



# 一种新的适合于目标识别的仿射不变量\*

陈燕新 戚飞虎

(上海交通大学计算机科学与工程系, 上海, 200030)

TP391.41

**摘要** 针对仿射变换所造成的某些特征点提取不稳定, 提出一种新的适合于目标识别的仿射不变量, 它是基于特征点和几乎不受仿射变换影响的目标轮廓线。当目标无遮挡时, 新不变量仅依赖于当前特征点和整个轮廓线; 当目标有遮挡时, 新不变量依赖于当前特征点、与它直接相邻的两个特征点以及它们之间的轮廓线。在已有的基于特征点的仿射不变量中, 新不变量所依赖的特征点是最少的, 可以很好地应用于特征点提取不稳定场合的目标识别。

**关键词** 仿射不变量, 轮廓线, 特征点, 目标识别。

## 引言

利用 2-D 图像进行目标识别是计算机视觉的重要组成部分, 在军事、工业自动化等领域有着广泛的应用前景。为了快速而准确地进行目标识别, 常用假设-验证法<sup>[1,2,3]</sup>, 即首先提取目标上的特征点, 用它们构成不变量, 然后用不变量索引模型库以形成假设, 并进行验证。这里形成假设是指给出候选模型, 验证是判断假设是否成立, 它是通过由特征点和不变量给出的合适变换将待识别目标的图像数据进行变换, 考察变换后数据和候选模型数据是否匹配来实现的。

本文研究的仿射不变量在仿射变换下具有不变性, 也就是说当目标图像发生平移、旋转、均匀伸缩、剪切变形、扭曲变形等仿射变换时, 它是不变的。仿射变换特别是剪切变形和扭曲变形会造成某些特征点的提取不稳定。例如: 角点是图像目标识别中最常用的特征点, 当发生剪切变形时, 轮廓线上各点的曲率将发生变化, 在某些投影图像中很明显的角点在另一些投影图像中将会变得不明显, 从而会导致算法在不同投影图像中检测到的角点不能相互对应上, 造成角点的提取不稳定。对于轮廓线, 它的检测几乎不受仿射变换的影响。从这种意义上说, 当发生仿射变换时, 轮廓线检测要比特征点检测可靠得多。

目前, 所有基于特征点的仿射不变量都仅仅利用特征点计算的<sup>[3]</sup>, 它们至少依赖于 4 个特征点, 有些甚至依赖于所有特征点, 这种不变量的缺点是当特征提取不稳定而造成目标图像上所提取的特征点和相应模型所用的特征点不能一一对应时, 将会导致计算获得的某些甚至全部不变量失效。显然, 计算不变量涉及的特征点数越多, 这种缺点就越明显。

本文给出了一种新的适合于目标识别的仿射不变量, 它基于特征点和几乎不受仿射变换影响的目标轮廓线。在已有的基于特征点的仿射不变量中, 本文的新不变量所依赖的特征点是最少的, 可以很好地应用于特征点提取不稳定场合的目标识别。

\* 国防研基金(编号 96J2.4.2)资助项目  
稿件收到日期 1998-05-06, 修改稿收到日期 1998-09-21

## 1 适合于目标识别的仿射不变量

大多数利用 2-D 图像进行目标识别的系统都需提取轮廓线,这是因为大多数角点提取算法都是基于轮廓线的<sup>[4]</sup>,而且假设验证时也常用轮廓线.由于轮廓线的检测几乎不受仿射变换的影响,本文构造的不变量也利用轮廓线,从而使得不变量所依赖的特征点尽量少,以减小仿射变换所造成特征点提取不稳定的影响.另外,由于特征点对区别不同目标起着决定作用,所以仅给出对应每个特征点的不变量,由这些不变量索引模型库以形成假设,这样,可以达到不变量少而精的目的.

设仿射变换前点的坐标为  $X = (x, y)^T$ ,仿射变换后对应点的坐标为  $X' = (x', y')^T$ ,则仿射变换可表示成

$$X' = AX + B, \quad (1)$$

其中  $A$  是  $2 \times 2$  矩阵,  $B$  是  $2 \times 1$  矩阵,仿射变换要求  $A$  非奇异,即  $\det A \neq 0$ . 本文用  $m_{pq}$  表示二值图像的  $(p+q)$  阶矩,用  $u_{pq}$  表示二值图像的  $(p+q)$  阶中心矩.

由格林定理可知:若以图像左上角为顶点,以水平向右方向为  $X$  轴正方向,以垂直向下方向为  $Y$  轴正方向,逆时针方向为曲线正方向,对于函数  $f(x, y)$ ,有

$$\iint_G \frac{\partial f(x, y)}{\partial x} dx dy = - \oint_{\Gamma} f(x, y) dy. \quad (2)$$

其中  $G$  是目标所占的区域,  $\Gamma$  为目标的有向轮廓线.显然,由式(2)可将  $(p+q)$  阶矩、 $(p+q)$  阶中心矩的计算用有向曲线积分来实现,例如二值图像的  $(p+q)$  阶矩可计算如下:

$$m_{pq} = \iint_G x^p y^q dx dy = \frac{-1}{p+1} \oint_{\Gamma} x^{p+1} y^q dy, \quad p, q = 0, 1, 2, \dots$$

另外,准确地将有向曲线积分数字化可参考文献[5].

对于仿射变换中的平移项  $B$ ,可用中心矩方法使构造的不变量对平移具有不变性,对于变换矩阵  $A$ ,可用矩阵(向量)相乘的方法使构造的不变量不随变换矩阵  $A$  的变化而变化,由此可构造不变量;用  $X = (x, y)^T$  表示图像平面上的点,设目标所占的区域为  $G$ ,其质心为  $\bar{X} = (\bar{x}, \bar{y})^T = (m_{10}/m_{00}, m_{01}/m_{00})^T$ ,目标上的  $N$  个特征点为  $U_j (j=1, 2, \dots, N)$ ,则对应特征点  $U_j$  有不变量

$$I_j = (U_j - \bar{X})^T \Sigma^{-1} (U_j - \bar{X}), \quad (3)$$

其中  $\Sigma = \frac{\iint_G (X - \bar{X})(X - \bar{X})^T dx dy}{m_{00}}$ . 这里作简要证明:设仿射变换前目标所占的区域为  $G$ ,其质心为  $\bar{X}$ ,目标上的  $N$  个特征点为  $U_j (j=1, 2, \dots, N)$ ;仿射变换后目标所占的区域为  $G'$ ,其质心为  $\bar{X}'$ ,  $U_j$  对应的特征点为  $U'_j$ , 因为

$$\bar{X}' = \frac{\iint_{G'} X' dx' dy'}{\iint_{G'} dx' dy'} = \frac{\iint_G (AX + B) |\det A| dx dy}{\iint_G |\det A| dx dy} = A \left\{ \frac{\iint_G X dx dy}{\iint_G dx dy} \right\} + B = A\bar{X} + B,$$

其中  $|\det A|$  表示仿射变换矩阵  $A$  的矩阵行列式的绝对值, 所以有

$$\begin{aligned} U' - \bar{X}' &= AU' + B - (A\bar{X} + B) = A(U' - \bar{X}), \\ X' - \bar{X} &= AX + B - (A\bar{X} + B) = A(X - \bar{X}), \\ \Sigma' &= \frac{\iint_G (X' - \bar{X}') (X' - \bar{X}')^T dx' dy'}{\iint_G dx' dy'} \\ &= \frac{\iint_G A(X - \bar{X})(X - \bar{X})^T A^T |\det A| dx dy}{\iint_G |\det A| dx dy} = A \Sigma A^T, \\ I' &= (U' - \bar{X}')^T \Sigma'^{-1} (U' - \bar{X}') \\ &= (U' - \bar{X}')^T A^T (A^T)^{-1} \Sigma^{-1} A^{-1} A (U' - \bar{X}') = I, \end{aligned}$$

因此式(3)中的  $I$  是仿射不变量, 证毕.

根据式(2)可将式(3)中的对面积积分转化成对有向轮廓线的积分, 因此式(3)给出的不变量仅依赖于当前特征点和整个轮廓线, 而与其他特征点的提取情况无关, 这可很好地满足无遮挡时的目标识别(例如空中目标). 由于相应每一特征点都有一个不变量, 如果将特征点按逆时针方向沿轮廓线依次编号, 对于待识目标, 给出的是一个不变量序列, 这个序列在理想情况下和相应模型给出的不变量序列之间是循环移位的关系(利用 2-D 图像进行目标识别, 实际上是通过目标的侧面图像进行目标识别, 所以模型库中模型给出的是目标某个侧面的信息). 由于要识别目标, 必然要求目标图像上的大多数特征点和相应模型所用的特征点能对应上, 这时, 对应上的特征点在不变量序列中的前后关系应相同, 本文称之为“对应特征点前后关系不变性”. 也就是说, 如果以某一对对应特征点为起点, 按逆时针方向给能对应上的特征点编号, 则对应特征点的编号应相同. 利用对应特征点前后关系不变性可以给出更为合理的仿射变换对假设进行验证.

对于式(3)中的  $\Sigma$ , 可用(中心)矩表示为

$$\Sigma = \frac{\iint_G (X - \bar{X})(X - \bar{X})^T dx dy}{m_{00}} = \frac{1}{m_{00}} \begin{pmatrix} u_{20} & u_{11} \\ u_{11} & u_{02} \end{pmatrix}.$$

可见, 计算仿射不变量  $I$ , 需计算  $u_{20}, u_{02}, u_{11}, u_{00}$ , 参照文献[6]可用它们构造仿射不变量

$$I_{\text{invar}} = (u_{20}u_{02} - u_{11}^2) / m_{00}^4. \quad (4)$$

式(4)是文献[6]给出的最为简单的矩仿射不变量, 将新不变量和式(4)给出的不变量作为一个矢量索引模型库以形成假设, 这里用两个不变量作为一个矢量索引模型库的目的是减小模型库的“重码率”.

式(3)给出的不变量依赖于整个轮廓线, 当有遮挡时这种不变量就失效了. 显然, 要使不变量在有遮挡时仍有效, 它必须只依赖于目标的局部信息. 参看图 1, 如果将过特征点  $A, B$  和  $C$  之间的轮廓线和辅助线段  $\overline{BC}$  所围的部分假想为一个单独子目标, 显然, 对于假想子目标, 在过点  $A$ , 而  $B, C$  之间的轮廓线没有被遮挡时, 用式(3)所得相应特征点  $A$  的仿射不变

量成立,这样就构造了基于局部轮廓线和特征点的仿射不变量,该量依赖于当前特征点、与它直接相邻的两个特征点以及它们之间的轮廓线,而与其他特征点的提取情况无关,对于待识目标,给出的也是一个不变量序列,同样利用对应特征点前后关系不变性可以给出更为合理的仿射变换对假设进行验证.另外,相应于假想子目标,式(4)给出的仿射不变量仍成立,所以在有遮挡时,同样可以将新不变量和式(4)给出的不变量作为一个矢量索引模型库,以形成假设.

由式(1)可知,仿射变换有6个自由参数,不共线的3对对应点可以唯一地确定一个仿射变换,因此要得到有意义的仿射不变量,至少需要4个特征点.本文利用几乎不受仿射变换影响的轮廓线使得构造的不变量所依赖的特征点最少,从而减小了仿射变换所造成特征点提取不稳定的影响.

## 2 实验结果与讨论

本实验的主要目的是验证新不变量的仿射不变性及其稳定性和可分辨性,实验分两组进行,一组是合成图像,另一组是用摄像机获得的真实图像,图像大小均为 $256 \times 256$ .

将图2(a)所示的合成图像进行仿射变形,提取轮廓线并用文献[4]的方法提取角点,其结果如图2(b)~(d)所示,将相应各角点的不变量填于表1中.用如图3(a)所示的模型飞机获得不同视点的投影图像,提取轮廓线并用文献[4]的方法提取角点,其结果如图3(b)~(d)所示,将相应各角点的不变量填于表2.

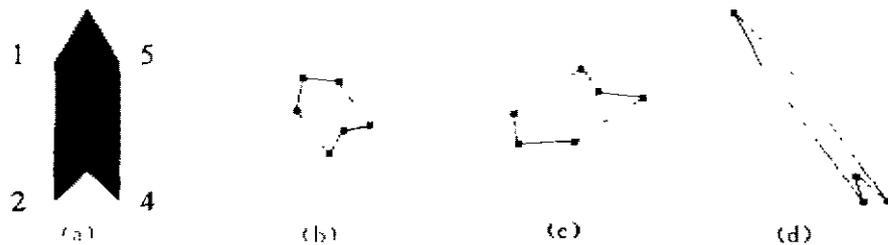


图2 合成图像  
Fig. 2 The synthetic images

对于图2,计算不变量的误差来源于图像数字化误差和角点提取误差.对于图3,计算不变量时,不仅有图像数字化误差、角点提取误差,而且还受噪声和透视投影的影响.在角点检测时,考虑到图像数字化和噪声的影响,检测角点的曲率阈值不能太小,而角点1、5在图2(d)中的曲率很小,因此算法未检测到这两个角点,但由表1可知,没有检测到这两个角点并不影响其他角点的不变量值.对于合成图像,各不变量的方差小于0.0040;对于真实图像,各不变量的方差小于0.0090.由此可知,新不变量具有仿射不变性及较好的稳定性.

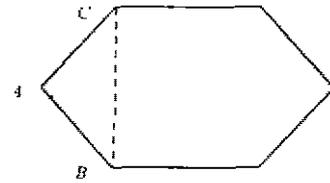


图1 有遮挡时的仿射不变量构成图  
Fig. 1 The figure for explaining the derivation of affine invariants when the object is partially occluded

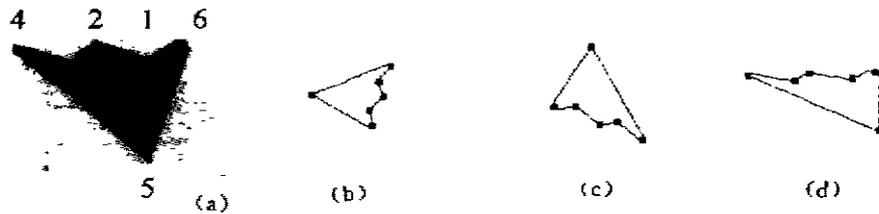


图 3 真实图像  
Fig. 3 The real images

合成图像各角点不变量均值所构成的序列为  $S_1 = (I_1, I_2, I_3, I_4, I_5, I_6)$ , 真实图像各角点不变量均值所构成的序列为  $S_2 = (I'_1, I'_2, I'_3, I'_4, I'_5, I'_6)$ , 定义它们之间的最小平方距离为  $D_i = \frac{1}{6} \min_{1 \leq j \leq 6} \left\{ \sum_{i=1}^6 (I_i - I'_{[(i+j-3) \bmod 6] + 1})^2 \right\}$ , 代入数值, 求得  $D_i$  为 6.8495, 与表 1 和表 2 中的不变量方差(均小于 0.0090)相比较, 可知新不变量具有很好的可分辨性.

表 1 合成图像的不变量值  
Table 1 The invariants of the synthetic images

角点编号	角点 1	角点 2	角点 3	角点 4	角点 5	角点 6
图 2(b)	3.937	6.852	1.829	6.836	4.264	4.908
图 2(c)	4.059	6.968	1.854	6.776	4.162	4.823
图 2(d)	—	6.895	1.971	6.922	—	4.925
不变量均值	3.998	6.905	1.885	6.845	4.213	4.885
不变量方差	0.0037	0.0023	0.0038	0.0036	0.0026	0.0020

表 2 真实图像的不变量值  
Table 1 The invariants of the real images

角点编号	角点 1	角点 2	角点 3	角点 4	角点 5	角点 6
图 3(b)	2.334	2.871	2.134	8.007	7.623	7.888
图 3(c)	2.255	2.745	1.913	8.124	7.749	7.829
图 3(d)	2.469	2.873	2.076	7.908	7.607	7.592
不变量均值	2.353	2.830	2.041	8.013	7.660	7.803
不变量方差	0.0078	0.0036	0.0088	0.0078	0.0040	0.0067

由上述实验可知: 新不变量具有仿射不变性及较好的稳定性和可分辨性, 特别是在目标无遮挡时(例如空中目标), 新不变量仅依赖于当前特征点和整个轮廓线, 而与其他特征点的提取情况无关, 这使得新不变量可以很好地应用于特征点提取不稳定场合的目标识别.

## REFERENCES

- 1 Mundy J L, et al. *Geometric Invariance in Computer Vision*, Massachusetts: MIT Press, 1992
- 2 Gavrilu D M, et al. *Pattern Recognition Letters*, 1992, 13(4): 263—278
- 3 Bose S K, et al. *Artificial Intelligence in Engineering*, 1996, 10(3): 227—234
- 4 CHEN Yan-Xin, QI Fei-Hu. *J. Infrared Millim. Waves* (陈燕新, 戚飞虎. 红外与毫米波学报), 1998, 17(3): 171—176
- 5 Philips W. *Pattern Recognition*, 1993, 26(11): 1619—1621
- 6 Flusser J. *Pattern Recognition*, 1993, 26(1): 167—174

## NEW AFFINE INVARIANTS FOR TARGET RECOGNITION\*

CHEN Yan-Xin QI Fei-Hu

(Department of Computer Science and Engineering, Shanghai Jiaotong University, Shanghai 200030, China)

**Abstract** To alleviate the influence of the instability of extracting some feature points caused by affine transforms, new affine invariants for target recognition were proposed, which are based on feature points and the boundary that is almost unaffected by affine transforms. New invariants depend on the current feature point and the whole boundary when the target is not occluded and on the current feature point, two directly neighboring ones and the boundary between them when the target is occluded. New invariants depend on the least feature points among the affine invariants based on feature points, which helps to apply them to the situation that the extraction of feature points is unstable.

**Key words** affine invariant, boundary, feature points, target recognition.

---

\* The project supported by the National Defence Preliminary Research Foundation of China  
Received 1998-05-06, revised 1998-09-21