

# 用区域分裂法求解波导不连续性问题\*

汪杰 尹雪洪 伟

(东南大学毫米波国家重点实验室, 江苏, 南京, 210096)

**摘要** 基于区域分裂法(DDM)结合频域有限差分(FDFD)和波导模式展开求解矩形波导不连续性问题. 在矩形波导的规则部分用解析的方法把电磁场用波导模式展开, 不规则部分用 FDFD 方法建立关于各离散点电磁场值的方程, 各个相邻的子区域间用 Depres 传输条件连接, 通过迭代得到整个区域的解. 计算了几个波导不连续性问题散射参数, 结果和其它方法结果吻合较好, 证明了该算法的正确性.

**关键词** 区域分裂法, 频域有限差分, 模式展开, 矩形波导, 散射参数.

## ANALYSIS OF WAVEGUIDE DISCONTINUITY BY THE DOMAIN DECOMPOSITION METHOD\*

WANG Jie YIN Lei HONG Wei

(State Key Laboratory of Millimeter Waves, Southeast University, Nanjing, Jiangsu 210096, China)

**Abstract** The Domain Decomposition Method(DDM) in conjunction with FDFD and Modes Expansion was used to analyze the discontinuity of the rectangular waveguide. In the regular part of the rectangular waveguide, the electromagnetic field was analytically developed by the waveguide modes and in the irregular part the equations of the discrete points were built by FDFD method. The Depres transmission condition was used to connect the adjacent subdomains and the whole domain's solution was achieved by the iterative procedure. Several examples of waveguide discontinuity were calculated. The agreement between the results and that from other methods verifies its accuracy.

**Key words** DDM, FDFD, mode expansion, rectangular waveguide, scattering parameter.

### 引言

波导不连续性分析是波导理论中的一个重要课题如利用波导中插入金属膜片来设计滤波器<sup>[1]</sup>、双工器<sup>[2]</sup>、波导 T-型结的分析<sup>[3]</sup>、弯曲波导散射参数的计算<sup>[4]</sup>等. 模式匹配法是分析此类问题的主要方法<sup>[1-4]</sup>, 特别是对于有规则截面的波导如矩形波导、圆波导等, 可以用解析的方法求出其模式, 然后在不连续面上进行模式匹配, 从而得到其散射参数. 当不连续性是由于某些不规则结构产生或者不容易解析得到模式函数时, 模式匹配法解决此类问题就会遇到困难, 而差分法能够很好地解决这个问题, 但使用差分法时由于要离开不连续面一段距离设置吸收边界条件, 从而导致矩阵规模变大, 消耗内存和计算时间都因此而增大.

本文采用区域分裂<sup>[5,6]</sup>的思想, 在规则部分把电磁场用波导模式展开, 不规则部分用差分方法建立关于各离散点电磁场值的方程, 从而形成不同的子区域, 各个子区域之间用 Depres 传输条件<sup>[5]</sup>连接, 通过迭代得到整个区域的解, 这样可以避免设置吸收边界, 使得矩阵规模变小, 同时采用带状矩阵的存储和计算方法, 可使计算时间减少.

### 1 原理

考虑如图 1 所示矩波形导 H-面 T-型结, 在 T-型结的中心插入一导体或介质杆, 矩形波导截面尺寸为  $a \times b$ , T-型结截面为  $d \times b$ . 当用主模  $TE_{10}$  模激励时, 由于只有  $x$  方向的不连续性, 所以只会产生  $TM_{n0}^y$  ( $n = 1, 2, \dots$ ) 模, 这样就可以用  $E_y$  求解. 把整个求解区域分成四个子区域(如图 1 所示), 在区域 I、II、III 中把

\* 国家杰出青年基金(批准号 69625102)资助项目  
稿件收到日期 2001-03-27, 修改稿收到日期 2001-07-20

\* The project supported by the National Fund for Outstanding Youth of China (No. 69625102)  
Received 2001-03-27, revised 2001-07-20

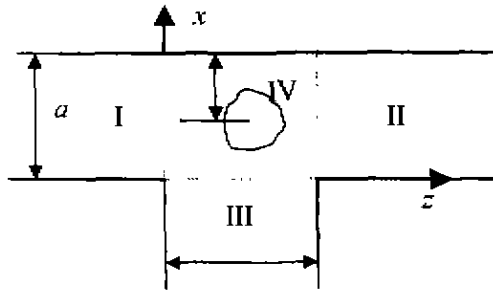


图1 H-面 T-型结  
Fig.1 H-plane T-junction

$E_y$  用矩形波导中的模式展开, 设主模  $TE_{10}$  模在 I 中激励, 则 3 个区域中的  $E_y$  可分别表示为

$$E_y^I = \sin\left(\frac{\pi}{a}x\right)\exp(-j\beta_{10}^I z) + \sum_{n=1}^N B_{n0}^I \sin\left(\frac{n\pi}{a}x\right)\exp(j\beta_{n0}^I z), \quad (1)$$

$$E_y^{II} = \sum_{n=1}^N B_{n0}^{II} \sin\left(\frac{n\pi}{a}x\right)\exp(-j\beta_{n0}^{II} z), \quad (2)$$

$$E_y^{III} = \sum_{n=1}^N B_{n0}^{III} \sin\left(\frac{n\pi}{d}z\right)\exp(-j\beta_{n0}^{III} z), \quad (3)$$

式(1~3)中  $\beta_{n0}$  ( $n=1, \dots, N$ ) 是各模式的传播常数,  $B_{n0}$  ( $i=1, 2, 3; n=1, \dots, N$ ) 是第  $i$  个区域中各模式的反射或传输系数. 在区域 IV 中,  $E_y$  满足方程

$$\frac{\partial^2 E_y}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 E_y}{\partial z^2} + k_0^2 E_y = 0, \quad (4)$$

式中  $k_0$  是自由空间波数. 利用式(4)可以建立关于各离散点  $E_y$  值的差分方程. 区域 IV 中内节点的 FD 方程比较简单, 此处不再赘述. 边界点上的方程可以通过 Depres 传输条件得到, 下面以相邻子域 I 和 IV 为例介绍传输条件在该问题中的应用.

不失一般性, 考虑如图 2 所示的两个相邻子域 I 和 IV, Depres 传输条件可表示为

$$\left(\frac{\partial}{\partial n_I} + jk_0\right)E_y^{i+1} = \left(-\frac{\partial}{\partial n_{IV}} + jk_0\right)E_y^i, \quad (5)$$

式中  $n_I$  是子域 I 的外法向,  $E_y^{i+1}$  是子域 I 第  $i+1$  次

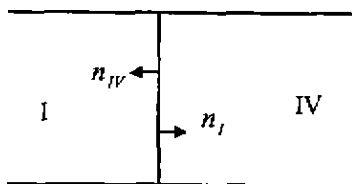


图2 相邻子区域  
Fig.2 Adjacent subdomains

迭代的场值. 把式(1)代入式(5)得子域 I 为

$$j(k_0 - \beta_{10}^I)\sin\left(\frac{\pi}{a}x\right)\exp(-\beta_{10}^I z) + \sum_{n=1}^N j(k_0 + \beta_{n0}^I)\sin\left(\frac{n\pi}{a}x\right)(B_{n0}^I)^{i+1}\exp(-j\beta_{n0}^I z) = \left(\frac{\partial}{\partial z} + jk_0\right)E_y^i, \quad (6)$$

子域 IV 为

$$\left(-\frac{\partial}{\partial z} + jk_0\right)E_y^i = j(k_0 + \beta_{10}^I)\sin\left(\frac{\pi}{a}x\right)\exp(-j\beta_{10}^I z) + \sum_{n=1}^N j(k_0 - \beta_{n0}^I)\sin\left(\frac{n\pi}{a}x\right)(B_{n0}^I)^{i+1}\exp(-j\beta_{n0}^I z). \quad (7)$$

对式(6), 沿  $x$  方向以  $N_x$  个离散点, 从而得到关于反射系数  $B_{n0}^I$  的矩阵方程, 该矩阵的阶数是  $N_x \times N$ , 其中  $N$  是模式数, 一般取  $N_x > N$ , 从而得到一个超定方程, 用最小二乘法求解该方程, 方程右端用区域 IV 中相应离散点上的场值差分近似导数得到. 对式(7), 方程左边用差分近似导数建立区域 IV 边界离散点的方程, 和内点方程一起构成方程组, 求解该方程组可得到各离散点的场值. 当然在 FD 方法求解该子域 IV 还可以再把它分成若干更小的区域, 这些子域间的传输条件可通过式(5)类似得到. 各子域的方程建立后可单独求解, 再通过迭代可得到整个区域的稳定解. 所求解的主模散射参数即为  $S_{11} = B_{10}^I, S_{12} = B_{10}^{II}, S_{13} = B_{10}^{III}$ , 其他散射参数可通过改变激励端而得到.

## 2 结果与讨论

为了验证该算法的正确性, 下文给出了几个算

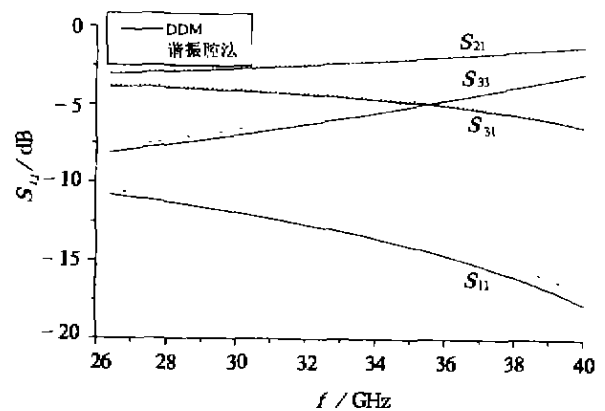


图3 不同方法 E-面 T-型结散射参数频率响应特性  
Fig.3 Scattering parameters vs. frequency for E-plane T-junction with different methods

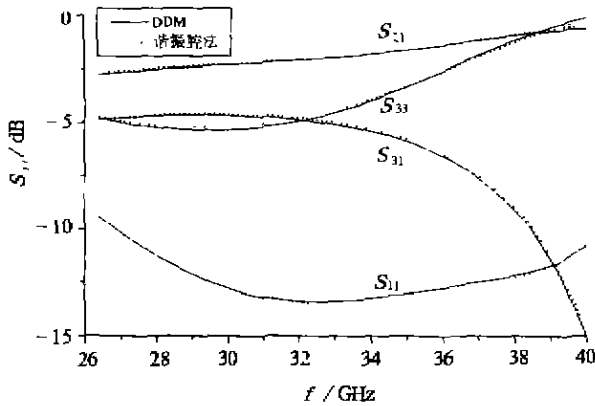


图 4 不同方法 H-面 T-型结散射参数频率响应特性  
Fig 4 Scattering parameters vs. frequency for H-plane T-junction with different methods

例,所有计算结果都在 P II 333 微机机上求解获得.

图 3 是 E-面 T-型结的散射参数的频率响应曲线,波导尺寸为  $a \times b = 7.112(\text{mm}) \times 3.556(\text{mm})$ ,  $d = 3.556(\text{mm})$ . 从图中可以看出本文结果与谐振腔法结果吻合较好. 在本文方法中,把区域 IV 沿  $x$  和  $z$  方向都剖分了 30 等份,同时把该区又分成了 4 个小区,每个小区的矩阵方程都可用带宽较窄的带状矩阵表示,并且中间两个小区的矩阵方程其实是一样的,所以把这 3 个带状矩阵进行 LU 分解的,在每次的迭代过程中求解各区域的解时只需进行回代. 其它 3 个波导中模式展开数取为 20,这 3 个矩阵也可以先进行 QR 分解,求解相应的方程时也只是个回代的过程.

图 4 是 H-面 T-型结的散射参数的频率响应曲线,波导尺寸为  $a \times b = 7.112(\text{mm}) \times 3.556(\text{mm})$ ,  $d$

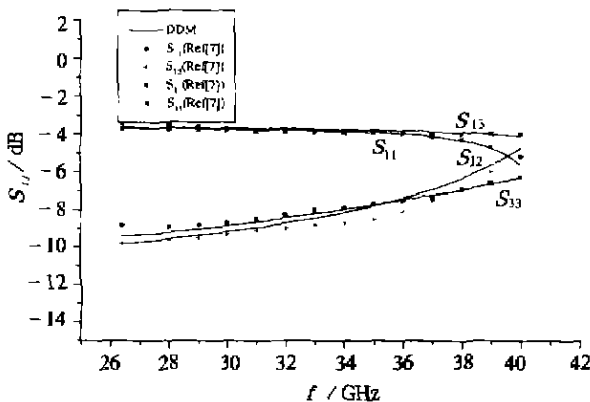


图 5 H-面 T-型结加载导体柱散射参数频率响应特性  
fig.5 Scattering parameters vs. frequency for H-plane T-junction loaded with conductive pillar

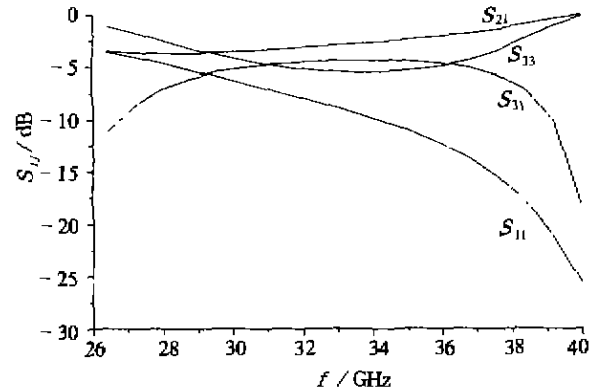


图 6 H-面 T-型结加载介质柱散射参数频率响应特性  
fig.6 Scattering parameters vs. frequency for H-plane T-junction loaded with dielectric pillar

$= 7.112(\text{mm})$ . 把区域 IV 沿  $x$  和  $z$  方向都剖分了 30 等份,同时把该区又分成了 4 个小区,所得结果与谐振腔法结果吻合较好.

图 5 为图 1 中 T-型结加载导体杆结构的频率响应特性,导体杆截面为矩形,波导尺寸为  $a \times b = 7.112(\text{mm}) \times 3.556(\text{mm})$ ,  $d = 7.112(\text{mm})$ . 导体杆尺寸为  $d_x = 3.556(\text{mm})$ ,  $d_z = 2.019(\text{mm})$ . 其中心在  $z$  方向上位于 IV 区的中心,  $x$  方向上距波导侧壁  $t = 1.778(\text{mm})$ . 为了适应差分网络,该结构尺寸和文献<sup>[6]</sup>尺寸相比作了微小的调整. 所以本文结果与文献<sup>[6]</sup>结果有一定的误差. 图 6 所示为图 1 T-型结加载介质杆结构的频率响应特性. 结构尺寸和图 5 相同,介质柱的相对介电常数是  $\epsilon_r = 4.0$ . 在这种情况下模式函数不易得到解析的表达式,所以就不能用谐振腔法进行求解,而用本文方法只要把上例中导体的参数换成介质的相对介电常数即可.

图 7 所示为一矩形波导加载矩形棒结构. 当矩形棒导体时,其频率响应特性如图 8 所示. 矩形波导尺寸为  $a \times b = 10.0(\text{mm}) \times 5.0(\text{mm})$ . 导体棒位于波导中央,其尺寸为  $d_x = d_z = 0.2(\text{mm})$ ,两个导体棒中心相距  $l_z = 5.0(\text{mm})$ . 用本文方法计算,沿  $z$  方向分成 5 个子区域,在子区域 1,3,5 中用波导模

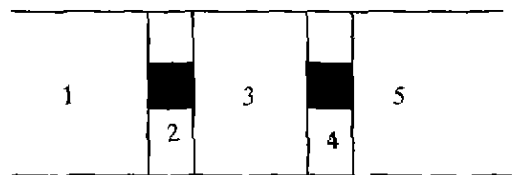


图 7 矩形波导加载矩形柱

Fig.7 Rectangular waveguide loaded with rectangular pillar

式展开,而2,4区中用FD方法计算.为提高计算精度,在x方向上不等距剖分成80个网格,而对导体棒均匀剖分成10等份,在z方向上只需把导体棒剖分成10等份,得到的矩阵方程采用带状阵的存储和LU分解法求解.所得结果和模式匹配法吻合较好.当把该导体棒换成介质时,用模式匹配法求解就比较困难,但用本文方法只需把导体的参量换成介质的介电常数即可.图8所示为这一结构反射系数的频率响应特性,介质棒的尺寸为 $d_x = d_z = 1.0$  (mm), $l_z = 5.0$  (mm),相对介电常数为 $\epsilon_r = 20.0$ .

### 3 结论

本文把区域分裂法用于求解波导不连续性问题,把要求解的结构分成若干子区域,在波导的规则部分用波导模式展开,不规则部分用有限差分法,相邻的子区域之间用Depres传输条件连接,各个子区

域分别求解,再通过迭代得到整个区域的解.对一些由于部分结构不规则而较难采用模式匹配法的波导不连续性问题,本文方法有较大的优越性.

### REFERENCES

- [1] CHEN Yi-Yuan, YIN Lei, ZHU Xiao-Wei, et al. A powerful numerical method for analyzing e-plane waveguide filter and its CAD package. *Acta Electronica Sinica* (陈忆元,尹雷,朱晓维,等.一种通用的E面波导滤波器数值分析方法及其CAD软件包. *电子学报*), 1997, **25**(12): 45—49
- [2] WANG Jie, YIN Lei, HONG Wei. Accurate optimization design of millimeter wave diplexer. *Journal of Infrared and Millimeter Waves* (汪杰,尹雷,洪伟.毫米波双工器的精确优化设计. *红外与毫米波学报*), 2000, **19**(4): 297—301
- [3] Liang Xiao-Peng, Kawthar A Z, Ali E A. A rigorous three-plane mode-matching technique for characterizing waveguide T-junctions, and its application in multiplexer design. *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, 1991, **39**(12): 2138—2146
- [4] WANG Jie, HONG Wei. A fast and accurate method for calculating the generalized S-parameter of curved waveguide. *Journal of Microwaves* (汪杰,洪伟.弯曲波导广义散射参数的快速精确计算. *微波学报*), 2000, **16**(2): 116—121
- [5] Lei ying, Wei hong. Domain decomposition method: a direct solution of Maxwell equations. *IEEE AP-S*, 1999, **2**: 1290—1293
- [6] WANG Jie, YIN Lei, HONG Wei. The application of domain decomposition method in scattering analysis of 3-D objects. *Chinese Journal of Radio Science* (汪杰,尹雷,洪伟.区域分裂法及其在三维散射中的应用. *电波科学学报*), 2000, **15**(3): 334—338
- [7] Yu Rong, Hui-wen Yao, Kawthar A Z, et al. Millimeter-wave Ka-band H-plane diplexers and multiplexers. *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, 1999, **47**(12): 2325—2330

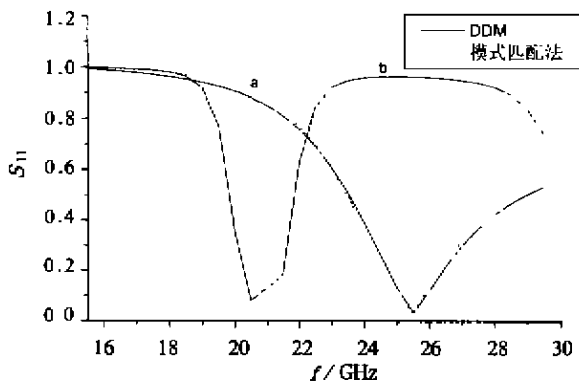


图8 图7所示结构反射系数频率响应特性  
(a)导体柱 (b)介质柱

Fig. 8 Scattering parameters vs. frequency of the structure shown by Fig. 7

(a) conductive pillar (b) dielectric pillar