

# 植被方向散射系数及双向散射系数的理论计算

张建奇 方小平

(西安电子科技大学技术物理系, 陕西, 西安, 710071)

**摘要:** 根据植被组分的光学特性及植被的形态结构, 考虑入射线和出射线的方位角, 对植被的方向散射系数和双向散射系数进行了理论推导, 给出了解析表达式, 并进行了论证. 其结果补充了 Goudriaan 及 Verhoef 的不足之处, 并将 Suits 的结果作为一种特例包含在内.

**关键词:** 植被, 散射系数.

## 引言

植被辐射特性的研究是目标背景辐射特性研究领域中最受重视的课题. 由于植被种类、生长状况的多样性和复杂性, 使得通过实测大量数据进行经验总结的方法难以奏效. 因此, 建立植被辐射模型, 借助计算机模拟植被各种情况下的辐射特性就显得十分重要.

在导出植被的双向反射比时, 通常将植被中的辐射分为向上、向下的漫射辐射  $L_+$ 、 $L_-$  ( $L$  为辐亮度, 相应的辐照度为  $E_+$ 、 $E_-$ ); 以及直射辐射  $L_s$  ( $L$  为辐亮度, 相应的辐照度为  $E_s$ ). 确定在植被散射作用下, 分别由  $L_+$ 、 $L_-$  及  $L_s$  所产生的微分辐亮度  $dL_{c+}$ 、 $dL_{c-}$  及  $dL_{cs}$  为

$$dL_{c+}(x) = \frac{1}{\pi} u E_+(x) dx, \quad (1)$$

$$dL_{c-}(x) = \frac{1}{\pi} v E_-(x) dx, \quad (2)$$

$$dL_{cs}(x) = \frac{1}{\pi} \omega E_s(x) dx. \quad (3)$$

式中,  $u$ 、 $v$  是相应的方向散射系数,  $\omega$  是双向散射系数. 由此得出的植被双向反射比为<sup>[1]</sup>.

$$R = \frac{\int_0^h [u E_+(x) + v E_-(x) + \omega E_s(x)] p(x) dx + \rho_s [E_-(-h) + E_s(-h)] p(-h)}{[E_-(0) + E_s(0)]}. \quad (4)$$

其中,  $p(x)$  为植被穿透函数,  $h$  为植被高度,  $\rho_s$  为地面反射率. 在由式 (4) 计算植被的双向反射比时, 必须首先确定  $u$ 、 $v$  及  $\omega$ . Suits<sup>[1]</sup> 仅仅给出了将植被看成是由垂直分布和水平分布两种叶面所组成的结果. Goudriaan<sup>[2]</sup> 所给出的结果没有考虑入射线和出射线的方位角, 结果不够准确. Verhoef<sup>[3]</sup> 在确定这些系数时, 先直接将各部分的贡献相加, 然后再求平均, 结果不够确切. 并且, Verhoef 只给出了数值计算结果, 不同情况使用时很不方便. 本文对这些系数进行了理论推导, 补充了 Goudriaan 和 Verhoef 的不足之处, 并将 Suits 的结果作为一种特例包含在内.

### 1 理论推导

以下推导过程均假设植被为各向同性和水平均匀的群体.

#### 1.1 方向散射系数 $u$ 、 $v$ 的确定

令  $I_{ri}$  表示叶面反射的辐射强度,  $I_{ti}$  表示叶面透射的辐射强度, 其中,  $i = u, l$  分别对应叶面的上表面和下表面. 设叶面倾角为  $\theta_l$ , 可将空间分成如图 1 所示的 4 个部分, 即

$$A: \{(\theta, \psi) / 0 < \theta < \pi - \theta_l, \pi < \psi < 2\pi\},$$

$$B: \{(\theta, \psi) / 0 < \theta < \theta_l, 0 < \psi < \pi\},$$

$$C: \{(\theta, \psi) / \pi - \theta_l < \theta < \pi, \pi < \psi < 2\pi\},$$

$$D: \{(\theta, \psi) / \theta_l < \theta < \pi, 0 < \psi < 2\pi\}.$$

这样, 照射在上表面的辐亮度  $L_-$  包含在 A 中,  $L_+$  包含在 C 中, 照射在下表面的辐射率  $L_-$  包含在 B 中,  $L_+$  包含在 D 中. 因此, 由  $L_-$  产生的沿  $(\theta, \varphi)$  方向的辐射强度为

$$I_{ru}(\theta, \varphi) = \frac{1}{\pi} L_- \int_A \rho_u(\theta, \varphi; \theta', \varphi') \vec{n} \cdot \vec{k}' d\Omega', \tag{5}$$

$$I_{tu}(\theta, \varphi) = \frac{1}{\pi} L_- \int_A \tau_u(\theta, \varphi; \theta', \varphi') \vec{n} \cdot \vec{k}' d\Omega', \tag{6}$$

$$I_{rl}(\theta, \varphi) = \frac{1}{\pi} L_+ \int_C \rho_l(\theta, \varphi; \theta', \varphi') \vec{n} \cdot \vec{k}' d\Omega', \tag{7}$$

$$I_{tl}(\theta, \varphi) = \frac{1}{\pi} L_+ \int_C \tau_l(\theta, \varphi; \theta', \varphi') \vec{n} \cdot \vec{k}' d\Omega'. \tag{8}$$

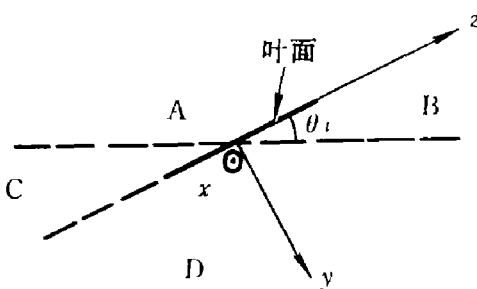


图 1 坐标空间划分示意图

Fig. 1 The partition of coordinate space

其中,  $\vec{n} = (0, 1, 0)$  为叶面法向方向矢量,  $\theta'$  和  $\varphi'$  分别为入射线的天顶角和方位角,  $\theta$  和  $\varphi$  分别为出射线的天顶角和方位角,  $\vec{k}'$  为入射线的方向矢量,  $\Omega'$  为入射空间立体角,  $\rho_i(\theta, \varphi; \theta', \varphi')$  ( $i = u, l$ ) 为叶面双向反射比,  $\tau_i(\theta, \varphi; \theta', \varphi')$  ( $i = u, l$ ) 为叶面双向透射比.

若植被叶面为均匀漫辐射体, 并有  $\rho_u = \rho_l = \rho$ ,  $\tau_u = \tau_l = \tau$ , 则到达  $\vec{k}_0$  方向、 $\Delta\Omega_0$  立体角内的辐射功率为

$$P_{ru} = I_{ru}(\theta, \varphi) \vec{k}_0 \cdot \vec{n} \Delta\Omega_0, \quad (9)$$

$$P_{\tau u} = I_{\tau u}(\theta, \varphi) \vec{k}_0 \cdot \vec{n} \Delta\Omega_0, \quad (10)$$

$$P_{rl} = I_{rl}(\theta, \varphi) \vec{k}_0 \cdot \vec{n} \Delta\Omega_0, \quad (11)$$

$$P_{\tau l} = I_{\tau l}(\theta, \varphi) \vec{k}_0 \cdot \vec{n} \Delta\Omega_0. \quad (12)$$

其中,  $\vec{k}_0 \cdot \vec{n} = \cos\gamma_0 = \sin\theta_0 \sin\theta_l \cos(\varphi_0 - \varphi_l) + \cos\theta_0 \cos\theta_l$ ,  $\theta_0$  和  $\varphi_0$  分别为观察者所处的天顶角和方位角,  $\theta_l$ 、 $\varphi_l$  为叶面法线倾角和方位角.  $\cos\sigma_0$  在下列条件下为正:  $0 < \theta_l < \pi/2 - \theta_0$ ,  $\varphi_0 < \varphi_l < 2\pi + \varphi_0$ ; 或  $\pi/2 - \theta_0 < \theta_l < \pi/2$ ,  $\varphi_0 - \delta_0 < \varphi_l < \varphi_0 + \delta_0$ . 在下列条件下为负:  $\pi/2 - \theta_0 < \theta_l < \pi/2$ ,  $\varphi_0 + \delta_0 < \varphi_l < \varphi_0 + 2\pi - \delta_0$ ,  $\delta_0 = \cos^{-1}(1 - \cot\theta_0 \cot\theta_l)$ . 其平均辐射功率为

$$\begin{aligned} \langle P \rangle = \frac{1}{2\pi} & \left[ \int_0^{\pi/2 - \theta_0} \int_{\varphi_0}^{2\pi + \varphi_0} f(\theta_l)(P_{ru} + P_{\tau l}) d\varphi_l d\theta_l \right. \\ & + \int_{\pi/2 - \theta_0}^{\pi/2} \int_{\varphi_0 - \delta_0}^{\varphi_0 + \delta_0} f(\theta_l)(P_{ru} + P_{\tau l}) d\varphi_l d\theta_l \\ & \left. + \int_{\pi/2 - \theta_0}^{\pi/2} \int_{\varphi_0 + \delta_0}^{\varphi_0 + 2\pi - \delta_0} f(\theta_l)(P_{\tau u} + P_{rl}) d\varphi_l d\theta_l \right]. \end{aligned} \quad (13)$$

其中,  $f(\theta_l)$  是叶面倾角归一化概率分布函数<sup>[4]</sup>.

取一体积元  $dv = dadx$  ( $da$  为  $dv$  的水平面积), 若叶面平均面积为  $\bar{A}$ , 单位体积中的叶面数为  $n_l$ , 则从体积元  $dv$  中发出的功率为

$$dP = \langle P \rangle \bar{A} n_l dadx. \quad (14)$$

所以有

$$dL_{c-} = \frac{\langle P \rangle n_l \bar{A}}{\cos\theta_0 \Delta\Omega_0} dx. \quad (15)$$

由  $E = \pi L$ , 根据式 (2) 有

$$v = \frac{\langle P \rangle n_l \bar{A}}{\cos\theta_0 \Delta\Omega_0 L_-}. \quad (16)$$

同样,

$$u = \frac{\langle P' \rangle n_l \bar{A}}{\cos\theta_0 \Delta\Omega_0 L_+}. \quad (17)$$

$\langle P' \rangle$  为  $L_+$  产生的平均辐射功率.

## 1.2 双向散射系数 $\omega$ 的确定

对于沿  $\vec{K}_s$  方向入射的直射辐亮度  $L_s$ , 经反射和透射到达  $\vec{K}_0$  方向、 $\Delta\Omega_0$  立体角内的辐射功率为

$$P_{ri} = \frac{1}{\pi} L_s \Delta\Omega_s \rho_i (\vec{K}_s \cdot \vec{n}) (\vec{K}_0 \cdot \vec{n}) \Delta\Omega_0, \quad (18)$$

$$P_{\tau i} = \frac{1}{\pi} L_s \Delta\Omega_s \tau_i (\vec{K}_s \cdot \vec{n}) (\vec{K}_0 \cdot \vec{n}) \Delta\Omega_0, \quad (19)$$

其中  $i = u, l$ ;  $\vec{K}_s \cdot \vec{n} = \cos \gamma'_0 = \sin \theta_s \sin \theta_l \cos(\varphi_s - \varphi_l) + \cos \theta_s \cos \theta_l$ , 其中  $\theta_s$  和  $\varphi_s$  分别为入射线的入射角和方位角. 并有

$$(\vec{K}_s \cdot \vec{n})(\vec{K}_0 \cdot \vec{n}) = \alpha_4 \cos(\varphi_l - \varphi_s) \cos(\varphi_l - \varphi_0) + \alpha_3 \cos(\varphi_l - \varphi_s) + \alpha_2 \cos(\varphi_l - \varphi_0) + \alpha_1.$$

其中,  $\alpha_1 = \cos \theta_s \cos \theta_0 \cos^2 \theta_l$ ,  $\alpha_2 = \cos \theta_s \cos \theta_l \sin \theta_0 \sin \theta_l$ ,  $\alpha_3 = \sin \theta_s \sin \theta_l \cos \theta_0 \cos \theta_l$ ,  $\alpha_4 = \sin \theta_s \sin \theta_0 \sin^2 \theta_l$ . 当  $\theta_s \geq \theta_0$  时, 平均功率为

$$\begin{aligned} \langle P \rangle = & \frac{1}{2\pi} \left\{ \int_0^{\pi/2 - \theta_s} \int_0^{2\pi} P_{ru} f(\theta_l) d\varphi_l d\theta_l + \int_{\pi/2 - \theta_s}^{\pi/2 - \theta_0} \left[ \int_0^{\delta' + 2\pi + \varphi_s} P_{ru} d\varphi_l \right. \right. \\ & + \left. \int_{\varphi_s - \delta_0}^{\pi/2} P_{ru} d\varphi_l + \int_{\delta_0 - 2\pi + \varphi_s}^{\varphi_s - \delta_0} P_{\tau l} d\varphi_l \right] f(\theta_l) d\theta_l \\ & + \int_{\pi/2 - \theta_0}^{\pi/2} \left[ \int_0^{\delta_0 - 2\pi + \varphi_s} P_{ru} d\varphi_l + \int_{\delta_0 + \varphi_0}^{\varphi_s - \delta_0} P_{\tau l} d\varphi_l + \int_{2\pi - \delta_0 + \varphi_0}^{\pi/2} P_{ru} d\varphi_l \right. \\ & \left. + \int_{\delta_0 - 2\pi + \varphi_s}^{\delta_0 + \varphi_0} P_{\tau l} d\varphi_l + \int_{\varphi_s - \delta_0}^{2\pi - \delta_0 + \varphi_0} P_{\tau u} d\varphi_l \right] f(\theta_l) d\theta_l \left. \right\}. \end{aligned} \quad (20)$$

当  $\theta_s < \theta_0$  时, 平均功率为

$$\begin{aligned} \langle P \rangle = & \frac{1}{2\pi} \left\{ \int_0^{\pi/2 - \theta_0} \int_0^{2\pi} P_{ru} f(\theta_l) d\varphi_l d\theta_l + \int_{\pi/2 - \theta_0}^{\pi/2 - \theta_s} \left[ \int_0^{\delta_0 + \varphi_0} P_{ru} d\varphi_l \right. \right. \\ & + \left. \int_{2\pi - \delta_0 + \varphi_0}^{\pi/2} P_{ru} d\varphi_l + \int_{\delta_0 + \varphi_0}^{2\pi - \delta_0 + \varphi_0} P_{\tau u} d\varphi_l \right] f(\theta_l) d\theta_l \\ & + \int_{\pi/2 - \theta_s}^{\pi/2} \left[ \int_0^{\delta_0 - 2\pi + \varphi_s} P_{ru} d\varphi_l + \int_{\delta_0 + \varphi_0}^{\varphi_s - \delta_0} P_{\tau l} d\varphi_l + \int_{2\pi - \delta_0 + \varphi_0}^{2\pi} P_{ru} d\varphi_l \right. \\ & \left. + \int_{\delta_0 - 2\pi + \varphi_s}^{\delta_0 + \varphi_0} P_{\tau l} d\varphi_l + \int_{\varphi_s - \delta_0}^{2\pi - \delta_0 + \varphi_0} P_{\tau u} d\varphi_l \right] f(\theta_l) d\theta_l \left. \right\}, \end{aligned} \quad (21)$$

其中  $\delta'_0 = \cos^{-1}(-\cot \theta_s \cot \theta_l)$ . 由此可得

$$dL_{cs} = \frac{\langle P \rangle n_l \bar{A}}{\cos \theta_0 \Delta \Omega_0} dx. \quad (22)$$

由  $E_s = L_s \cos \theta_s \Delta \Omega_s$ , 则根据式 (3), 有

$$\omega = \frac{\pi \langle P \rangle n_l \bar{A}}{\cos \theta_0 \cos \theta_s \Delta \Omega_0 \Delta \Omega_s L_s}. \quad (23)$$

## 2 讨论

从我们导出的方向散射系数  $u$ 、 $v$  和双向散射系数  $\omega$ , 可知: 尽管植被组分为均匀漫射体, 但由于叶面有一定的倾角分布, 植被的散射为非漫散射, 不同的植被形态结构, 其散射作用不一样. 若植被是由垂直叶面和水平叶面组成, 此时  $\theta_l = 0$ ,  $f(0) = 1$ ; 或  $\theta_l = \pi/2$ ,  $f(\pi/2) = 1$ . 根据式 (13)、(20) 及 (21) 的计算, 可得

$$u = n_{IH} \bar{A} \tau + \frac{2}{\pi} n_{IV} \bar{A} \frac{\rho + \tau}{2} \operatorname{tg} \theta_0, \quad (24)$$

$$v = n_{IH} \bar{A} \rho + \frac{2}{\pi} n_{IV} \bar{A} \frac{\rho + \tau}{2} \operatorname{tg} \theta_0, \quad (25)$$

$$\omega = n_{IH} \bar{A} \rho + \frac{2}{\pi} n_{EV} \bar{A} F \operatorname{tg} \theta_0, \quad (26)$$

其中,  $F = \{\rho[\sin \Delta \varphi + (\pi - \Delta \varphi) \cos \Delta \varphi] + \tau[\sin \Delta \varphi - \Delta \varphi \cos \Delta \varphi]\} / 2\pi \operatorname{tg} \theta_s$ ,  $\Delta \varphi = \varphi_s - \varphi_0$ , 取  $|\Delta \varphi| \leq \pi$ .  $n_{IH}$ 、 $n_{IV}$  分别为单位体积水平叶面数和垂直叶面数. 结果与文献[2]完全一致.

### 参考文献

- 1 Suits G H. *Remote Sens. Environ.*, 1972, 2: 117
- 2 Goudriaan J. *A calculation model and descriptive formulas for the extinction and reflection of radiation in leaf canopies*, In: *Proc. The Sun in Service of Mankind*, Paris, 1973
- 3 Verhoef W. *Remote Sens. Environ.*, 1984, 16: 125
- 4 Idso S B, de Wit C T. *Applied Optics*, 1970, 3: 117

## THEORETICAL CALCULATION OF DIRECTIONAL AND BIDIRECTIONAL SCATTERING COEFFICIENTS OF A VEGETATIVE CANOPY

Zhang Jianqi, Fang Xiaoping

(Technical Physics Department, Xi'an University of Electronic Science and Technology,  
Xi'an, Shaanxi 710071, China)

**Abstract:** According to the optical and structural characteristics of the components of a vegetative canopy, the directional and bidirectional scattering coefficients of the canopy are derived and discussed theoretically, with the azimuth angles of incoming light vector and exiting light vector being considered. The results extend Coudriaan's calculations and include Suit's conclusions as a special case.

**Key words:** vegetative canopy, scattering coefficients.