

单色微分辐射出射度*

凌裕农

(中国科学院上海技术物理研究所, 上海, 200083)

摘要 阐述了单色微分辐射出射度 $M_{\lambda,T}$ 及其在红外探测中所起的重要作用, 计算了在 100-1000K 温度范围内的 $M_{\lambda,T}$ 及普适的黑体辐射曲线, 研究了峰值的变化规律, 提出在设计及选用有工作波段要求的红外探测器、红外光学元件和红外成像等系统时, 应以单色微分辐射出射度 $M_{\lambda,T}$ 及其峰值波长作为主要的依据, 还提出了辐射出射度的小信号对比度的概念, 并建议将长波红外大气窗口向短波端扩展 0.2 μm .

关键词 单色微分辐射出射度, 黑体辐射曲线, 小信号对比度, 大气窗口.

引言

黑体的辐射出射度概念是普朗克 1901 年提出的. 在波长介于 λ 和 $\lambda + \Delta\lambda$ 之间的辐射能密度 W_{λ} 为

$$W_{\lambda}d\lambda = \frac{8\pi ch}{\lambda^5} \frac{1}{e^{ch/\lambda kT}} d\lambda. \quad (1)$$

Richtmyer^[1] 据此导出了黑体向半球空间辐射的在波长介于 λ 到 $\lambda + \Delta\lambda$ 之间的单色辐射出射度 M_{λ} 的表示式:

$$M_{\lambda}d\lambda = \frac{2\pi c^2 h}{\lambda^5} \frac{1}{e^{ch/\lambda kT} - 1} d\lambda. \quad (2)$$

在 M_{λ} 的峰值波长 λ_m 处, 有以下关系:

$$\lambda_m T = 2897 (\mu\text{m} \cdot \text{K}), \quad (3)$$

$$[M_{\lambda}]_m \lambda_m^5 = 262.9 (\text{W} \cdot \text{cm}^{-2} \cdot \mu\text{m}^4). \quad (4)$$

根据式(1)~(4), 便可进行辐射出射度和波段辐射出射度等辐射度量的计算.

习惯上, 我们在设计及选用红外探测器、红外光学元件和红外成像、红外搜索跟踪等系

* 国家自然科学基金资助项目

本文 1995 年 3 月 16 日收到, 修改稿 1995 年 5 月 25 日收到

统时,常以式(4)根据单色辐射出射度的最大值 $[M_{\lambda}]_m$ 来确定其最佳工作波长(即 λ_m).其实,对红外探测响应最有影响的是 M_{λ} 随温度 T 的变化率(即单色微分辐射出射度 $M_{\lambda,T}$ 而并非 M_{λ} 本身.^[2]

1 单色微分辐射出射度

单色微分辐射出射度 $M_{\lambda,T}$ 的定义如下^[3]:

$$M_{\lambda,T} = \frac{\partial M_{\lambda}}{\partial T} = \frac{c_1 c_2 e^{c_2/\lambda T}}{\lambda^6 T^2 (e^{c_2/\lambda T} - 1)^2} (\text{W} \cdot \text{cm}^{-2} \cdot \mu\text{m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}), \quad (5)$$

式中, $c_1 = 2\pi c^2 h (\text{W} \cdot \text{cm}^2)$, $c_2 = ch/k (\text{cm} \cdot \text{K})$.

在温度 $T = 100 \sim 1000 \text{K}$ 范围内,我们以 100K 为间隔,计算了不同温度时单色微分辐射出射度 $M_{\lambda,T}$ 相对波长 λ 的函数曲线.图1以全对数坐标给出了计算结果,图1中实线表示 $M_{\lambda,T}$ 与 λ 的函数关系,虚线表示不同温度时的峰值与峰值波长(λ_m)的函数关系.由图1可见, $M_{\lambda,T}$ 谱线的峰值在全对数坐标图上是一条直线.为研究峰值的变化规律,我们先求取当 $M_{\lambda,T}$ 为最大值时的相应波长 λ'_m ,令 $\partial M_{\lambda,T} / \partial \lambda = 0$,有

$$\frac{2c_2 e^{c_2/\lambda T}}{\lambda T (e^{c_2/\lambda T} - 1)} = 6 + \frac{c_2}{\lambda T}.$$

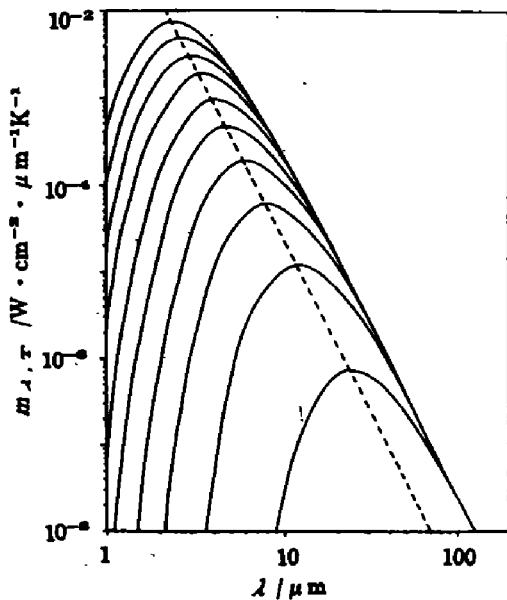


图1 单色微分辐射出射度 $M_{\lambda,T}$ 的光谱分布(实线)和最大值 $[M_{\lambda,T}]_m$ 的位置(虚线)
Fig. 1 Spectral differential radiant exitance (solid curves). The dashed curve gives the position of its maximum, $[M_{\lambda,T}]_m$

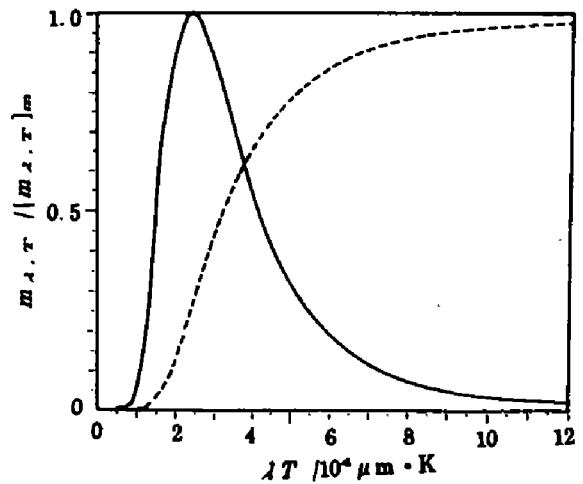


图2 单色微分辐射出射度黑体辐射普适曲线(实线)和波段微分辐射出射度的光谱分布(虚线).
Fig. 2 The universal blackbody radiation curve of spectral differential radiant exitance (solid curve) and the fraction of the total exitance which is below a given value of λT

考虑到 $c_2/\lambda T > 0$,有

$$\begin{aligned} 2c_2 e^{c_2/\lambda T} &= 6\lambda T (e^{c_2/\lambda T} - 1) + c_2 (e^{c_2/\lambda T} - 1) \\ e^{c_2/\lambda T} &= (6 + c_2/\lambda T) / (6 - c_2/\lambda T). \end{aligned} \quad (6)$$

对这一方程进行数值求解,最后得

$$c_2/\lambda T = 5.96940917072. \quad (7)$$

将国际计量委员会(CODATA)1986年推荐的如下物理常数的最新值:^[4]

$$\begin{aligned} h &= 6.6260755 \times 10^{-34} (\text{J} \cdot \text{S}) \\ c &= 2.99792458 \times 10^{10} (\text{cm} \cdot \text{S}^{-1}) \\ k &= 1.380658 \times 10^{-23} (\text{J} \cdot \text{K}^{-1}) \\ c_1 &= 2\pi c^2 h = 3.7417749 \times 10^{-12} (\text{W} \cdot \text{cm}^2) \\ c_2 &= ch/k = 1.438769 (\text{cm} \cdot \text{K}) \end{aligned} \quad (8)$$

代入式(7),可得到适用于单色微分辐射出射度类似于式(3)(维恩位移定律)的公式:

$$\lambda'_m T = 2410.2363 [\mu\text{m} \cdot \text{K}]. \quad (9)$$

为进一步得到曲线 $M_{\lambda,T} - \lambda$ 的峰值 $[M_{\lambda,T}]_m$ 同峰值处波长 λ'_m 之间的函数关系,可先将式(5)改写为:

$$[M_{\lambda,T}]_m = \lambda'^{-4}_m \cdot c_1/4c_2 \cdot [36 - (c_2/\lambda'_m T)^2],$$

并代入式(7)、(8)得

$$[M_{\lambda,T}]_m \cdot \lambda'^4_m = 0.23806232 [\text{W} \cdot \text{cm}^{-2} \cdot \mu\text{m}^3 \cdot \text{K}^{-1}] \quad (10)$$

将式(3)、(4)同式(9)、(10)对照,可看到两个物理量的峰值跟峰值波长之间的函数关系是不同的,由式(4)可以看到,单色辐射出射度 M_λ 的峰值 $[M_\lambda]_m$ 同峰值波长 λ_m 的 5 次方成反比,结合式(4)、(3)可见, $[M_\lambda]_m$ 同温度 T 的 5 次方成正比;而由式(9)、(10)可见,单色微分辐射出射度 $M_{\lambda,T}$ 的峰值 $[M_{\lambda,T}]_m$ 同峰值波长 λ'_m 的 4 次方成反比,同温度 T 的 4 次方成正比.而且,两个物理量的峰值波长同温度之积也不同,后者的值约为前者的 83%,因此在给定温度下两个量的峰值波长也不同, λ'_m 的值约为 λ_m 的 83%.

为了导出单色微分辐射出射度 $M_{\lambda,T}$ 的黑体辐射普适公式,将式(5)改写成

$$\frac{M_{\lambda,T}}{T^4} = \frac{c_1 c_2}{(\lambda T)^6} \frac{e^{c_2/\lambda T}}{(e^{c_2/\lambda T} - 1)^2}, \quad (11)$$

写成归一化形式,

$$\frac{M_{\lambda,T}}{[M_{\lambda,T}]_m} = \frac{(\lambda'_m T)^6 e^{c_2/\lambda T} (e^{c_2/\lambda'_m T} - 1)^2}{(\lambda T)^6 e^{c_2/\lambda'_m T} (e^{c_2/\lambda T} - 1)^2} \quad (12)$$

当 λT 给定时,式(11)的 $M_{\lambda,T}$ 和式(10)的 $[M_{\lambda,T}]_m$ 一样,也是同温度 T 的 4 次方成正比的.

再根据式(12)作出 $M_{\lambda,T}$ 的黑体辐射普适曲线,纵坐标为归一化的单色微分辐射出射度 $M_{\lambda,T}/[M_{\lambda,T}]_m$,横坐标为 λT ,其结果如图 2 实线所示.

显然, $M_{\lambda,T}$ 的黑体辐射普适曲线之峰值位置 $\lambda'_m T$ 也约为 M_λ 的黑体辐射普适曲线之峰值位置 $\lambda_m T$ 的 83%.

将图 2 中的实线在一定波段内积分,就得到该波段内的普适的波段微分辐射出射度.

图 2 的虚线给出了低于给定 λT 值时的波段微分辐射出射度的量值.这时图上的纵座标表示波段微分辐射出射度相对于全波段微分辐射出射度所占的比例.由图 2 虚线可见,峰值左边约占总量的 26.67%.但在波段辐射出射度的黑体辐射普适曲线中,峰值左边占总量的 25%^[5].

2 讨论

2.1 关于物理量 M_λ 和 $M_{\lambda,T}$ 的定义

由式(2)定义的单色辐射出射度 M_λ ,是辐射出射度的光谱分布.由式(5)定义的单色微分辐射出射度 $M_{\lambda,T}$ 是微分辐射出射度的光谱分布,也是单色辐射出射度 M_λ 对温度的变化率.单色辐射出射度和单色微分辐射出射度这两个量有紧密的内在联系,当背景温度从 T 变到 $T+\Delta T$,且 ΔT 很小时,在给定波长处的单位波长间隔内,对 $M_{\lambda,T}$ 进行积分,这一积分值同 ΔT 之积,数值上接近两曲线 $M_\lambda(T)$ 和 $M_\lambda(T+\Delta T)$ 在该波段间隔内所包围之面积.例如, $T \geq 300\text{K}$,且 $\Delta T \leq 1\text{K}$,那么两者之差在除短波端外的绝大部分内均小于 0.1%;温度 T 愈高, ΔT 愈小,则这种误差愈小.

从计算波段辐射出射度的角度来看,尽管 $M_{\lambda,T}$ 和 M_λ 的作用是相近的,但在红外探测中,单色微分辐射出射度的概念往往比单色辐射出射度显得更重要.

2.2 红外探测的最佳波长

一般而言,红外探测的目的是探测景物温度的空间分布及其随时间的变化,而不只是测量温度的绝对量值本身.因此红外探测的最佳工作波段及其最佳工作波长,应当由 $M_{\lambda,T}$ 决定,而不是由 M_λ 来决定.以单色微分辐射出射度来设计和选用红外探测器、红外光学元件和红外成像等系统的最佳工作波段和最佳工作波长,与单色辐射出射度相比,将使红外探测的灵敏度有很大的提高.

例如,当目标温度为 300K 时,单色辐射出射度 M_λ 的峰值波长 λ_m 为 $9.659\mu\text{m}$,而单色微分辐射出射度 $M_{\lambda,T}$ 的峰值波长 λ'_m 为 $8.034\mu\text{m}$,后者约为前者的 83%.在不考虑大气透过率影响的前提下, $M_{\lambda,T}$ 在波长 λ'_m 处的值比 λ_m 处要高 10%,比 $12\mu\text{m}$ 处约高 50%.

又如,对探测室温目标而言,通常所说的长波红外区的大气窗口为 $8\sim 14\mu\text{m}$ 或 $8\sim 12\mu\text{m}$,一般采用 $8\mu\text{m}$ 前截止的长通滤光片.从 M_λ 的角度来考虑,这样做是合理的,但若从 $M_{\lambda,T}$ 的角度来考虑,其峰值就在 $8\mu\text{m}$ 附近,峰值前 $M_{\lambda,T}$ 之值比 $12\mu\text{m}$ 处要高 50%以上,比 $14\mu\text{m}$ 处要高一倍以上;而且,由于在 $8\mu\text{m}$ 之前也有一定量值的大气透过率^[6],因此应将长波窗口向短波端扩展 $0.2\mu\text{m}$,以利于提高红外探测的灵敏度.

2.3 辐射出射度的小信号对比度

现代先进的红外探测器和红外探测系统往往要求在低噪声乃至背景限(BLIP)情况下

工作,小信号(如当目标温度变化小于 0.1K)时的信噪比是要考虑的主要性能指标之一.因此,从工作波段的选择上来研究提高对比度问题,是十分有意义的.

研究一定背景温度时的小信号对比度,必须将单色辐射出射度 M_λ 和单色微分辐射出射度 $M_{\lambda,T}$ 结合起来.因为 M_λ 在单位波长间隔 $\Delta\lambda$ 内的积分,数值上等于这一间隔内的波段辐射出射度,而 $M_{\lambda,T}$ 在此间隔内的积分表示波段辐射出射度随温度的变化率,波段辐射出射度在给定温差 ΔT 时的变化量即为 $M_{\lambda,T} \cdot \Delta T$,所以比值 $M_{\lambda,T} \cdot \Delta T / M_\lambda$ 就反映了该波段间隔内给定温差 ΔT 时的辐射出射度对比度的大小.当波段间隔 $\Delta\lambda$ 划分得越来越小时, $M_{\lambda,T}(\lambda) \cdot \Delta T / M_\lambda(\lambda)$ 即为给定温差 ΔT 和背景温度为 T 时辐射出射度的单色对比度.

从 M_λ 和 $M_{\lambda,T}$ 的黑体辐射出射度普适曲线可知,由于 M_λ 的峰值偏长波方向, $M_{\lambda,T}$ 的峰值偏短波方向,所以,较短波长处的对比度总比较长波长处要高(甚至有数量级的差别).因此,如果在选择一个红外探测器件的工作波段时,仅考虑可能得到的信号幅度的大小是不够的,还必须考虑可能达到的对比度(信噪比),因为,后者往往比前者更重要.所以,HgCdTe 焦平面用于中波红外较之长波红外往往具有更好的温度分辨率^[3],原因即在此.

2.4 计算波段辐射出射度的方法

从单色辐射出射度出发,可计算波段辐射出射度 P :

$$P = \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} M_\lambda(T + \Delta T) d\lambda - \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} M_\lambda(T) d\lambda,$$

若从单色微分辐射出射度计算,则为

$$P = \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} \Delta T \cdot M_{\lambda,T} d\lambda.$$

显然,后一计算方法的工作量比前者要小.因此,以单色微分辐射出射度来计算波段辐射出射度,其方法更为简便.

3 结论

本文从理论和实际应用的角度阐述了单色微分辐射出射度 $M_{\lambda,T}$,计算了 100~1000K 温度的 $M_{\lambda,T}-\lambda$ 曲线,分析了其峰值随波长 λ 和温度 T 变化的规律,给出了 $M_{\lambda,T}$ 的黑体辐射出射度普适公式及其函数曲线;从应用观点分析了以 $M_{\lambda,T}$ 而不是以单色辐射出射度 M_λ 来设计和选用红外探测器、红外光学元件和红外成像等各种系统的最佳工作波段和最佳工作波长的重要性;从探测器背景限工作的角度提出了辐射出射度的小信号对比度的概念,这一小信号对比度可用比值 $M_{\lambda,T}(\lambda) \cdot \Delta T / M_\lambda(\lambda)$ 来表示;建议将习惯上在 8 μm 前截止的长波红外大气窗口向短波端扩展 0.2 μm (即 7.8 μm 前截止),以提高可能得到的信号幅度和信号对比度.

致谢 承蒙汤定元院士对本文的审阅和指正,特在此表示衷心的感谢.

参考文献

- 1 Richtmyer F K, Kennard E H. *Introduction to Modern Physics*, New York: McGraw-Hill Book Company, Inc., 1947
- 2 凌裕农. 高速摄影与光子学, 1990; 16(4): 337~342
- 3 汤定元. 物理, 1973; 2(3): 164~168
- 4 Cohen E R. *Phys. Today*, 1987; 40(8): Part 2
- 5 Jamieson J A, McFee R H, et al. *Infrared Physics and Engineering*, New York: McGraw-Hill Book Company, Inc., 1963; 21~22
- 6 Gilbert N P, Harold Yates. *Handbook of military infrared technology*, Washington D C.: Office of Naval Research Department of the Navy, 1965: 175~279
- 7 Baker I M, et al. *SPIE*, 1985; 588: 16~23

SPECTRAL DIFFERENTIAL RADIANT EXITANCE *

Ling Yunong

(Shanghai Institute of Technical Physics, Chinese Academy of Sciences, Shanghai 200083, China)

Abstract This paper expounds the concept of spectral differential radiant exitance ($M_{\lambda,T}$) and its important effect on infrared detection, calculates its spectral curves and universal blackbody radiation curve in the temperature range from 100 to 1000K, and studies the rule of variation of its peak values. It is advocated that the spectral differential radiant exitance ($M_{\lambda,T}$) and its peak value wavelength should be the important basis for the design and choice of the infrared detectors required for a given working waveband. The concept of the small-signal contrast of radiant exitance is proposed. It is suggested that the infrared atmospheric window of long wavelength should be expanded by 0.2 μm to the shorter wavelength end.

Key words spectral differential radiant exitance, blackbody radiation curves, small-signal contrast, atmospheric window.

* The project supported by the National Natural Science Foundation of China.