Lin. Apparent emitting characteristics of semi-transparent isothermal medium layer with graded index. *J. of Infrared and Millimeter Waves* (黄勇, 谈和平, 夏新林. 梯度折射率半透明等温介质层的表观发射特性. *红外与毫米波学报*), 2001, 20(5): 348—352