第 12 卷 第 5 期
1993 年 10 月

红外与毫米波学报
J. Infrared Millim. Waves

Vol. 12, No. 5
October, 1993

多光谱带通渐变滤光片透射率特性分析*

程实平　张凤山　严义埙

(中国科学院上海技术物理研究所，上海，200083)

摘要：分析给出了利用厚端非遮挡区的光谱透射率来计算给定区域光谱透射率的一般积分式，并对通带展宽、峰值降低以及相邻区域的通带重叠现象作进一步分析.

关键词：渐变滤光片，多光谱，透射率.

引言

多光谱带通渐变滤光片是与列阵探测器直接配合使用的一类特殊滤光片，由于这类滤光片光谱特性的严格理论分析和计算通常十分复杂，在工程应用中一般是对给定区域的透射率进行实测以配合相应的使用条件. 这种方法虽然避开了许多复杂的理论问题，但也有两点不足：一是带有较大盲目性，在滤光片制备前无法预知滤光片光谱性能以对滤光片设计给予指导；二是目前在亚毫米尺寸的微面积滤光片透射率的小数值孔径测量方法和设备方面仍不十分完备，单靠测量方法难以给出微面积渐变滤光片透射率的有效数据. 因而我们急需一种与实际结合得较为紧密的理论方法来分析和计算它的光谱透射率. 我们认为在三个基本条件下可以用积分的方法来计算给定区域上的光谱特性. 这三个条件是：(1) 在渐变方向上的最大渐变率 (单位长度上的渐变量) 非常小，(2) 滤光片膜系的总厚度与器件光敏元尺寸相比非常小，(3) 滤光片的镀膜面与器件光敏面紧密结合. 在满足条件 (1) 时，可认为垂直入射的光线在膜层内部多次反射和折射后仍然在垂直方向上，因而无穷小面元上的透射率可以用相同结构的大面积滤光片的透射率来代替. 条件 (2) 和 (3) 则是为保证面元之间不存在串色和衍射，从而在给定区域内的透射能量为各微小面元上的透射能量的积分. 假设本文讨论的滤光片都基本满足上述条件.

1 基本原理

图 1 所示为含有 m 层膜层的渐变滤光片，L 为滤光片在渐变方向上的长度，$d_i(0)$、$d_i(x)$ 和 $d_i(L)$ 分别为第 i 层膜在薄端、厚端和距薄端的距离为 x 的点的几何厚度. 设各

本文 1992 年 5 月 2 日收到，最后修改稿 1993 年 6 月 15 日收到.
* 国家自然科学基金资助项目.

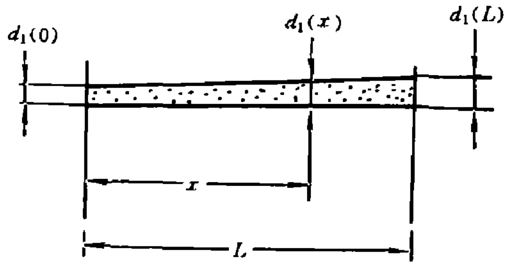

图 1 滤光片外形结构图
Fig. 1 Configuration of the wedge filter

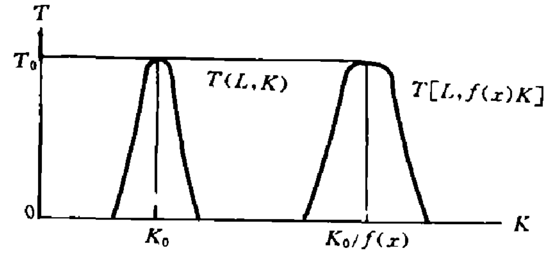

图 2 $T(L, f(x)k)$ 与 $T(L, k)$ 的图形关系
Fig. 2 Illustration showing the relationship between $T(L, f(x)k)$ and $T(L, k)$

层膜在厚端和薄端的厚度比 $\beta=d_i(L)/d_i(0)$，定义渐变函数

$$f(x)=d_i(x)/d_i(L), \tag{1}$$

显然有 $f(0)=1/\beta$ 和 $f(L)=1$，并且 $f(x)$ 的函数值只与位置变量 x 有关，而与膜层序数 i 无关，通常它是 x 的单调增函数，并在 $x\in[0, L]$ 的区域内无极点. 由于在渐变滤光片的不同位置点上，膜系具有相同的结构而只是参考波长各不相同，对于具有同一结构的一族膜系，其透射率的函数表达式的形式是相同的[1,2]，故可将 x 点在波数 k 处的透射率 $T(x, k)$ 表示成相位 $2\pi kn_id_i(x)$, $i=1, 2, \cdots, m$ 的复杂函数，即

$$T(x, k)=F[2\pi n_ikd_i(x), n_i], \quad i=1, 2, \cdots, m, \tag{2}$$

式中 n_i 为第 i 层膜的折射率. 将 $d_i(x)=f(x)d_i(L)$ 代入式的右边并将 $f(x)k$ 看作为一个整体，得到

$$T(x, k)=F[2\pi f(x)kn_id_i(L), n_i]=T[L, f(x)k]. \tag{3}$$

式 (3) 的物理意义是：x 点在波数 k 处的透射率与厚端在波数 $f(x)k$ 处的透射率相等，正如某一函数 $H(ax)$ 的曲线可经过函数 $H(x)$ 的曲线在 X 座标上压缩 a 倍而得到，$T[L, f(x)k]$ 的曲线也可经过厚端非遮挡区的透射率 $T(L, k)$ 的曲线在 k 坐标上扩展 $1/f(x)$ 倍得到 (参见图 2). 在给定区域 $[a, b]$ 上将 $T(x, k)$ 对 x 作积分平均可得到此区域内的光谱透射率为

$$T_{a,b}(k)=\frac{1}{b-a}\int_a^b T(x, k)\,\mathrm{d}x. \tag{4}$$

虽然式 (4) 是可计算的，但由于 $T_{a,b}(x, k)$ 是一个二维函数，直接作积分运算的计算量太大，且无法利用它来对 $T_{a,b}(k)$ 作进一步分析. 为此对上式作进一步变换，将式 (3) 代入式 (4)，并作积分变量代换 $\eta=f(x)k$，可得到

$$T_{a,b}(k)=\frac{1}{(b-a)k}\int_{f(a)k}^{f(b)k} g'\left(\frac{\eta}{k}\right) T(L, \eta)\mathrm{d}\eta. \tag{5}$$

其中，$T(L, \eta)$ 在数值上等于 $T(L, k)$, $g'(\cdot)$ 为渐变函数 $f(\cdot)$ 的反函数 $g(\cdot)$ 对宗量的微分，由于厚端非遮挡区的透射率 $T(L, k)$ 是可计算或测量的，而不复杂的渐变函数的反函

数的导数也是可计算的，故可以用上面的积分式来实际计算给定区域 $[a, b]$ 内的光谱透射率.

如果 $T(L, k)$ 具有带通特性，即在通带 $k\in[k_0-\Delta k, k_0+\Delta k]$ 之外恒等于零，则当积分上限 $f(b)k<k_0-\Delta k$ 或积分下限为 $f(a)k>k_0+\Delta k$ 时，积分式 (5) 的结果都等于零，因而 $T_{a,b}(k)$ 的通带为 $\left[\dfrac{k_0-\Delta k}{f(b)}, \dfrac{k_0+\Delta k}{f(a)}\right]$，并同时可得到中心波数 $k_{0_{a,b}}$、绝对带宽 $2\Delta k_{a,b}$ 和相对带宽 $\delta k_{a,b}$，其中相对带宽可表示为

$$\delta k_{a,b}=\frac{2\Delta k_{a,b}}{k_0}=\frac{2+\alpha\delta k}{\alpha+\delta k/2}. \tag{6}$$

式中 $\alpha=\dfrac{f(b)+f(a)}{f(b)-f(a)}$, $\delta k=\dfrac{2\Delta k}{k_0}$ 为 $T(L, k)$ 的相对带宽，当 a 与 b 相差不大时，α 远大于 δk. 这样，式 (6) 可简化为 $\delta k_{a,b}=2/\alpha+\delta k$, $2/\alpha$ 即是相对带宽的展宽量.

2 带内特性

我们假设 $T(L, k)$ 为矩形带通函数，即 $T_0\mathrm{react}\left(\dfrac{k-k_0}{\Delta k}\right)$, T_0 为通带内的透射率，因而 $T(x, \eta)=T_0\mathrm{react}\left(\dfrac{\eta-k_0}{\Delta k}\right)$，将其代入积分式 (5)，得

$$T_{a,b}(k)=\frac{T_0}{(b-a)k}\int_{f(a)k}^{f(b)k}g'\left(\frac{\eta}{k}\right)\mathrm{react}\left(\frac{\eta-k_0}{\Delta k}\right)\mathrm{d}\eta. \tag{7}$$

积分函数在通带内有 3 个区间，在窄区域和宽区域的积分结果是不一样的. 对窄区域，当 $\dfrac{f(b)}{f(a)}\le\dfrac{k_0+\Delta k}{k_0-\Delta k}$ 时，有

$$T_{a,b}(k)=\begin{cases}\dfrac{T_0}{b-a}\left[b-g\left(\dfrac{k_0-\Delta k}{k}\right)\right], & (\text{区间 I})\\ T_0, & (\text{区间 II})\\ \dfrac{T_0}{b-a}\left[g\left(\dfrac{k_0-\Delta k}{k}\right)-a\right]. & (\text{区间 III})\end{cases} \tag{8}$$

对宽区域，即 $\dfrac{f(b)}{f(a)}\ge\dfrac{k_0+\Delta k}{k_0-\Delta k}$ 时，有

$$T_{a,b}(k)=\begin{cases}\dfrac{T_0}{b-a}\left[b-g\left(\dfrac{k_0-\Delta k}{k}\right)\right], & (\text{区间 I})\\ \dfrac{T_0}{b-a}\left[g\left(\dfrac{k_0+\Delta k}{k}\right)-g\left(\dfrac{k_0+\Delta k}{k}\right)\right]\le T_0, & (\text{区间 II})\\ \dfrac{T_0}{b-a}\left[g\left(\dfrac{k_0-\Delta k}{k}\right)-a\right]. & (\text{区间 III})\end{cases} \tag{9}$$

图 3 和图 4 为线性渐变情况下 $T_{a,b}(k)$ 在 3 个区间中的透射率曲线，区间 I 是曲线的上升区间，区间 II 中的曲线变化比较平缓，区间 III 是曲线的下降区间．对一般通带函数 $T(L, k)$，透射的能量主要集中在区间 II 内，我们称这个区间为通带的主透射区．另外，在宽区域的区间 II 内会出现透射率下降，这是因为在给定区域内所通过的能量在波数上扩展太宽，致使每一个单波数成分所占的比例下降．而实质上峰值降低必然伴随着通带的扩展．

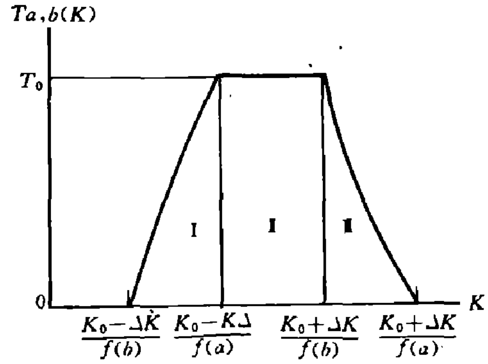

图 3 通带不下降时的光谱曲线
Fig. 3 Transmittance curve of the pass band when no reduction occurs in the band

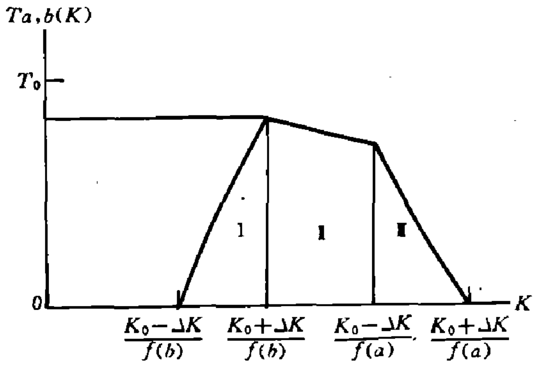

图 4 通带下降时的光谱曲线
Fig. 4 Transmittance curve of the reduced pass band

3 相邻区域的通带重叠

设渐变方向上有 3 个相连区域 $[a, b]$、$[b, c]$、$[c, d]$，则 3 个区域所对应的通带按增大的顺序排列为 $\left[\frac{k_0-\Delta k}{f(d)}, \frac{k_0+\Delta k}{f(c)}\right]$, $\left[\frac{k_0-\Delta k}{f(c)}, \frac{k_0+\Delta k}{f(b)}\right]$, $\left[\frac{k_0-\Delta k}{f(b)}, \frac{k_0+\Delta k}{f(a)}\right]$. 因而 $[a, b]$ 和 $[b, c]$ 的通带是部分重叠的，$[b, c]$ 和 $[c, d]$ 的通带也是部分重叠的 (参见图 5)，

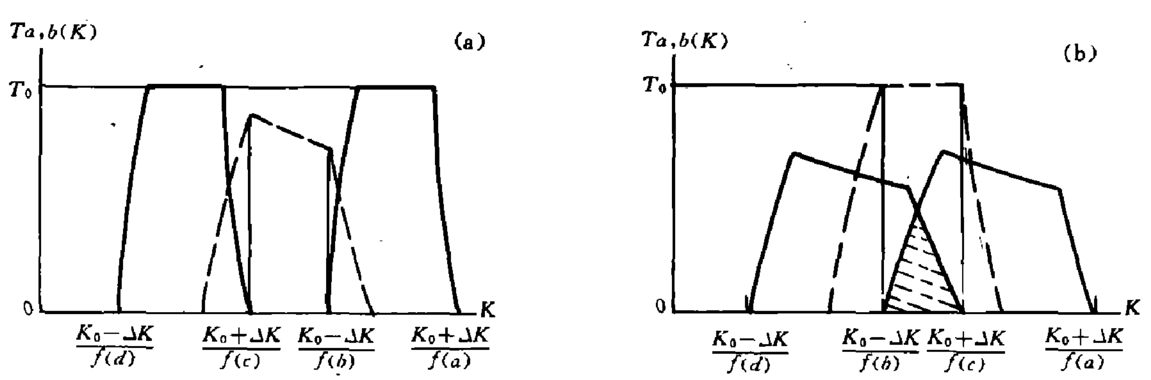

图 5 $[a, b]$, $[c, d]$ 通带内在不同重叠情况下的光谱曲线
(a) $[a, b]$, $[c, d]$ 通带不重叠，(b) $[a, b]$, $[c, d]$ 通带重叠
Fig. 5 Transmittance curves for $[a, b]$ and $[c, d]$ in various overlapping conditions
(a) No overlap for $[a, b]$, $[c, d]$; (b) Overlap for $[a, b]$, $[c, d]$

这说明任何两个连通区域的通带之间是部分重叠的. 若要 $[a, b]$ 和 $[c, d]$ 之间不发生通带重叠，则必须满足条件

$$\frac{f(c)}{f(b)} \geq \frac{k_0 + \Delta k}{k_0 - \Delta k} = \frac{2 + \delta k}{2 - \delta k}, \tag{10}$$

此时区域 $[b, c]$ 是宽区域 (见宽区域条件). 不等式 (10) 的物理意义是：区域 $[a, b]$ 和 $[c, d]$ 的通带之间重叠的情况是由间隔 $[b, c]$ 决定的，区域 $[a, b]$ 和 $[c, d]$ 的通带互相分离的充要条件是间隔 $[b, c]$ 为宽区域.

4 结语

本文对渐变滤光片有关理论问题的探讨有以下面方面的意义：(1) 在微面积滤光片的测量段还不十分健全时，建立了利用非遮当区的光谱透射率的计算值或测量值来摸拟给定区域的光谱透射率的方法；(2) 为已知渐变函数的滤光片实际设计工作或对渐变函数进行优选或数值优化提供理论指导.

参考文献

1　唐晋发，郑权. **应用薄膜光学**，上海：上海科学技文献出版社，1984

2　Macleod H A. *Thin-Film Optical Filter*, New York: Macmillan Publishing Company, 1986

ANALYSIS OF TRANSMITTANCE OF MULTI-SPECTRAL BAND-PASS FILTER*

CHENG SHIPING, ZHANG FENGSHAN, YAN YIXUN

(*Shanghai Institute of Technical Physics, Chinese Academy of Sciences, Shanghai* 200083, *China*)

Abstract: The integration formula to calculate the transmittance of the wedge filter at the given area is derived via that of the uniform area of the same film structure. The expanding of the pass band, the pass band reduction and the overlap of the pass band of adjoining areas are further analyzed.

Key words: wedge filter, multi-spectrum, transmittance.

* The project supported by the National Natural Science Foundation of China.