

④ 177-181

模式识别协同方法中的序参量重构*

胡栋梁 戚飞虎

(上海交通大学计算机科学与工程系, 上海, 200030)

TP391.4
0235

摘要 分析了模式识别协同算法中序参量在识别过程中的意义, 指出了原始序参量的构造存在的不合理因素, 提出了基于具体识别特点的序参量重构概念, 促进更有效的识别。

关键词 模式识别, 协同学, 序参量, 动力学

计算机

重构

引言

协同学主要研究系统依靠自组织产生空间结构、时间结构或功能结构上自发形态的跨学科领域, 其研究焦点是复杂系统宏观特征的质变。80 年代末期, 协同学创始人 Haken 教授提出了协同学原理运用于模式识别的新概念^[1]。Haken 从自上而下的角度出发, 描述了协同模式识别基本方程的构造原理, 并提出了一个非常重要的观点: 模式识别的过程即为模式形成的过程。协同学研究的对象介于微观和宏观之间^[2~4], 通过对系统中若干支配模式的研究, 把微观组分和宏观特征联系起来, 是协同学卓有成效的工作。从模式识别的观点看, 系统的宏观质变可以对应到模式的形成, 而识别过程相当于试验样本到原型模式的转化, 因而模式识别与模式形成之间有深刻的相似性。

目前, 对协同模式识别模型的研究刚刚起步, 已取得了部分成果, 如: 2D 工件辨识^[5]、手写体字符识别^[6]、人脸识别和立体视觉中的视差计算^[7]、CNN 的协同特性研究^[8]等等。

本文首先简单介绍模式识别的基本协同动力学方程及基本概念, 然后从序参量几何意义出发指出其构造的不合理性, 从而提出重构序参量的新概念, 并将之同对试验模式的变换等价起来, 最后给出一组印刷体数字的实验结果。

1 基本方程和基本概念

协同学主要研究以状态向量 q 描述的动力学系统, 即

$$\dot{q}(x, t) = N(q, \nabla, \alpha, x) + F(t), \quad (1)$$

式中, $\dot{q}(x, t)$ 是状态向量 q 关于时间 t 的一阶导数, x 为空间坐标向量; N 是一个函数向量, 其参数包括状态向量 q , 微分算子 ∇ , 控制参数 α 以及空间向量 x ; $F(t)$ 代表来自系统内部或外部的作用力, 也称为涨落力。

按协同学的基本观点, 当一个系统仅被外部力微弱地作用时, 会有一个独立于时间的状态 q_0 存在。通过对 N 在 q_0 的线性稳定性分析, 可以得到非稳定模和稳定模两种模态, 协同

* 国防预研基金(编号 96J. 4. 2)和国家自然科学基金(编号 69772002)资助项目
稿件收到日期 1997-10-20, 修改稿收到日期 1997-11-24

学的支配原理(Slave Principle)^[3-4]说明了稳定模对于非稳定模的依赖性. 在系统运动过程中, 稳定模逐渐衰弱, 而若干非稳定模不断变强, 成为系统的主要构造因素, 因而其幅值也称为序参量. 系统最终状态将由一个最强的非稳定模决定.

在模式识别中, 非稳定模对应内存原型模式, 状态向量对应模式的特征向量. 设原型模式数为 M , 状态向量和特征向量的维数为 N , 为了满足原型模式间线性无关条件, 要求 $M \leq N$, 这时, 动力学方程描述为^[1]

$$\dot{q} = \sum_{i=1}^M \lambda_i (v_i^+ q) v_i - B \sum_{i=1}^M v_i (v_i^+ q)^2 (v_i^+ q) - C q (q^+ q) + F(t). \quad (2)$$

其中, q 是以输入模式 q_0 为初始值的状态向量, λ_i 为注意参数, v_i 为原型模式向量(列向量), v_i^+ 为 v_i 的伴随向量(行向量); $F(t)$ 为涨落力, B 和 C 为指定系数. 在式(2)中, v_i 和 q_0 必须满足归一化和零均值条件, 伴随向量满足 $(v_i^+, v_i) = v_i^+ v_i = \delta_{ii}$.

式(2)可以视为一个有势动力学系统, 若忽略 $F(t)$ 和暂态量, 势函数为^[1]

$$V = -\frac{1}{2} \sum_{i=1}^M \lambda_i (v_i^+ q)^2 + \frac{1}{4} \sum_{i=1}^M (v_i^+ q)^2 (v_i^+ q)^2 + \frac{1}{4} C (q^+ q)^2. \quad (3)$$

式(2)和(3)中的 $(v_i^+ q) = \xi_i$ 即为系统的序参量, 事实上式(2)、(3)可以转化为关于序参量的动力学系统. 对模式识别协同方法的研究通常以该动力学系统作为起点.

2 序参量重构

2.1 序参量的几何意义

为理解序参量的几何意义, 先指出两点结论: (1) (引理 1) 在模式识别的协同方法中, 假定各原型向量线性无关, 令矩阵 $V = (v_1, v_2, \dots, v_M)$, $V^T = (v_1^+, v_2^+, \dots, v_M^+)^T$, 则 V^+ 是 V 的 M - P 广义逆. (2) (引理 2) 令 $\xi = (\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_M)^T$, 则 ξ 是线性代数方程 $V\alpha = q$ 的最小二乘意义下的最小范数解, 即 $\xi = V^+ q$.

上述两条引理说明, 当 $M < N$ 时, 原型向量的线性组合可能并不足以表示状态向量(主要是其初值 $q(0)$), 因而通过构造 M - P 逆可以求得原型向量的最佳线性组合以表示 $q(0)$. 而其线性组合的系数 ξ , 即序参量, 则可利用伴随向量与 q 的内积获得.

对于 $1 \leq k \leq M$, 令线性空间 $V_k = \text{span}\{v_k\}$, 则有 $v_k^+ \perp V_k^-$, 而 $\|v_k^+\|$ 由 $(v_k^+, v_k) = 1$ 来确定. 按原型向量的线性无关条件, $v_k = u_k^+ + u_k^-$, 其中 $u_k^- = \beta_k v_k^+{}^T$, $u_k^- \in V_k^-$. 则可以容易得到 $\|v_k^+\| = 1/\|v_k^-\|$. 当 v_k 与其它原型向量有较大相关性时, 利用 v_k 的归一化条件, 可得出 $\|u_k^-\| \ll 1$, 因而有 $\|v_k^+\| \gg 1$. 这个结论表明, 尽管原型向量的范数为 1, 但其对应的伴随向量的范数可能远大于 1, 这将导致两个问题: 首先是传统的伴随向量计算可能造成很大误差, 从而引起序参量的计算误差被放大^[9]; 其次是容易造成识别的谬误, 下面主要就这个问题加以讨论.

由于原型向量代表不同的模式, 通常认为其间的相关性很小. 一般而言, 在设计分类器时, 往往须对原型向量正交化, 以去除相关性. 这样做的主要目的是为了便于计算和论证. 序参量的计算是通过状态向量 q 和伴随向量的内积来完成的. 这个值实际代表了 q 同除 v_k 外的其它向量的不相关程度, 这个方法同时也避免了对原型向量正交化的过程. 事实上, 模式间的差异往往不能简单地用相关性来衡量, 更普遍的是运用在一定程度上合理的距离度量

来决定模式间的相似程度.在此,为简单起见,我们以内积来定义两个向量间的相关性,以欧氏距离表示向量间的差异.考察一组原型向量 $\{v_k\}$ 及输入向量 q_0 ,分两种情况分析.

第一种情况, v_k 间互不相关, $(v_k, v_k) = 0$,则有 $v_k^\perp = v_k$,这时 $(q_0, v_k^\perp) = (q_0, v_k)$,则有

$$\|v_k - q_0\|^2 = \|q_0\|^2 + \|v_k\|^2 - 2(q_0, v_k), \quad (4)$$

因 $\|v_k\| = \|q_0\| = 1$,可见内积和欧氏距离可以相互转化,在实际运用中是等价的.而此情况下,序参量和内积相等,因而此意义下不存在不合理性.

第二种情况, v_k 间有相关因素,即存在 $k' \neq k$,使 $(v_k, v_{k'}) \neq 0$,则必然存在 q_0 ,使 $(q_0, v_k^\perp) > (q_0, v_k)$,这是一个潜在问题.当 v_k 与其它原型向量有较大相关性时,有可能存在 $(q_0, v_k^\perp) > (q_0, v_k)$ 和 $(q_0, v_k) < (q_0, v_k)$.由于距离和内积运用的等阶性,显然采用序参量无法正确表示模式间的差异.因而在构造分类器的时候,一旦出现上述情况,会造成识别中的谬误.例如当状态向量的初值 $q(0)$ 没有 v_k^\perp 方向上的分量,则相应的序参量为零,因而不管其与 v_k 的距离 $\rho(q, v_k)$ 多小,不可能被识别成模式 k ^[1,10].

2.2 序参量重构

为了使识别过程能更合理地反映模式间的关系,有必要对序参量重新计算.在此,从对状态向量的线性变换出发,构造这种关系.

定理:设各项条件如引理1的条件和结论所定义,令 $T = V\Gamma V^+$,其中 $\Gamma = \text{diag}\{\gamma_1, \gamma_2, \dots, \gamma_M\}$,则 v_k 是矩阵 T 对应于特征值 γ_k 的特征向量.

利用该定理,可以建立新的序参量.推论:在定理的条件下,有

$$Tq = \sum_{k=1}^M \xi_k \gamma_k v_k, \quad (v_k^\perp, Tq) = \xi_k \gamma_k. \quad (5)$$

对 q 的线性变换实际改变了各模式序参量间的比例关系,提供了控制序参量行为的一种途径.在此修正下,令 $\tilde{q} = Tq$, $\tilde{\xi}_k = (v_k^\perp, Tq)$,则得到的动力学方程同原来的形式完全一样.

由于序参量初值在协同方程中的重要性^[1],所以变换 T 的构造通常与 $q(0)$ 相关,这主要在于 Γ 的构造.作为一个特例,设距离定义为 $\rho(u_1, u_2)$, $\gamma_k = f(\rho(v_k, q(0)))/\xi_k(0)$,其中 $f(\cdot)$ 是一个有界非负的减函数.注意到 $\xi_k(0)$ 可能为零,而实际上利用 f 可以直接计算出新的序参量,所以该式可以作为形式上的表达式.通常,当各向量的范数均为1时,内积作为模式间的相似程度的定义,可以替代 f 和 ρ ,即 $\gamma_k = (v_k, q(0))/\xi_k(0)$.上面的分析表明,可以通过建立模式相似函数来直接构造新的序参量.

值得注意的是,定理1提供了一种变换方法来重构序参量,这种方法更具一般性.这主要表现在两个方面:(1)当需要考虑各原型向量间的相关性对模式间差异的影响时, Γ 通常不是对角阵,这时就不能采用上面的直接计算了.(2)作为实际的运用,协同动力学方程通常是与对状态向量的模式变换的动力学过程相联系的^[1].显然,模式变换同序参量重构变换完全可以组合起来,形成统一的表达式,更便于处理.

3 模拟实验结果

在实验中,原型向量的各分量表示相应的原型模式图像的像素灰度,状态向量的初值为输入图像阵列,动力学过程通过建立式(2)的差分方程来进行.在实验运算中,差分步长 Δt

=0.01,在以下的图文中,主要以迭代次数 n 来表示计算的进程.

我们首先构造了一组 $32 \times 32, 256$ 级灰度的印刷体数字样本作为原型模式(见图1),然后通过动力学过程模拟来研究序参量重构对识别结果的影响.实验中对序参量的表示采用上下标的形式,上标中的数字代表相应的数字模式,下标则为序参量的序号.图2和图3分别反映了序参量重构前后对输入模式'6'的识别情况及讨论.由图2从序参量演化曲线图可以看出,由于原始序参量取值的不合理性,导致 $\xi^{01}(0)$ 占有优势,从而最终支配系统.



图1 原型模式
Fig.1 Prototype patterns

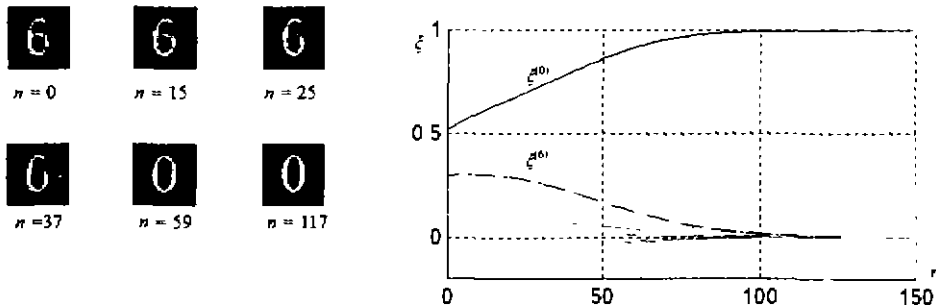


图2 序参量重构前对模式'6'的识别
Fig.2 Recognition result of mode '6' without reconstruction of order parameters

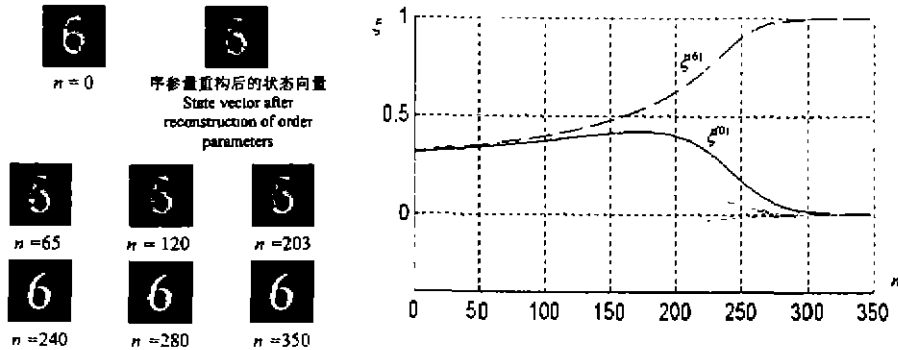


图3 序参量重构后对模式'6'的识别
Fig.3 Recognition result of mode '6' after reconstruction of order parameters

4 总结

协同学是一门跨领域的学科,其对图像处理和模式识别的运用才刚刚起步.协同学着重研究系统的自组织现象,并由此发现系统的自组织相当于一种非平衡相变,通过调整系统的控制系数,会使系统性质发生巨变.而作为系统状态的主要描述量——序参量则在一系列状

态变化中起着举足轻重的作用. 本文主要讨论了模式识别的协同方法中如何理解和构造序参量的问题, 提出了以对状态向量初值的变换为基础的序参量重构的概念, 克服了由于序参量意义上的错误而导致的不合理的识别过程, 为今后的工作进行了基础研究.

REFERENCES

- 1 Haken H. *Synergetic Computers and Cognition—A Top-Down Approach to Neural Nets*. Berlin Heidelberg: Springer-Verlag, 1991
- 2 Wu D J, Cao L, Chen L H. *Theory and Application of Synergetics*. Wuhan: Press of Huazhong University of Technology (吴大进, 曹力, 陈立华. 协同学原理和应用. 武汉: 华中理工大学出版社), 1988
- 3 Haken H. *Synergetics*. New York: Springer-Verlag, 1978
- 4 Haken H. *Advanced Synergetics*. New York: Springer-Verlag, 1983
- 5 Wang Feiyue. *Robotics and Computer Integrated Manufacturing*. 1993, 1096: 445~459
- 6 Haken H. *T. of Math & Phys. Sci.*, 1991, 25(5~6): 731~735
- 7 Hogg, et al. *Proc. of 1995 IEEE ICNN*, 1140~1144.
- 8 Kenneth R Crouse, Leon O Chua. In: *IEEE Int'l Symposium on Circuits and Systems, Circuits & Systems Connecting the World Proceedings*, 1996.
- 9 Yin H J, Qi F H, Ye X Y. *A Learning Algorithm of Synergetic Neural Network Based on Pseudo-inverse*. Accepted by Chinese Journal of Electronics (尹虎君, 戚飞虎, 叶芴芸. 基于伪逆的协同神经网络学习算法, 电子学报已接收).
- 10 Hu D L, Qi F H. *Analysis of unbalanced Attention Parameters in Synergetics Approach on Pattern Recognition*. Accepted by Chinese Journal of Electronics (胡栋梁, 戚飞虎. 协同模式识别中不平衡任意参数的研究, 电子学报已接收).

RECONSTRUCTION OF ORDER PARAMETERS IN SYNERGETICS APPROACH TO PATTERN RECOGNITION*

HU Dong-Liang QI Fei-Hu

(Department of Computer Science and Engineering, Shanghai Jiaotong University, Shanghai 200030, China)

Abstract An analysis of functionality of order parameters in synergetics approach to pattern recognition was presented. It was indicated that the unreasonable factor is latent during the dynamics system, in view of which, the idea of reconstruction of order parameters based on specific recognition was proposed, which will improve the later processing.

Key words pattern recognition, synergetics, order parameters, dynamic system.

* The project supported by the Foundation of Preliminary Research in National Defense and by the National Natural Science Foundation of China

Received 1997-10-20, revised 1997-11-24