

# 一种新的基于随机 Hough 变换的 椭圆检测方法\*

陈燕新 戚飞虎

(上海交通大学计算机科学与工程系, 上海, 200030)

TP391.41

**摘要** 提出一种新的基于 RHT 的三点椭圆检测法, 利用随机采样到的 2 点(包括它们的边缘方向)和搜索获得的 1 个点来确定椭圆参数。这种方法不仅在确定参数时只需随机采样两点, 还通过搜索到的点来决定是否对当前点进行参数计算和累积, 有效地解决了无效采样和累积问题。与其他检测方法比较结果表明: 新方法具有计算速度快, 占有内存小及检测性能好等优点。

**关键词** 随机 Hough 变换(RHT), 椭圆检测, 无效累积。

计算机视觉

## A NEW ELLIPSE DETECTION METHOD USING RANDOMIZED HOUGH TRANSFORM\*

CHEN Yan-Xin QI Fei-Hu

(Department of Computer Science and Engineering, Shanghai Jiaotong University, Shanghai 200030, China)

**Abstract** Applying Randomized Hough Transform (RHT) directly to the detection of ellipses, five points were randomly sampled to determine the ellipse parameters, which produces a large amount of useless accumulations when processing complex images. To solve the problem, a new ellipse detection method using RHT was proposed, which uses two randomly picked points (with edge directions) and one searched point to calculate the ellipse parameters. In this method, only two points are randomly picked when calculating the ellipse parameters, furthermore, the searched point can be used to determine whether the parameters should be accumulated or not, therefore, the problem of useless sampling and accumulations is well solved. In comparison with other detection methods, this method has the advantages of high speed, small storage and high detection performance.

**Key words** randomized Hough transform (RHT), ellipse detection, useless accumulation.

### 引言

快速而准确地检测椭圆在计算机视觉领域, 特别是自动化检验和装配领域有着广泛的应用前景。Hough 变换是检验椭圆的有效方法, 若将 Hough 变换直接用于椭圆检测, 由于椭圆有 5 个自由参数, 需在五维参数空间进行累积, 致使这种做法因计算量和内存需求量过大而不合实际。通常的做法是利用椭圆的几何性质和边缘方向信息将参数空间分解, 用多级 Hough 变换来实现椭圆检测<sup>[1~3]</sup>。Yuen 方法<sup>[1]</sup>大大减小了计算量和内存需求, 但有误差传递的缺陷, 为了克服误差传递, Yoo<sup>[2]</sup>方法以占用更多的内存(用于存储点对参数表)为代价来克服误差传递缺陷。用多级 Hough 变换实现

椭圆检测, 尽管无需做五维 Hough 变换, 但仍需做多个低维 Hough 变换, 计算量和内存需求仍较大。

Xu 等<sup>[4]</sup>提出的随机 Hough 变换(RHT), 它采用多到一的映射, 避免了传统 Hough 变换一到多映射的庞大计算量; 采用动态链表结构, 只对多到一映射所得到的参数分配单元进行累积, 从而降低了内存需求, 同时使得 RHT 具有参数空间无限大、参数精度任意高等优点。当用 RHT 处理简单图像时, 它表现出相当优异的性能<sup>[5]</sup>。但在处理复杂图像时, 由于随机采样会引入大量的无效采样和累积, 使算法的性能下降。为此, 一些学者<sup>[5~8]</sup>提出了改进的 RHT 算法用于直线检测和圆检测。若将 RHT 直接用于椭圆检测, 需要随机采样 5 个点才能确定椭圆参数, 导致 RHT 在复杂图像中检测椭

\* 国防预研基金(96. J2. 4. 2)资助项目

稿件收到日期 1998-09-07, 修改稿收到日期 1998-12-17

\* The project supported by the preliminary Research Foundation of National Defense.

Received 1998-09-07, revised 1998-12-17

圆时,与检测直线和圆相比,引入无效采样和累积的概率更大,使算法的计算量和内存需求增大而且还可能导致算法在可接受的时间或内存占有情况下检测不到椭圆。为克服上述缺陷,本文提出了一种新的基于RHT的椭圆检测方法,它是利用随机采样2个点(包括它们的边缘方向)和搜索获得1点来确定椭圆参数的,这种方法不仅在确定参数时只需随机采样2点,而且还通过搜索到的那点来决定是否对当前点进行参数计算和累积,从而有效地解决了无效采样和累积问题。

由于将RHT直接用于椭圆检测时,需要5个点才能确定椭圆参数,因此称之为基于RHT的5点椭圆检测法,记作RHT\_5。本文提出的方法只需3个点就以确定椭圆参数,故称之为基于RHT的三点椭圆检测法,记作RHT\_3。

本文首先简要介绍了基于RHT的5点椭圆检测法,然后详细讨论了基于RHT的3个点椭圆检测法,最后是实验结果及讨论。

## 1 基于RHT的5点椭圆检测法(RHT\_5)

二次曲线可表示为

$$Ax^2 + 2Bxy + Cy^2 + 2Dx + 2Ey + F = 0, \quad (1)$$

其中 $(x, y)$ 为图像空间坐标, $A, B, C, D, E, F$ 是二次曲线的参数,其中5个是自由参数。若 $A, B, C$ 满足

$$B^2 - AC < 0, \quad (2)$$

则二次曲线为椭圆。

将RHT直接用于椭圆检测时,需随机采样5个点,由方程(1)得5个方程,由它们构成关于参数的线性方程组,对其进行求解,若有解且该解满足式(2),则对该解(也就是求得的参数)进行累积。算法简要描述如下:设 $D$ 为图像空间的边缘点集, $P$ 为参数空间的参数单元集,是动态链表结构,从 $D$ 中随机采样5点,计算这5点所确定的二次曲线参数 $p$ ,若有解且 $p$ 满足式(2),则搜索参数单元集 $P$ ,看是否存在一参数 $p_c$ (本文用相同的符号表示参数单元和它对应的参数),它和 $p$ 的误差在容许范围之内,若有,则将参数单元 $p_c$ 的计数值score加1并将参数单元 $p_c$ 更新;若没有,则在 $P$ 中插入新的参数单元 $p$ 。当参数单元 $p_c$ 的score达到指定阈值 $N$ (它是一个很小的数,例如2,3)时,该参数对应的椭圆成为候选椭圆,判断该候选椭圆是否为真实椭圆,若是,则说明已检测到了一个椭圆,将落在该椭圆上的点从 $D$ 中去掉,并释放 $P$ 中所有参数单元占用的内存,然后继续检测下一个椭圆;否则,说明该候选椭圆为虚假椭圆,从 $P$ 中去掉该参数单

元,继续进行检测。

## 2 基于RHT的3点椭圆检测法(RHT\_3)

在处理复杂图像时,由于RHT\_5需要随机采样5点才能确定椭圆参数,这会引入大量的无效采样,导致需要计算无效参数并对无效参数分配单元进行累积。这些无效参数单元的引入使得参数单元集变大,这不仅占用了内存而且使后继续搜索参数单元集的工作量变大,另外,大量的无效采样和累积还会导致在可接受的内存占用情况下检测不到椭圆,从而使算法的检测性能变差,这里首先说明随机采样是如何在检测椭圆时引入无效采样和累积的。设图像有 $N$ 个大小(即点数)为1的椭圆,还有 $h$ 个非椭圆上点,则随机采样所得5点落在同一椭圆上的概率为

$$\begin{aligned} prob &= NC_q^5 / [C_{Nq+h}^5] \\ &= [Nq(q-1)(q-2)(q-3)(q-4)] / [(Nq+h)(Nq+h-1)(Nq+h-2)(Nq+h-3)(Nq+h-4)]. \end{aligned} \quad (3)$$

假如没有非椭圆上点,即 $h=0$ ,则式(3)简化成

$$\begin{aligned} prob &= \frac{Nq(q-1)(q-2)(q-3)(q-4)}{Nq(Nq-1)(Nq-2)(Nq-3)(Nq-4)} \\ &\approx \frac{Nq^5}{(Nq)^5} = \frac{1}{N^4}. \end{aligned} \quad (4)$$

由式(4)可知:当图像中仅有同样大小的椭圆时,随机采样5点落在同一椭圆上的概率和椭圆数目的四次方成反比,椭圆数目越多,5点落在同一椭圆上的概率就越小,这意味着产生无效采样和累积的概率就越大。另外,由式(3)可知:非椭圆上的点越多,5点落在同一椭圆上的概率就越小,产生无效采样和累积的概率就越大。

如果随机采样2点,则2点落在同一椭圆上的概率为

$$prob = \frac{NC_q^2}{C_{Nq+h}^2} = \frac{Nq(q-1)}{(Nq+h)(Nq+h-1)}. \quad (5)$$

假如没有非椭圆上点,即 $h=0$ ,则式(5)简化成

$$prob = \frac{Nq(q-1)}{(Nq)(Nq-1)} \approx \frac{Nq^2}{(Nq)^2} = \frac{1}{N}. \quad (6)$$

显然,对于有数个椭圆的图像,随机采样2点落在同一椭圆上的概率远远大于随机采样5点落在同一椭圆上的概率。减小随机采样的点数是解决无效采样和累积的有效方法,要减小随机采样的点数,就需要寻找椭圆的其他参数求解方法。

二次曲线(当然包括椭圆)可用极和极线来定

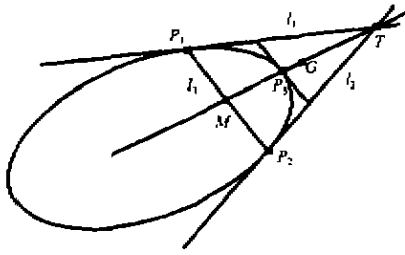


图1 二次曲线的极和极线定义  
Fig.1 The pole and polar definition of conic

义<sup>[2]</sup>,在此定义中,一条二次曲线是由3点(其中2点需知曲线在这两点处的切线方向)来定义的,参照图1,二次曲线上2点 $P_1, P_2$ 处的切线为 $l_1, l_2$ ,若它们不互相平行,则它们将交于一点,设为 $T$ , $T$ 称为二次曲线的极;过 $P_1, P_2$ 的弦 $P_1P_2$ 称为二次曲线的极线。设直线 $l_1, l_2$ 和弦 $P_1P_2$ 所在直线 $l$ 的参数方程为

$$\begin{aligned} l_1(x, y) &= u_1x + v_1y + w_1 = 0, \\ l_2(x, y) &= u_2x + v_2y + w_2 = 0, \\ l(x, y) &= u_3x + v_3y + w_3 = 0, \end{aligned}$$

其中 $u, v$ 和 $w$ 是直线的参数,则过 $P_1, P_2$ 两点的二次曲线簇为

$$\lambda l_1^2(x, y) + l_1(x, y)l_2(x, y) = 0, \quad (7)$$

其中 $\lambda$ 是任意常数。由于 $\lambda$ 是任意常数,为了完全确定二次曲线,还需在曲线上另取一点,比较方程(1)和(7),就可获得二次曲线的全部参数。

线段 $\overline{TM}$ ( $M$ 是线 $\overline{P_1P_2}$ 的中点)和二次曲线的交点 $P_3$ 控制着曲线的形状:当交点是线段 $\overline{TM}$ 的中点时,曲线是抛物线;当交点靠近 $T$ 时,曲线是双曲线;当交点靠近点 $M$ 时,曲线是椭圆。另外,该交点有一个很好的性质:该交点处的切线和直线 $l_3$ 是平行的。

本文提出的 RHT\_3 就是用上述方法来确定椭圆参数的。随机采样两个点,作为 $P_1, P_2$ ,若边缘曲线在这两点处的切线(切线的方向就是边缘方向,可以当前边缘点为中心,在一个小的领域内进行直线拟合求得)不平行,则可求得 $T$ 点,由于检测的是椭圆,只需在线段 $\overline{MG}$ (点 $G$ 是线段 $\overline{TM}$ 的中点)上搜索 $P_3$ 点,为了使搜索的 $P_3$ 点也有一定的随机特性,在线段 $\overline{MG}$ 上随机产生一点,设为 $S$ ,从 $S$ 出发,在线段 $\overline{SM}$ 上搜索 $P_3$ 点,若没搜索到,则仍从 $S$ 出发,在线段 $\overline{SG}$ 上搜索 $P_3$ 点,若还未搜索到,则认为 $P_1, P_2$ 两点不在同一椭圆上,需重新采样两点,作为 $P_1, P_2$ 。由于线段 $\overline{TM}$ 和椭圆交点处的切线具有与直线 $l_3$ 平行的性质,利用这一性质,可以决定是

否对得到的3点进行参数计算和累积。设计算得到直线 $l_3$ 的方向为 $\alpha_3$ ,在 $P_3$ 处边缘的方向为 $\alpha_2$ ,指定边缘方向的容许误差为 $\alpha_{ind}$ (本文取 $20^\circ$ ),则只有当

$$|\alpha_{l_1} - \alpha_3| \leq \alpha_{ind} \quad (8)$$

时,才认为这3点可能在同一椭圆上而对它们进行参数计算和累积。这样,就滤去了大量不在同一椭圆上的3点组合,避免了无效参数计算和对这些无效参数的累积。由上述讨论可知:由于 RHT\_3 不仅只需随机采样2点,而且还通过搜索到的那点来决定是否对当前点进行参数计算和累积,从而有效地解决了无效采样和累积问题。

考虑到计算的可行性,以及线段 $\overline{MG}$ 的长度较短,使搜索 $P_3$ 点的工作量较小,同时减小搜索到非 $P_1, P_2$ 所在椭圆上的可能性,我们对随机采样到的 $P_1, P_2$ 加如下限制条件:预先指定阈值 $d$ 和 $\alpha$ ,只有当线段 $P_1P_2$ 的长度 $|P_1P_2|$ 以及这2点处的边缘方向 $\alpha_1, \alpha_2$ 满足

$$|P_1P_2| \geq d, |\alpha_1 - \alpha_2| \geq \alpha, \quad (9)$$

时,才进行后继的处理,否则,将重新随机采样2个点。另外,尽管只在线段 $\overline{MG}$ 上搜索 $P_3$ 点,但考虑到噪声及边缘方向计算误差等原因,仍判断计算获得的参数是否满足式(2),只有满足时才能进行参数累积。

RHT\_3 算法具体步骤如下:(1)构造边缘点集 $D$ ,初始化参数单元集 $P = NULL$ ,循环计数 $k = 0$ ;(2)从 $D$ 中随机选取两点 $P_1, P_2$ ;(3)判断它们是否满足式(9),若满足则转步骤(4),否则转步骤(2);(4)在线段 $\overline{MG}$ 上搜索 $P_3$ 点,若搜索到了,就判断是否满足式(8),若满足则转步骤(5),否则都转步骤(9);(5)计算这3点所确定的二次曲线参数 $p$ ,若有解,则判断它们是否满足式(2),若满足则转步骤(6),否则都转步骤(9);(6)在参数单元集 $P$ 中找一个参数单元 $p_c$ ,满足 $\|p - p_c\| \leq \delta$ ( $\delta$ 是容许误差),若找到了则转步骤(8),否则转步骤(7);(7)将 $p$ 插入 $P$ ,令其score为1,转步骤(9);(8)将 $p_c$ 的score加1并将参数单元 $p_c$ 更新,若 $p_c$ 的score小于指定的阈值 $N$ ,则转步骤(9),否则转步骤(10);(9) $k = k + 1$ ,若 $k$ 大于指定的最大循环次数 $K_{max}$ ,则结束,否则转步骤(2);(10) $p_c$ 为候选椭圆的参数,利用落在该候选椭圆上的点数和其周长之比来判断该候选椭圆是否为真实椭圆,若是,则转步骤(11),否则为虚假椭圆,从 $P$ 中去除 $p_c$ ,转步骤(2);(11)检测到参数为 $p_c$ 的真实椭圆,判断已检测到的椭圆数是否已达到规定的数目,若是,则结束,否则将落在参数 $p_c$ 对应椭圆上的点从 $D$ 中去掉,重置 $P$

=NULL,  $k=0$ , 转步骤(2)。

需要说明的是: 由于数字化和噪声的影响, 计算获得的梯度方向将有一定的误差, 这使得椭圆上的一些点不能对该椭圆对应的参数进行累积, 从而导致 RHT\_3 检测到该椭圆的概率减小, 但实验发现, 对于复杂图像, 这一减小后的概率仍比 RHT\_5 检测到该椭圆的概率大得多(参见式(3)~(6)), 另外, RHT\_3 还通过搜索到的那点来决定是否对当前点进行参数计算和累积, 由此滤去了大量无效采样, 保证了 RHT\_3 性能比 RHT\_5 好得多。

### 3 实验结果与分析

实验用 120MHz 586 微机进行, 在 Windows 95 平台上用 Visual C++5.0 编程实现。由于 Windows 95 平台上一个整数(int), 一个浮点数(float)和一个指针都占 4 个字节, 因此本文在衡量算法内存需求时以 4 个字节为 1 个内存单元。实验分两组进行, 一组是合成图像, 一组是摄像机拍得的真实图像。在用 RHT 检测时, 本文预先规定所需检测的椭圆数目, 将最大循环次数  $K_{max}$  取得很大(实验中  $K_{max}$  取 200 倍的边缘点数), 以使算法尽可能地检测到规定的椭圆数目。由于 RHT 采用随机采样, 因此每次运行结果并不完全相同, 本文通过考察 20 次运行结果来评价算法性能的。Yuen 等<sup>[1]</sup>提出的椭圆检测方法被普遍认为是用 Hough 变换实现椭圆检测的标准算法, 大多数学者都将他们提出的算法和 Yuen 方法相比较以评价算法的性能, 本文也将自己的算法 RHT\_3 和它进行比较。

本文用检测椭圆所花的时间  $T$  来衡量算法的计算量和计算速度。用算法能否检测到规定的椭圆来粗略地表征算法的检测性能。对于合成图像, 由于知道图中各椭圆的参数, 因此可以进一步用中心的横坐标误差  $\Delta E_x$  (单位为度) 来表征算法的检测性能。

对于算法的内存需求, 由于 RHT 的参数单元集

是一个动态链表, 参数单元按需分配, 因此当图像中有多个椭圆时, 检测每一个椭圆所占用的内存是不同的。本文用检测椭圆所占用的平均内存  $M_{av}$  以及所占用的最大内存  $M_{max}$  来表征算法的内存需求, 它们定义如下: 设算法检测到  $EN$  个椭圆, 检测第  $i$  个椭圆所占用的最大参数单元个数为  $CN_i$ , 每个参数单元所占用的内存单元数为  $u_i$ , 则

$$M_{av} = \frac{\sum_{i=1}^{EN} CN_i}{EN} \cdot u_i,$$

$$M_{max} = \max\{CN_1, CN_2, \dots, CN_{EN}\} \cdot u_i.$$

对于一个参数单元结构, 它包括 1 个计算单元(占 1 个内存单元)、5 个椭圆参数(占 5 个内存单元)以及 3 个指针(前向指针、后向指针和分支指针, 共占 3 个内存单元), 所以一个参数单元结构共占 9 个内存单元, 即  $u_i = 9$ 。对于 Yuen 方法, 第一步需要一个两维的 Hough 变换以确定椭圆中心, 本文将椭圆中心参数空间取得和图像空间一样大, 其中每个单元是一个整数, 即一个内存单元; 第二步是用一个三维的自适应 Hough 变换确定椭圆的其余 3 个参数, 这个三维自适应 Hough 变换可以重用第一步参数空间所占用的内存。因此对于实验中  $300 \times 300$  的图像, 所需内存为 90000 个内存单元。为了与 RHT 表征内存需求的标准统一, 本文也用  $M_{av}$  和  $M_{max}$  表征 Yuen 方法。显然, 对于  $300 \times 300$  的图像,  $M_{av} = M_{max} = 90000$ 。

第一组实验的合成图像的原图像如图 2(a) 所示, 其大小为  $300 \times 300$ , 所需检测的椭圆数为 5。用计算量较小的 Sobel 算子提取边缘并细化后, 结果如图 2(b) 所示, 图像中边缘点数为 1704。边缘图中椭圆数较多, 但非椭圆上点较少。Yuen 方法检测到了规定的 5 个椭圆, RHT\_5 和 RHT\_3 在 20 次运行中也检测到了规定的 5 个椭圆, 它们的检测结果类似于图 2(c)。  $T$ 、 $M_{av}$ 、 $M_{max}$ 、 $\Delta E_x$ 、 $\Delta E_y$ 、 $\Delta E_z$ 、 $\Delta E_h$  以及  $\Delta E_\theta$ , 如表 1(对于 RHT

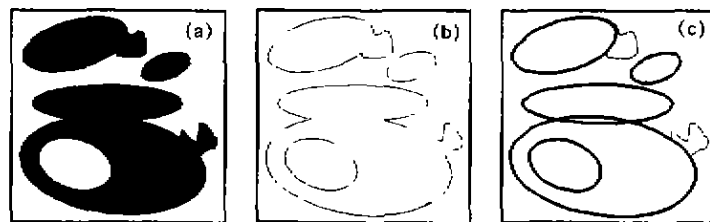


图 2 合成图像, (a) 原图像, (b) 边缘图像, (c) 检测结果

Fig. 2 The synthesis image

(a) the original image, (b) the edge image, (c) the detection result

表 1 合成图像的检测结果  
Table 1 The detection results of the synthesis image

	$T$	$M_{avr}$	$M_{max}$	$\Delta E_x$	$\Delta E_y$	$\Delta E_a$	$\Delta E_b$	$\Delta E_c$
Yuen 方法	404.9	90000	90000	1.00	0.85	1.55	1.24	1.18
RHT-5	52.1	64845	184428	0.52	0.65	0.72	0.84	0.95
RHT-3	11.8	16119	30726	0.74	0.58	0.76	0.92	0.86

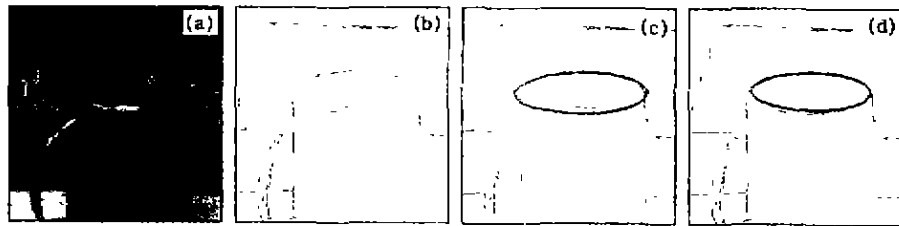


图 3 真实图像及其检测结果

(a) 原图像, (b) 边缘图像, (c) Yuen 方法检测结果, (d) RHT\_3 检测结果

Fig. 3 The real image and its detection results

(a) the original image, (b) the edge image, (c) the result of Yuen method, (d) the result of RHT\_3

5 和 RHT\_3, 上述值是 20 次运行结果的平均), 由表 1 可知: 对于图 2(a) 所示的合成图像, RHT\_3、RHT\_5 的检测精度略高于 Yuen 方法, RHT\_3 的计算速度要比 RHT\_5、Yuen 方法快得多, 占用内存比 RHT\_5、Yuen 方法小得多。

第二组实验的真实图像的原图像如图 3(a) 所示, 其大小为  $300 \times 300$ , 所需检测的椭圆数为 1。用 Sobel 算子提取边缘并细化后, 结果如图 3(b) 所示, 图像中边缘点数为 1382, 边缘图较为复杂, 且大部分为非椭圆上点。Yuen 方法检测到了规定的椭圆, 所费时间  $T$  为 103.3s, 占用 90000 个内存单元, 检测到的椭圆如图 3(c) 所示。RHT\_3 在 20 次运行中都检测到了规定的椭圆, 所费平均时间  $T$  为 6.8s, 所占用的平均内存为 29484 个内存单元 (由于仅检测 1 个椭圆, 所以  $M_{av}$  和  $M_{max}$  相等, 均为 29484), 检测到的椭圆如图 3(d) 所示, 对比检测结果, 显然 RHT\_3 的检测精度要高于 Yuen 方法。RHT\_5 在最大循环次数  $K_{max}$  为 200 倍的边缘点数的情况下, 20 次运行中都没有检测到规定的椭圆, 平均时间  $T$  为 155.2s, 占用平均内存为 599589 个内存单元。由此可见, 对于图 3(a) 所示的真实图像, RHT\_3 的检测性能要比 RHT\_5 和 Yuen 方法好。另外, RHT\_3 的计算速度要比 RHT\_5 和 Yuen 方法快得多, 占用内存比 RHT\_5 和 Yuen 方法小得多。

由上述实验可以看到, 本文提出的 RHT\_3 具有计算速度快, 占用内存小以及检测性能好等优点,

## REFERENCES

- [1] Yuen H K, Illingworth J, Kitter J. Detecting partially occluded ellipses using the Hough transform, *Image Vision Comput.*, 1989, 7(1): 31-37
- [2] Yoo J H, Sethi I K. An ellipse detection method from the polar and pole definition of conics, *Pattern Recognition*, 1993, 26(2): 307-315
- [3] Guil N, Zapata E L. Lower order circle and ellipse Hough transform, *Pattern Recognition*, 1997, 30(10): 1729-1744
- [4] Xu L, Oja E, Kultane P. A new curve detection method: Randomized Hough Transform (RHT), *Pattern Recognition Letter*, 1990, 11(5): 331-338
- [5] Xu L, Oja E. Randomized Hough Transform (RHT): basic mechanisms, algorithms and computational complexities, *Comput. Vision Graphic Image Process: Image Understanding*, 1993, 57(2): 131-154
- [6] Kalviainen H, Hirvonen P, Xu L, et al. Probabilistic and nonprobabilistic Hough transforms: Overview and comparisons, *Image and Vision Computing*, 1995, 13(4): 239-252
- [7] Kalviainen H, Hirvonen P. An extension to the randomized Hough transform exploiting connectivity, *Pattern Recognition Letters*, 1997, 18: 77-85
- [8] CHEN Yan-Xin, QI Fei-Hu. A randomized Hough transform using gradient direction information, *J. Infrared Millim. Waves* (陈燕新, 戚飞虎. 利用梯度方向信息的随机 Hough 变换, *红外与毫米波学报*), 1998, 17(5): 375
- [9] CHEN Yan-Xin, QI Fei-Hu. Fast circle detection using randomized Hough transform, *Journal of Shanghai Jiaotong University* (陈燕新, 戚飞虎. 基于随机 Hough 变换的快速圆检测方法, *上海交通大学学报*), 1998, 32(10): 17-20