

229-232

电磁波在包含各向异性媒质多层 介质中传播的分析*

窦文斌 孙忠良

(东南大学毫米波国家重点实验室, 江苏, 南京, 210096)

TN011
0451

摘要 对电磁波在包含各向异性媒质多层介质中的传播进行分析, 给出了闭合形式的解. 该结构可用作法拉第旋转器, 与其它准光元件组合构成准光环行器或隔离器. 也可用作辐射口径, 通过改变磁化场方向和强度实现波束扫描或极化变化. 给出了法拉第旋转角计算结果和实验结果.

关键词 各向异性媒质, 法拉第旋转, 准光环行器, 辐射口径.

电磁波传播

16) 引言

电磁波在包含各向异性媒质多层介质中的传播有多种应用背景, 它可以构成法拉第旋转器, 从而与其它准光元件组合成准光环行器或隔离器, 它也可用作平面天线的天线罩或作为辐射口径, 通过变化偏置磁场的方向和强度实现波束扫描或极化变化. Lax^[1]等以 Zak^[2]等关于磁光薄膜的分析为基础, 给出了关于这个结构的简化分析. 该分析简洁、方便, 但对磁化方向有限制; 公式中未考虑张量导磁率的对角分量 μ 的影响, 矩阵导出有近似. 针对上述不足之处, 本文对外磁场磁化方向不加限制, 推导中不作近似, 因此可以较完整地处理损耗问题.

1 分析

图1是包含各向异性媒质多层介质的示意图. 在各向异性区域, 麦克斯韦方程为

$$\nabla \times E_a = -j\omega[\mu]H_a, \quad \nabla \times H_a = j\omega[\epsilon]E_a; \quad (1)$$

式(1)中, 下标 a 表示各向异性媒质. $[\mu]$ 和 $[\epsilon]$ 分别为张量导磁率和张量电容率. 令

$$\nabla = \nabla_t + \hat{z} \frac{\partial}{\partial z}, \quad E_a = E_{ax} + E_{az}, \quad H_a = H_{ax} + H_{az}; \quad (2)$$

$[\mu]$ 和 $[\epsilon]$ 相应写成

$$[\mu] = \begin{bmatrix} \mu_z & \mu_{xz} \\ \mu_{xz} & \mu_{xx} \end{bmatrix}, \quad [\epsilon] = \begin{bmatrix} \epsilon_z & \epsilon_{xz} \\ \epsilon_{xz} & \epsilon_{xx} \end{bmatrix}; \quad (3)$$

式中 μ_z 为 2×2 阶矩阵, μ_{xz} 为 2×1 阶矩阵, 其余类推. 将式(2)和式(3)代入式(1), 可导出

*国防预研基金资助项目

本文1994年10月25日收到, 修改稿1995年5月18日收到

$$\frac{d}{dz} \begin{bmatrix} E_x \\ H_x \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Lambda_{11} & \Lambda_{12} \\ \Lambda_{21} & \Lambda_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_x \\ H_x \end{bmatrix} \quad \text{或} \quad \frac{d}{dz} X = \Lambda X; \quad (4)$$

式中 Λ_i 为 2×2 阶矩阵, 下标 i 表示切向分量.

图 1 结构中, $|z| < d$ 为各向异性媒质区域, 式(4)的解为 $X(z) = e^{\Lambda(z-z_0)} X(z_0)$, $(-d \leq z_0 \leq d)$;

为方便起见, 取 $z_0 = -d$, 故有

$$X(z) = e^{\Lambda(z+d)} X(-d). \quad (5)$$

根据线性代数中的 Cayley-Hamilton 定理, 指数算子 $\exp(\Lambda z)$ 可展开为

$$\exp(\Lambda z) = C_0(z) I_4 + C_1(z) \Lambda + C_2(z) \Lambda^2 + C_3(z) \Lambda^3, \quad (6)$$

式(6)中 I_4 是四阶单位矩阵, 系数 $C_i(z)$ ($i=0, 1, 2, 3$) 由下面系统的解给出

$$\exp(\lambda_j z) = \sum_{k=0}^3 (\lambda_j)^k C_k(z), \quad (j=1, 2, 3, 4) \quad (7)$$

λ_j ($j=1, 2, 3, 4$) 为特征方程 $\det(\lambda I_4 - \Lambda) = 0$ 的根. 故式(5)可写为

$$X(z) = \begin{pmatrix} A_{11}(z+d) & A_{12}(z+d) \\ A_{21}(z+d) & A_{22}(z+d) \end{pmatrix} X(-d), \quad (8)$$

对各向同性介质(区域 1 和区域 3), 采用类似步骤可导出

$$\begin{pmatrix} E_n(z) \\ H_n(z) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \zeta_l e^{j\beta(z-d)} & \zeta_r e^{-j\beta(z-d)} \\ \eta_l e^{j\beta(z-d)} & \eta_r e^{-j\beta(z-d)} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} F_l \\ D_l \\ \dots \\ F_r \\ D_r \end{pmatrix}, \quad (9)$$

$$\beta^2 = k^2 - k_x^2;$$

式中 ζ_l, η_l 等为 2×2 阶矩阵, F_l, D_l 等为待定波振幅, 下标 1, 3 分别表示区域 1 和区域 3.

设一平面波在区域 0 以角度 ψ 入射在介质片上, 设场与 y 坐标无关. 把入射波振幅矢量分成垂直和平行入射平面的 S -极化分量与 P -极化分量, 可把入射波用矩阵表示为

$$\begin{pmatrix} E_x(z) \\ H_x(z) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} Q_s \\ P_s \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A_s \\ A_p \end{pmatrix} e^{jk_0(x-h) \cos \psi}, \quad (10)$$

式(10)中 Q_s, P_s 为 2×2 阶矩阵, A_s 和 A_p 分别为入射波 S -极化分量振幅和 P -极化分量振幅. 类似地可导出区域 0 中反射波表达式和区域 4 中透射波表达式. 在 $z = \pm d, \pm h$ 面上匹配切向场时, 可将区域 0 中反射波振幅和区域 4 中透射波振幅用入射波振幅表示为

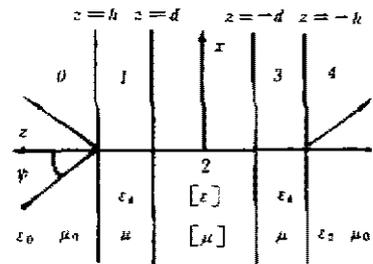


图 1 包含各向异性媒质多层介质的结构示意图
Fig. 1 Configuration of multilayer mediums containing anisotropic material

$$\begin{pmatrix} R_m \\ T_m \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A_s \\ A_p \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} B_s \\ B_p \\ \dots \\ C_s \\ C_p \end{pmatrix}, \quad (11)$$

式(11)中 B_s, B_p 分别为反射波的 S -极化分量振幅和 P -极化分量振幅; C_s, C_p 分别为透射波的 S -极化分量振幅和 P -极化分量振幅. 在式(11)中有:

$$R_m = \begin{pmatrix} R_{ss} & R_{sp} \\ R_{ps} & R_{pp} \end{pmatrix}, \quad T_m = \begin{pmatrix} T_{ss} & T_{sp} \\ T_{ps} & T_{pp} \end{pmatrix}, \quad (12)$$

若所有媒质无耗,则有

$$\left. \begin{aligned} |R_{ss}|^2 + |R_{ps}|^2 + |T_{ss}|^2 + |T_{ps}|^2 &= 1, \\ R_{ss}R_{sp}^* + R_{ps}R_{pp}^* + T_{ss}T_{sp}^* + T_{ps}T_{pp}^* &= 0; \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

若在图 1 中 $x-y$ 平面 ($z=0$) 处插入理想导电板,则可用作反射式旋转器,其处理方法与上述类似.

由文献 Lax^[1]给出的公式只可计算法向磁化旋转器的法拉第旋转角及椭圆度. 这里处理的各向异性媒质为一般情形,不加近似和假设,故适用于任意磁化方向的铁氧体,也可用于分析等离子体或单轴晶体. 因此它克服了 Lax^[1]的分析方法的不足. 在准光环行器中,法拉第旋转器一般放在束腰处,故假设入射波为平面波是可行的.

2 理论值和实验

设铁氧体偏置磁场在 z 方向. 图 2 给出了图 1 结构的法拉第旋转角的计算值,图 3 给出了椭圆度 (E) 的计算值,计算参数为:

$$M_i = 0.5 \text{ T}, H_i = 1.54 \times 10^4 \text{ A/M}, \epsilon_f = 13.6, \epsilon_d = 3.74, 2d = 1.44 \text{ mm}, h-d = 0.46 \text{ mm}.$$

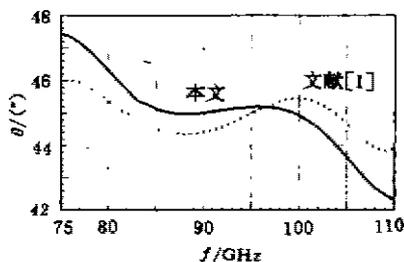


图 2 图 1 结构法拉第旋转角计算值
Fig. 2 Calculated frequency dependence of the Faraday rotation angle of the configuration in Fig. 1

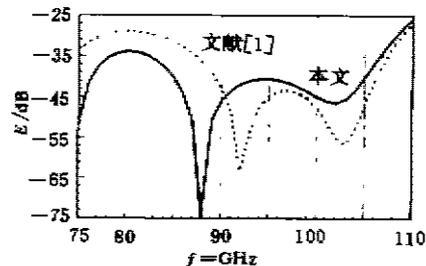


图 3 图 1 结构椭圆度计算值
Fig. 3 Calculated frequency dependence of the ellipticity of the configuration in Fig. 1

虽然文献[1]中采用 Zak 方法引入了一些近似,但两个计算结果的变化趋势是一致的. 由图 3 可见,实现 $45^\circ \pm 2^\circ$ 的法拉第旋转角的带宽可达到 30GHz 以上. 因此,它与其它准光元件组合可构成宽带环行器,其带宽是其它结构形式环行器(如结型环行器)无法实现的. 图

3 中曲线起伏由 Fabry-Perot 效应引起. 图 4 是反射式旋转器法拉第旋转角的计算值与实验结果, 其中入射波为 S -极化波. 入射波与 z 轴夹角 $\psi=45^\circ$, 计算参数为: $M_s=0.5\text{T}$, $H_s=1.54\times 10^4\text{A/M}$, $\epsilon_f=13.8$, $\epsilon_d=3.74$, $d=0.72\text{mm}$, $h-d=0.44\text{mm}$.

实验结构中包括: 波纹喇叭, 可旋转波纹喇叭, 介质透镜, 石英介质片, 铁氧体片, 金属板和水磁铁等(结构图略). 由于实验中铁氧体片和介质片的平面度和平行度很难与数学模型完全吻合, 即存在厚薄不均匀; 另外, 外加偏置磁场也存在不均匀性, 故实验结果与计算值存在一些偏差是正常的. 需指出的是, 用本文方法, 功率守恒精度(即式(13))可达到 10^{-14} , 而 Lax^[1]用 Zak 的方法只能达到 10^{-5} , 这是由于该方法有一些近似. 若将旋转器用作辐射口径, 改变偏置磁场的强度和方向, 则可实现波束扫描和极化变化.

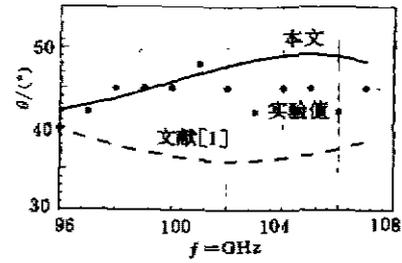


图 4 反射式旋转器法拉第旋转角
Fig. 4 Frequency dependence of the Faraday rotation angle of a reflection-type rotator

参考文献

- 1 Lax B, et al. *IEEE* 1993, **MTT-41**(12): 2190~2197
- 2 Zak J, et al. *J. Mag. and Mag. Mat.* 1990, **89**: 107~123

ANALYSIS OF ELECTROMAGNETIC WAVE PROPAGATION IN MULTILAYER MEDIUMS CONTAINING ANISOTROPIC MATERIAL*

Dou Wenbin Sun Zhonglian

(State Key Laboratory of Millimeter Waves, Southeast University, Nanjing, Jiangsu 210096, China)

Abstract An analysis of electromagnetic wave propagation in multilayer mediums containing anisotropic material and a closed-form representation of the electromagnetic field over the anisotropic region were presented. This structure can be used as a quasi-optical Faraday rotator and as either an isolator or circulator when combined with other quasi-optical components. It also can be used as a radiation aperture to realize the beam scanning or change of polarization by means of changing the direction and strength of the biased magnetic field. The calculated and experimental results of Faraday rotation were given.

Key words Anisotropic medium, Faraday rotation, quasi-optical circulator, radiation aperture.

*The project supported by the National Defence Preliminary Research Foundation of China