

复数神经网络及负2基光学实现*

刘立人

(中国科学院上海光机所信息光学实验室, 上海, 201800)

摘要 提出了集成突触连接和侧作用的复数统一神经网络, 改变输入信号中的路径码可自动选择不同的互连方式, 并提出了实现复数多值矩阵矢量乘法的高精度且无进位和符号位的负2进制内积算法, 光学实现采用了空间编码的非相干光学相关器, 充分发挥了光学并行处理特性, 给出了侧抑制 Hopfield 模型的数值模拟和实验演示。

关键词 神经网络, 负2基, 复数矩阵矢量乘法, 光学相关。

引言

各种人工神经网络模型是基于突触连接或侧向相互作用这两种生物机制建立的^[1,2]。最近报道了一种通用性的神经网络结构^[3,4], 由一突触互连层和一侧作用层联结而成, 能表示各种可能的网络的基本结构。

在已有的数学模型中, 神经元状态都用2个实数表达, 本文设想神经元有3种状态的机制: 实数表示刺激突触连结, 虚数刺激侧向作用, 另一组2个实数表示对刺激作用的互连路径选择。由此构成神经元的复数状态, 相应地可构成复数矩阵互连的统一的神经网络, 其主要特点是外部信号中的路径码可以自动实现各种网络互连形式, 而以前的复数表达的神经网络只是为了解决复值计算问题^[5]或提高网络性能^[6]。

矩阵矢量乘法是神经网络的关键运算, 为了解决复数多值的并行运算, 本文提出了负2基进制的内积算法, 具有无进位、无符号位、无小数点位、简单的预处理和后处理等特点, 并具有数字运算高精度的优点, 继而提出了空间编码的非相干的相关器的光学实现方案, 能并行地实行负2基内积复数矩阵矢量乘法。神经网络的光学实现存在双极和多灰阶处理上的困难, 通常采取的对策如截值和多通道处理等都不是很理想的^[7-9]。而且其中的光学矩阵矢量乘法属模拟处理, 精度较低。关于光学矩阵运算已报道了各种数字编码(如二补码, 双极码等等)和相应的运算体系(如模拟卷积、外积、啮合等)^[10-15], 以提高运算精度, 但存在进位、符号、预后处理、复数表达等诸多困难。

由此可见, 本文提出的复数自路径统一神经网络体系结构、负2基复值和多值矩阵矢量内积算法、及非相干光学相关器并行处理系统都为实现多层光学神经网络提供了有效的途

*国家自然科学基金资助项目

本文1994年8月12日收到, 修改稿1994年9月22日收到

径,尤其是负 2 基内积算法特别适合于自由光学并行处理,能适用于一切双极多极值神经网络.

1 复数自路径神经网络

自路径的概念来自于通讯网络中的信息包自选通道路径.

1.1 基本原理

复数自路径神经网络的基本结构见图 1. 网络由实部和虚部互连矩阵构成,即 $[T_{ij}^R] + j[T_{ij}^I]$. 输入信号矢量的 $[v_j]$ ($v_j \in \{1, -1\}$), K_1 和 K_2 ($K_1, K_2 \in \{1, 0, -1\}$) 是路径码,因而编码输入信号为 $[v_j](K_1 + jK_2)$. 复数矩阵矢量乘法的结果导致输出为

$$\left. \begin{aligned} [v_i^R] &= K_1[v_i^R] - K_2[v_i^I], \\ [v_i^I] &= K_2[v_i^R] + K_1[v_i^I]. \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

这里 $[v_i^R] = [T_{ij}^R][v_j]$, $[v_i^I] = [T_{ij}^I][v_j]$. 不同的路径码将使实部输出和虚部输出都具有 9 种不同的互连结构,其结果列于表 1.

表 1 自路径神经互连函数
Table 1 Self-routing neural connection functions

K_1	K_2	$[v_i^R] = K_1[v_i^R] - K_2[v_i^I]$	$[v_i^I] = K_1[v_i^R] - K_2[v_i^I]$
1	1	$[v_i^R] - [v_i^I]$	$[v_i^R] + [v_i^I]$
	0	$[v_i^R]$	$[v_i^I]$
	-1	$[v_i^R] + [v_i^I]$	$-[v_i^R] + [v_i^I]$
0	1	$-[v_i^I]$	$[v_i^R]$
	-1	$[v_i^I]$	$-[v_i^R]$
-1	1	$-[v_i^R] - [v_i^I]$	$[v_i^R] - [v_i^I]$
	0	$-[v_i^R]$	$-[v_i^I]$
	-1	$-[v_i^R] + [v_i^I]$	$-[v_i^R] - [v_i^I]$

经过必要的阈值处理^[2],如硬限幅器,将产生输出

$$\left. \begin{aligned} v'' &= 1, & v' &\geq 0 \\ v'' &= -1, & v' &< 0 \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

通用复数网络的串联可构造复杂功能的多层神经网络,这时需对各层复数网络的输出进行路径编码,采用图 1 中的编码单元 CU.

1.2 复数互连矩阵的建立规则

现在讨论如何构造复数互连矩阵的建立规则. 已知突触互连矩阵的 $[T_{ij}^R]$ ($N \times M, M \geq$

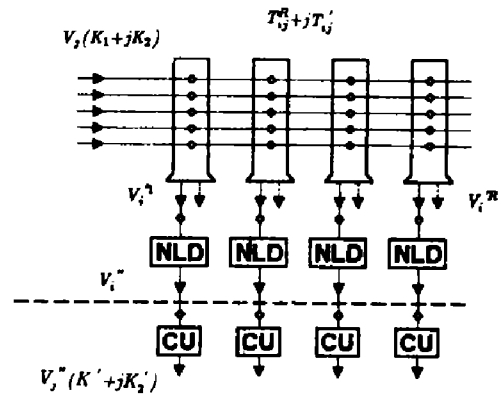


图 1 复数自路径神经网络示意图
Fig. 1 Schematic diagram of self-routing complex neural network

N), 侧向作用矩阵为 $[T'_{ij}] (N \times N)$, 则这种两层网络的互连的输入输出关系为

$$[v_i'] = [T'_{ij}] [T_{ij}^y] [v_j]. \quad (3)$$

侧作用矩阵可用单位矩阵分解为

$$[T'_{ij}] = [I] + [\epsilon_{ij}]. \quad (4)$$

把式(4)代入式(3), 并结合表 1 中的 $K_1 = 1$ 和 $K_2 = -1$ 的判据标准, 即可导出复数互连矩阵的建立规则:

$$\left. \begin{aligned} [T_{ij}^R] &= [T_{ij}^y], \\ [T'_{ij}] &= [\epsilon_{ik}] [T_{kj}^y]. \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

1.3 复数自路径神经网络的特性

如表 1 所示, 不同的路径码可产生 9 种互连方式, 包括突触连接、侧向连接、它们的补及其组合. 事实上复数神经网络本身就表示了一大类自组织网络, 如 Hamming 网络^[2]和 Kohonen 网络^[1]. 对复数神经网络的简化将产生一些较为简单的单层网络, 如取除虚部矩阵可形成 Hopfield 关联存储网络^[2], 取除实部可修改为横向抑制网络^[1]或 MANENT 网络^[2].

如前所述, 复数神经网络可简单地级联成多层复杂网络.

2 复矩阵运算的负 2 基内积算法

2.1 混合负 2 进制

负二进制以 (-2) 为基数^[16], 任意实数可表达为

$$a = \sum_{n=-L}^P a_n (-2)^n, \quad a_n \in \{1, 0\} \quad (6)$$

当 $a_n \geq 0$ 时为混合负二进制表达.

2.2 内积算法

负 2 基的 2 个数相加可直接对基的数字 (a_n) 相加, 这产生混合负二进制数. 为执行乘法运算, 我们定义被乘负 2 数用行矢量 \mathbf{a} (L 到 K 位) 表示, 而负 2 乘数用移位 n 的反排列行矢量 \mathbf{b}_n (S 到 P 位) 表达^[17], 即

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{a} &= \{a_K, a_{K-1}, \dots, a_1, a_0, a_{-1}, \dots, a_{-L+1}, a_{-L}\}, \\ \mathbf{b}_n &= \{b_{n-K}, b_{n-K+1}, \dots, b_{n-1}, b_n, b_{n+1}, \dots, b_{n+L-1}, b_{n+L}\} \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

因此, 乘积的第 n 位结果可用内积表达为

$$c_n = \mathbf{a} \cdot \mathbf{b}_n = \{a_K b_{n-K}, a_{K-1} b_{n-K+1}, \dots, a_1 b_{n-1}, a_0 b_n, a_{-1} b_{n+1}, \dots, a_{-L+1} b_{n+L-1}, a_{-L} b_{n+L}\}. \quad (8)$$

共有 $K-L+P-S+1$ 位. 移位 n 从 $L+S$ 到 $K+P$.

复数的乘法采用实虚部分解处理. 若复矩阵的实部元素和虚部元素的负 2 基行矢量表达记为 $T^R(i, j)$ 和 $T^I(i, j)$, 并把复信号 $K_1 v_i$ 和 $K_2 v_j$ 的负 2 基移位倒置行矢量表达记作

$v_n^1(j)$ 和 $v_n^2(j)$, 则产生的矢量是混合负 2 进制数, 第 i 行第 n 位为

$$\left. \begin{aligned} v_n^R(i) &= \sum_j T^R(i, j) \cdot v_n^1(j) + \frac{1}{2} T^I(i, j) \cdot v_{n-1}^2(j), \\ v_n^I(i) &= \sum_j T^R(i, j) \cdot v_n^2(j) + T^I(i, j) \cdot v_{n-1}^1(j). \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

这是最终的内积表达式. 可见取虚部作输出在光学运算上更为简单.

3 侧抑制 Hopfield 神经网络

我们用带侧抑制的 Hopfield 模型作为光学实验复数网络的数值实例, 这里先给出原理性讨论.

3.1 数学基础

横向抑制可采用墨西哥草帽型^[1], Hopfield 网络的互连矩阵为^[2]

$$\left. \begin{aligned} T_{ij}^{xy} &= \sum_k \sum_{i,j} v_i^{(k)} v_j^{(k)}, & i \neq j \\ T_{ij}^{xy} &= 0, & i = j \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

3.2 性能分析

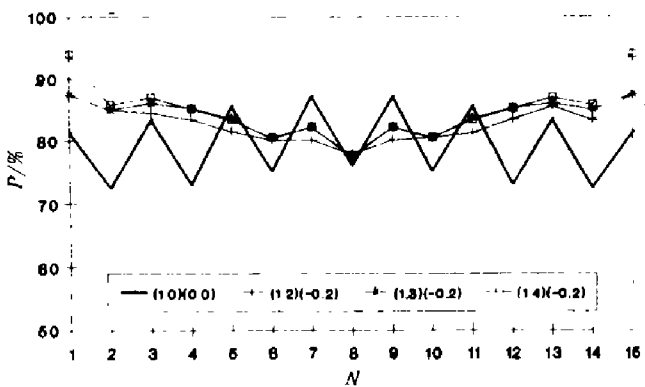


图 2 侧抑制 Hopfield 模型的关联性能
Fig. 2 Performance of the laterally inhibited Hopfield neural network

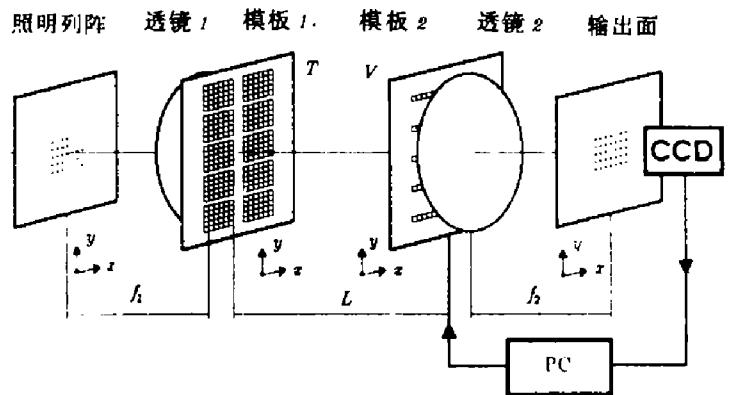


图 3 光学复数神经网络结构图
Fig. 3 Optical setup of the complex neural network

附加侧抑制有可能提高 Hopfield 神经网络的关联再现的性能. 这里给出一个数值评估. 设存储 3 个 16 位矢量:

$$\begin{aligned} & 1 \quad -1 \quad -1 \quad 1 \quad 1 \quad -1 \quad -1 \quad 1 \quad 1 \quad -1 \quad -1 \quad 1 \quad -1 \quad 1 \quad 1 \quad -1, \\ & -1 \quad 1 \quad -1 \quad 1 \quad -1 \quad 1 \quad 1 \quad 1 \quad -1 \quad -1 \quad -1 \quad 1 \quad -1 \quad 1 \quad 1 \quad 1, \\ & -1 \quad 1 \quad 1 \quad -1 \quad 1 \quad -1 \quad -1 \quad -1 \quad 1 \quad -1 \quad -1 \quad -1 \quad -1 \quad 1 \quad 1 \quad -1. \end{aligned}$$

侧抑制的中心值及 8 邻域值为 (1. 2/-0. 2)、(1. 3/-0. 2)、(1. 4/-0. 2) 及无抑制 (1/0). 计算了输入信号仅有 1 位为“1”到 15 位为“1”的情况下正确复原存储矢量或其补的百分数, 结果见图 2, 其中 N 表示“1”的个数, P 为正确或取补复原的百分比. 可见适当的侧抑制及增益

有助于获得较高和较平稳的关联复原.

4 光学实现方案

图 3 给出了光学复数自路径神经网络的结构. 用光电转换和 PC 机作负二进制变换及反馈再编码. 光学系统是一个非相干相关器^[18], 模板 T 左右分别编码复数矩阵的实部和虚部, 模板(液晶显示屏)V 左右分别编码神经信号的虚部和实部. 照明光源是一个列阵光源, 其数目和排列取决于输出矢量的位数及负二进制位数. 照明源在探测平面上成像, 显然, 输出列阵上的光强分布为相关积分

$$I\left(-\frac{f_2}{f_1}x_i, \frac{f_2}{f_1}y_i\right) = \int \int [T_L^R(\alpha+D, \beta)v^2\left(\alpha+D-\frac{x_i L}{f_1}, \beta-\frac{y_i L}{f_1}\right) + T^I(\alpha-D, \beta)v'\left(\alpha-D-\frac{x_i L}{f_1}, \beta-\frac{y_i L}{f_1}\right)] d\alpha d\beta. \quad (11)$$

式(11)与内积表达式(9)是一致的. 所以采用光学卷积的方式实现内积算法.

5 实验设计

这里给出一个简单的侧抑制 Hopfield 网络的光学实验. 存储矢量为 1 1-1 1-1, -1 -1 1 -1 1, -1 1 1 -1 -1. 侧抑制中心值 1.25, 最近两邻域值为-0.25. 输入信号为 1 -1 -1 1 -1, 路径码为 $K_1=1$ 和 $K_2=-1$. 经计算表明两次迭代就能获得正确的结果, 即 1 1 -1 1 -1.

图 4 给出了复数互连矩阵的负 2 基空间编码图. 作为参考, 其中也标出了各元素的理论计算所得的十进制数值. 图 5 是输入信号的负 2 基编码图, 实部和虚部相同且都有 5 个元素, 每个元素用 2 位-2 数表示. 输入信号的实部和虚部分别由路径码 K_1 和 K_2 控制, 当路径码为零时相应的空间编码均取零(即取消). 复数互连矩阵的实部和虚部都是 5×5 元素, 每个元素以 6 位负 2 数表示. 因此照明列阵为 5×7 单元. 光学相关结果也可能是 5×7 单元, 图 7 标出元素的位数(j)和负 2 位数(n), 作为比较, 图中也标出了第一次迭代后的负二进制结果. 图 7 给出了实验结果, 与理论预测一致.

实验装置为: $f_1=210\text{mm}$, $f_2=240\text{mm}$, $L=210\text{mm}$. 编码元直径 1mm, 间隙 1.5mm.

6 结语

统一的复数神经网络本身就包含了突触连接和侧相互作用, 控制输入信号中的路径码可以在不变动硬件结构的情况下自动选择互连方式. 复数多值矩阵矢量乘法的负 2 基内积算法具有高精度及无进位和符号位、预后处理简单等优点. 空间编码的非相干相关器能并行地光学实现负 2 基内积算法. 对于常规的双极多值神经网络, 本文的算法和光学实现方法易于简化而适用.

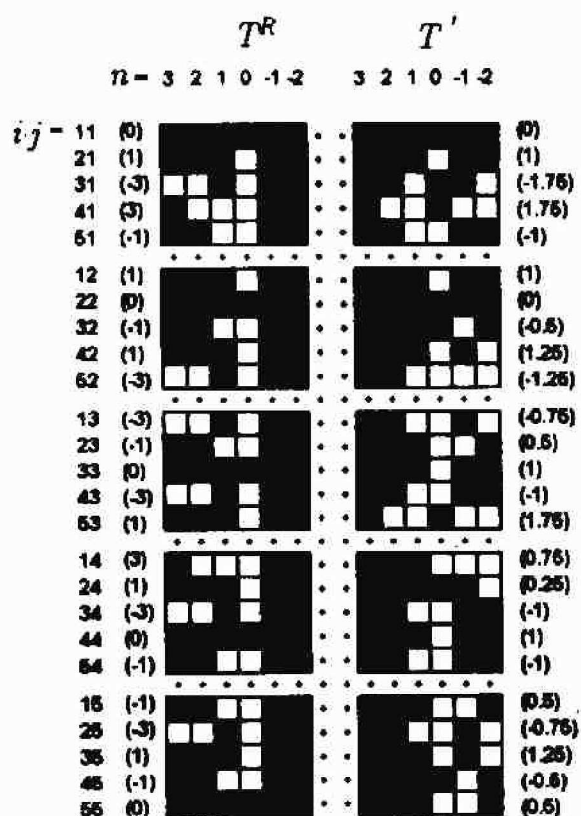


图 4 复数矩阵的负 2 基编码图案
Fig. 4 Pattern of the complex matrix coded by negabinary numbers

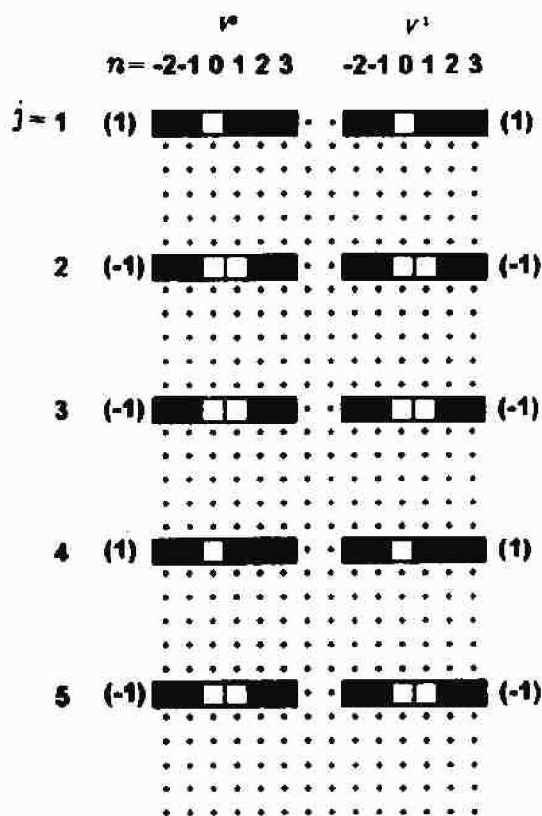


图 5 含路径码的输入信号负 2 基编码图案
Fig. 1 Coded pattern of the input complex vector which contains the routing-code

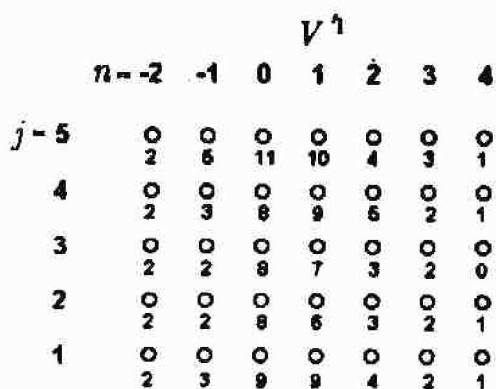


图 6 输出的编码表达
Fig. 6 Possible output distribution.

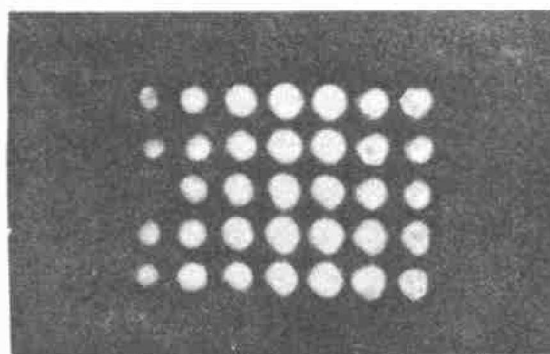


图 7 实验输出照片
Fig. 7 Photography of experimental result.

参考文献

- 1 Kohonen T. *Appl. Opt.*, 1987, 26:4910
- 2 Lippmann R R. *IEEE ASSP Magazine April*, 1987:4
- 3 Aledsander I. *IEE Compl & Cont. J.*, 1990, 1:259

- 4 Aleksander I, Morton H B. *Electron. Lett.*, 1991,**29**:1776
- 5 Hirose A. *Electron. Lett.*, 1992,**28**:1492
- 6 Zhou C, Liu L. *Opt. Commun.*, 1993,**103**:29
- 7 Psaltis D, Farhat N. *Opt. Lett.*, 1985,**10**:98
- 8 Lin S, Liu L, Wang Z. *Opt. Commun.*, 1989,**70**:87
- 9 Kranzdorf M, Bigner B J, Zhang L, et al. *Opt. Eng.*, 1989,**28**:844
- 10 Casasent D, Taylor B K. *Appl. Opt.*, 1986,**24**:1476
- 11 Bocker R P. *Opt. Eng.*, 1984,**23**:26
- 12 Soffer B H, Owechko Y, Maron E, et al. *Appl. Opt.*, 1986,**25**:2295
- 13 Baranoski E, Casasent D. *Appl. Opt.*, 1986,**28**:5351
- 14 Zhou C, Liu L, Wang Z. *Opt. Lett.*, 1992,**17**:1800
- 15 Li G, Liu L. *Opt. Commun.*, 1994,**150**:161
- 16 De Regt M P. *Comput. Design*, 1967,**6**(53)
- 17 Liu L, Li G, Yin Y. *Opt. Lett.*, (in press)
- 18 Liu L. *Opt. Lett.*, 1989,**14**:482

COMPLEX NEURAL NETWORK WITH NEGABINARY REPRESENTATION AND ITS OPTICAL IMPLEMENTATION *

Liu Liren

(Information Optics Laboratory, Shanghai Institute of Optics and Fine Mechanics,
Chinese Academy of Sciences, Shanghai 201800, China)

Abstract A general complex neural unit integrated with synaptic connection and lateral interaction is proposed. Various kinds of connections can be generated automatically by using different routing codes contained in the input stimuli. Based on the mixed negabinary system, an inner-product algorithm is suggested to perform complex matrix-vector multiplications without carries, signs and decimal points. An incoherent optical correlator with spatial coding is developed to execute the algorithm, thus the complex neural network is implemented optically in parallel. Numerical simulations and experiments of laterally inhibited Hopfield neural network are demonstrated.

Key words neural network, negabinary system, complex matrix-vector multiplication, optical correlation

*The project supported by the National Natural Science Foundation of China