

# 2D-FDTD 法计算波导截止频率 的激励源设计\*

周晓军 喻志远 林为干 李艳明

(中国电子科技大学光电技术系, 四川, 成都, 610054)

**摘要** 用二维时域有限差分法(2D-FDTD)计算波导截止频率时,激励源必须与模场匹配.本文以矩形波导为例,分析了面源、线源和点源的激励作用,给出了2D-FDTD法计算波导截止频率的激励源的设计方法,此法可在一次计算中给出所有低阶模的截止频率.

**关键词** 2D-FDTD, 激励源, 截止频率

## 引言

二维时域有限差分(2D-FDTD)法近年来被广泛用于电磁散射、天线辐射和毫米波传输线的计算.波导、传输线等二维本征值问题用2D-FDTD法计算可大大节省计算机内存和计算时间<sup>[1-3]</sup>.用这种方法在时域多次迭代后,对波导截面上任意一点的场作分立傅里叶变换(DFT)可得到波导的传输特性.在场分量的幅频图上,谐振频率对应着预定传输常数下的导模的模频.取传播常数 $\beta=0$ ,可得出导模的截止频率.波导的基模和几个低阶模的截止频率是微波工程中重要的问题,适当设置激励源用2D-FDTD法可在一次计算中得到基模和几个低阶模的截止频率.

## 1 2D-FDTD 的差分式

在波导和传输线本征值问题中,导波结构沿 $z$ 方向是不变的,波导中的电磁场沿 $z$ 方向的变化可表示为 $\exp(-j\beta z)$ ,对 $z$ 的偏导数为 $\partial/\partial z = -j\beta$ , $z$ 方向的差分可用常数 $-j\beta$ 代替. Yee 氏三维网格可简化为二维网格.下面给出 $H_x$ 和 $E_x$ 的差分公式,其它场分量可按类似方法得出:

$$H_x^{n+1/2}(i, j+1/2) = H_x^n(i, j+1/2) + \frac{c\Delta t}{\Delta y} [\beta E_y^n(i, j+1/2)\Delta y - E_z^n(i, j+1) + E_z^n(i, j)], \quad (1)$$

$$E_x^{n+1}(i+1/2, j) = E_x^n(i+1/2, j) + \frac{c\Delta t}{\Delta y} [\beta H_y^{n+1/2}(i+1/2, j)\Delta y + H_z^{n+1/2}(i+1/2, j+1/2) - H_z^{n+1/2}(i+1/2, j-1/2)] \quad (2)$$

式中 $c$ 是光速,电场用归一化电场 $E = E/n_0$ ,  $n_0 = \sqrt{\mu_0/\epsilon_0}$ .在差分式(1)和(2)中取 $\beta=0$ 或一个很小值,在时域迭代后,波导内任意一点场量作DFT,可得到导波模式的截止频率.为了

\* 稿件收到日期 1997-06-17, 修改稿收到日期 1997-10-07

在一次计算中同时得到多个低阶模的截止频率, 必须适当地设计激励源的类型、参量和位置, 以得到低阶模在频域的全部截止频率

## 2 激励源设计

激励源的空间分布可以是面源、线源或点源。激励源随时间的变化有两类, 一类是脉冲源, 一类是时谐波源。计算多个截止频率时应用脉冲源, 可选用如下高斯脉冲

$$E_s(t) \begin{cases} 0, & 2t_c < t < 0 \\ \exp[-(\frac{t-t_0}{T})^2] & 0 \leq t \leq 2t_0 \end{cases} \quad (3)$$

式中  $t_0$  为脉冲到达峰值的时间。设低阶模中最高截止频率为  $f_{\max}$ , 可设源参数<sup>[4]</sup>

$$T = 1/2f_{\max} \quad (4)$$

为减少网格差分产生数值色散造成的误差, 应设  $\Delta x = \Delta y \leq \lambda_{\min}/10 = c/10f_{\max}$ ,  $f_{\max}$  是几个低阶模的最高截止频率,  $c$  为真空中的光速

研究某一模式的截止频率时, 如果场分布是已知的, 可用该模式的波导横截面上的分布作为源分布。为了研制多个低阶模的截止频率我们在矩形波导截面各点分别用高斯脉冲以  $E_y$  和  $E_x$  极化电场均匀激励, 发现均匀面源不能激励 TM 模, 只能分别激励起在波导内各点  $E_y$  分量都较大的  $TE_{10}$ 、 $TE_{20}$  等模和  $E_x$  分量都较大的  $TE_{01}$ 、 $TE_{02}$  等模, 对其他模式激励效果差。在波导中心线上分别以  $E_y$ 、 $E_x$  极化的线源激励计算结果如图 1 和 2 所示。图中  $f/f_c$  是归一化频率,  $f_c$  是  $TE_{10}$  模的截止频率。 $E_y$  极化线源激励的  $TE_{10}$ 、 $TE_{30}$  和  $TE_{50}$  模的模场分布均在中心线上  $E_y$  分量有最大值。 $E_x$  极化线源激励的  $TE_{01}$ 、 $TE_{21}$ 、 $TE_{22}$ 、 $TM_{21}$ 、 $TM_{22}$  模的模场分布在中心线上  $E_x$  分量也有较大的值, 激励这些模式很有效。 $TE_{11}$ 、 $TE_{31}$ 、 $TM_{31}$  也可得到激励, 但激励较弱。电场在与  $x$  轴夹角为  $45^\circ$  方向极化的线源激励时, 其结果是  $E_y$  和  $E_x$  分别激励的迭加。可见面源和线源都不能在频域激励起所有低阶模式。

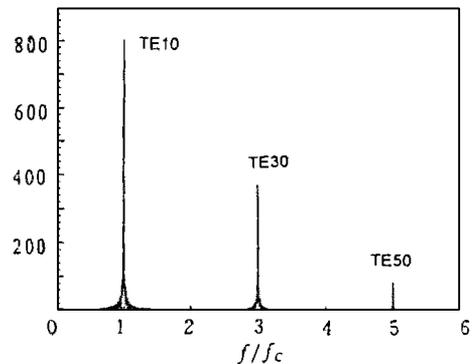


图 1 线源  $E_y$  激励的 TE 模  
Fig. 1 TE modes excited by polarized filament source of  $E_y$

在波导中心设置一高斯脉冲点源可激励起大多数 TE 模和所有 TM 模, 但不能激励  $TE_{11}$ 、 $TE_{31}$ ... $TE_{13}$ 、 $TE_{33}$ ... 等模, 因为这些模式在波导中心点正好是横向驻波的波节点, 电磁场为零, 如图 3 所示。在 2D-FDTD 中只有点源可激励起矩形波导的所有低阶模, 点源的位置应避开波节点, 并尽量靠近波腹点。各导模的波节点和波腹点不同, 必须兼顾多个模式设计点源位置。设若干个低阶模中最高模式为  $TE_{mn}$  ( $TE_{m,n}$ ), 可设高斯脉冲点源为

$$E_s(x, y, t) = \{E_x \left[ \frac{a}{(m+n-1)}, \frac{b}{(m+n-1)} \right] +$$

$$E_x[a/(m + n - 1), b/(m + n - 1)] \exp[-(\frac{t-t_0}{T})^2] \tag{5}$$

式中  $a, b$  为波导的长和宽,  $m$  和  $n$  分别表示最高模式在  $x$  方向和  $y$  方向的模数, 满足式(5)时, 点源的位置不与任何低价模场分布的波节点重合, 可激励起频域全部低阶 TE 模和 TM 模

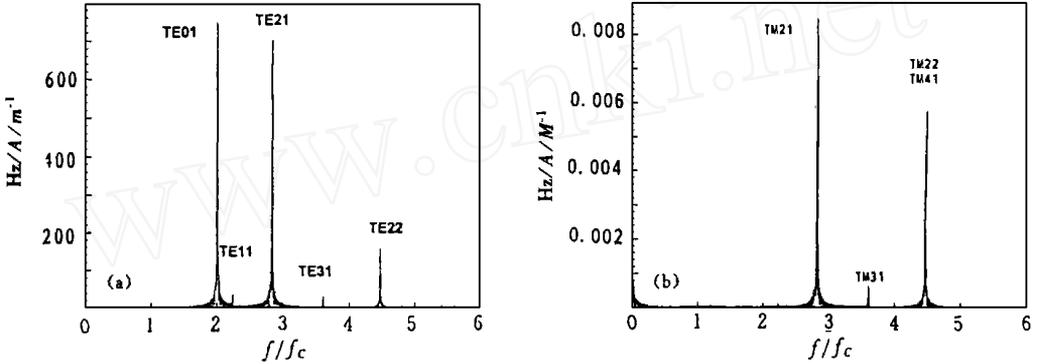


图 2 线源  $E_x$  激励的模式

(a) TE 模, (b) TM 模

Fig. 2 Modes excited by polarized filament source of  $E_x$

(a) TE mode, (b) TM mode

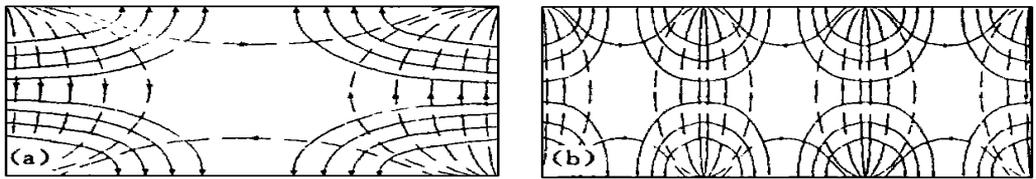


图 3 矩形波导电磁场分布图(实线为电场, 虚线为磁场)

(a)  $TE_{11}$  模的模向场分布, (b)  $TE_{31}$  模的模向场分布

Fig. 3 Rectangular waveguide mode patterns (solid line-electric field, dash line magnetic field) (a)  $TE_{11}$  mode pattern, (b)  $TE_{31}$  mode pattern

### 3 数值结果

我们对  $a = 7.112\text{mm}$ ,  $b = 3.556\text{mm}$  的矩形波导在归一化频率  $f/f_c$  为 0~ 5 范围内进行了计算,  $f_c$  为基模  $TE_{10}$  的截止频率 在这个频率范围内最高模为  $TE_{32}$  模( $TM_{32}$  模与  $TE_{32}$  模简并), 共有 TE 模 14 个, TM 模 7 个. 网格为  $60 \times 30$ , 源参数取  $T = 15\text{dt}$  (s),  $t_0 = 140\text{dt}$  (s), 时间步长取  $\text{dt} = 2.7 \times 10^{-13}\text{s}$  取点源位置  $m + n - 1 = 4$ , 在 20000 个时间步后对波导截面上一点(也应避开波节点)对  $H_z$  和  $E_z$  分别作 DFT, 如图 4 所示, 图中的谐振峰对应了所有导模的截止频率 表 1 和 2 对低阶 TE 模和 TM 模截止频率的理论值和计算值进行了比较, 误差均小于 1.2%.

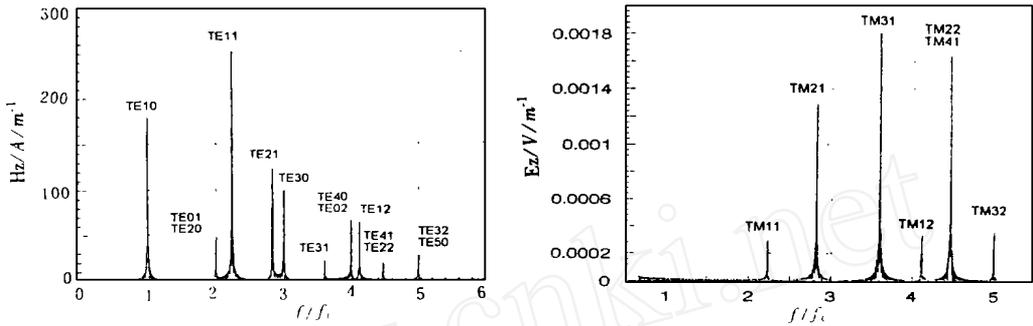


图 4 点源激励的模式 (a) TE 模, (b) TM 模

Fig. 4 Modes excited by point source (a) TE mode, (b) TM mode

表 1 矩形波导 TE 模截止频率(GHz)

Table 1 Cut-off frequencies of TE mode of rectangular waveguides

| 模式  | TE <sub>10</sub> | TE <sub>20</sub><br>TE <sub>01</sub> | TE <sub>11</sub> | TE <sub>21</sub> | TE <sub>30</sub> | TE <sub>31</sub> | TE <sub>40</sub><br>TE <sub>02</sub> | TE <sub>12</sub> | TE <sub>41</sub><br>TE <sub>22</sub> | TE <sub>32</sub><br>TE <sub>50</sub> |
|-----|------------------|--------------------------------------|------------------|------------------|------------------|------------------|--------------------------------------|------------------|--------------------------------------|--------------------------------------|
| 精确值 | 21.076           | 42.152                               | 47.128           | 59.613           | 63.229           | 75.992           | 84.305                               | 86.900           | 94.256                               | 105.38                               |
| 计算值 | 21.076           | 42.152                               | 47.140           | 59.645           | 63.158           | 76.014           | 84.234                               | 86.833           | 94.210                               | 105.38                               |

表 2 矩形波导 TM 模截止频率(GHz)

Table 2 Cut-off frequencies of TM mode of rectangular waveguides

| 模式  | TM <sub>11</sub> | TM <sub>21</sub> | TM <sub>31</sub> | TM <sub>12</sub> | TM <sub>22</sub><br>TM <sub>41</sub> | TM <sub>32</sub> |
|-----|------------------|------------------|------------------|------------------|--------------------------------------|------------------|
| 精确值 | 47.128           | 59.613           | 75.992           | 86.900           | 94.256                               | 105.38           |
| 计算值 | 47.140           | 58.943           | 76.014           | 86.833           | 94.842                               | 105.38           |

## 4 结论

本文给出了计算波导截止频率的 2D-FDTD 差分式, 分析了面源、线源和点源的激励效果, 提出了在一次计算中得到多个低阶模的截止频率的点源的设计方案, 矩形波导的数值结果证明了方案的正确。金属波导在横截面上场分布均为驻波, 因此本文提出的方法原则上也适用于其它金属波导。

## REFERENCES

- 1 Fritz A, Veselin J B, Drgan V K. *IEEE MTT-S Digest*, 1992, 6: 389~ 392
- 2 Asai A, Shafai L. *Elec Lett*, 1992, 36(15): 1451~ 1452
- 3 Xiao S, Vahldieck R, Jin H. *IEEE Microwave Guided waves Lett*, 1992, 2(5): 165~ 167
- 4 Xiao lei Z, Kenneth K M. *IEEE MTT*, 1988, 36(12): 1775~ 1787

\*

## DESIGN OF EXCITATION SOURCE IN COMPUTING CUT-OFF FREQUENCIES OF WAVEGUIDES BY 2D-FDTD METHOD

ZHOU Xiao-Jun YU Zhi-Yuan L N Wei-Gan L I Yan-Ming

*Department of Opto-electronics, University of Electronic Science and*

*Technology of China, Chengdu, Sichuan 610054, China*

**Abstract** The excitation must match with the mode patterns when computing cut-off frequencies of waveguides by 2D-FDTD method. This paper analyzed the exciting effect of electric sheet sources, filament sources and point sources and gave the design method of excitation in rectangular waveguides for computing cut-off frequencies by 2D-FDTD. By this method all of the cut-off frequencies of lower order modes can be found.

**Key words** 2D-FDTD, excitation source, cut-off frequency.

---

\* Received 1997-06-17, revised 1997-10-07