

# 高 $T_c$ 超导体表面阻抗的理论计算

A. Jabbar\* 周世平 鲍家善

(上海科技大学物理系, 上海, 201800)

**摘要:** 提出了一个理论模型并用它圆满地解释了具有准二维层状结构高 $T_c$  氧化物超导体的表面阻抗 $Z_s(T, \omega)$ 对频率和温度的依赖性. 运用Allender模型考虑了Cu—O链的作用, 得到了 $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_{7-\delta}$  (YBCO)的电导率的修正公式为 $\tilde{\sigma} = \ln(\Delta / \hbar\omega)[C_1 \exp(-\Delta / K_B T) + (1 - C_1) K_B T / \Delta]$ , 根据该模型和YBCO不同频率下表面电阻 $R_s(T)$ 的实验数据计算了材料的磁穿透深度 $\lambda(T)$ , 理论计算结果和普通超导体的结果符合很好.

**关键词:** 高 $T_c$  超导体, 表面阻抗, 电导率.

## 引言

自从发现高 $T_c$  氧化物超导体以来, 科学家在理论和实验两方面作了大量研究, 其中解释配对机理的共振价带 (RVB) 模型<sup>[2]</sup>是重要的理论模型之一, 人们还以多种形式对此模型加以修正和引伸<sup>[3~5]</sup>. Rice和Wang<sup>[6]</sup>认为引起准粒子激发的玻色子的凝聚是引起超导的原因, 他们的模型类似于RVB理论, 但不同于BCS理论. Schriffer研究组提出了自旋-包的机制<sup>[7]</sup>, 在Emery<sup>[8]</sup>所提出的模型里也强调了关于自旋在超导态的形成中所起的重要作用. 我们附带地提到等离子激元<sup>[9]</sup>和激子<sup>[10]</sup>也可能是导致超导态凝聚的机制. 总的说来, 这些概念是基于深奥的物理学直觉知识, 虽然不能认为是错的, 但都不像BCS理论解释普通超导那样成功.

在实验方面已有许多研究组对块状、多晶、单晶和高质量薄膜YBCO材料进行了在不同频率和温度条件下的微波表面阻抗的测量, 遗憾的是这些 $R_s$ 的实验值在低约化温区比BCS类超导体的值大得多, 这是由于三方面原因: 首先是这些氧化物超导体的穿透深度比平均自由程大得多, 所以样品中的任何缺陷都可以引起 $R_s$ 值的增大; 其次是晶格的不完整性引起了准粒子的非弹性散射, 也就是Cu—O链上的氧空位和李晶晶界附近的局域化扰动都能引起微波吸收和表面电阻的增加; 第三是某些初步的实验结果<sup>[11,12]</sup>表明能隙内可能存在能态和能态分布, 这也可能是YBCO的 $R_s(T)$ 值比普通超导体大得多的原因.

本文1991年10月18日收到, 修改稿1992年1月31日收到. 来稿为英文稿, 由叶红娟译成中文.

\*上海科学技术大学博士生.

在本文中, 我们根据氧化物超导体的层状结构并借鉴“金属-半导体-金属”模型<sup>[1]</sup>推导出 YBCO 的表面阻抗的公式, 该公式与以往的公式相比有较大的改进并能更好地描述表面阻抗与频率和温度的依赖性. 波和氧化物超导体之间存在着非线性相互作用, 这种非线性效应是引起表面阻抗  $Z_s(T, \omega)$  反常的原因之一, 在本文中我们尝试对这一效应作解释.

## 1 表面阻抗的理论模型

对任何材料只要电磁场和电流密度  $J$  之间存在着定域关系, 则其表面阻抗都能用电导率的复数形式  $\sigma = \sigma_1 - i\sigma_2$  来表示, 即

$$Z_s = R_s + ix = (i\omega\mu_0 / \sigma)^{1/2}. \quad (1)$$

对于具有配对和不配对两种载流子的超导体, 假如相干长度  $\xi$  和平均自由程  $l$  比穿透深度小, 则方程 (1) 是正确的, 按照 Mattis 和 Bardeen<sup>[13]</sup>及 Turneure<sup>[14]</sup>和 J. Halbritter<sup>[15]</sup>等人的工作, 可以用 BCS 理论的框架计算  $Z_s$ , 但对氧化物超导体而言, 计算结果不像金属超导体那样令人满意.

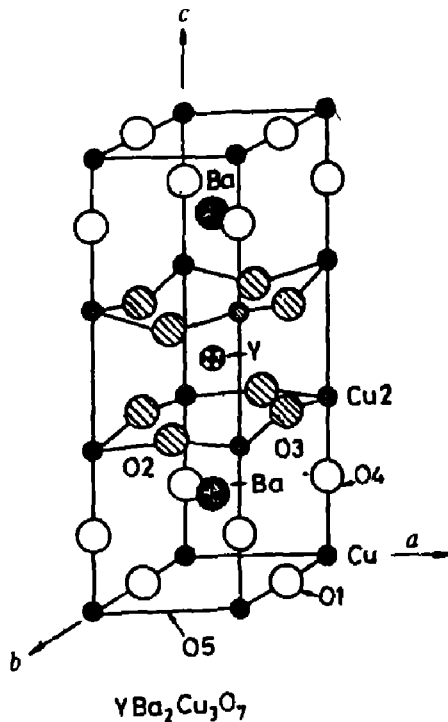


图1 正交相  $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_{7-\delta}$  的晶体结构  
Fig. 1 Crystalline structure of  $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_7$  superconductors

高  $T_c$  氧化物超导体 ( $\text{HT}_c\text{S}$ ) 有非常短的相干长度和准二维的超导特性, 所以选用 Mattis 和 Bardeen 理论来描述  $\text{HT}_c\text{S}$  的  $Z_s(T, \omega)$  可能不适宜, 需要根据 YBCO 的电子结构对公式进行修正. 图 1 中 YBCO 有二维  $\text{Cu}(2)\text{—O}(2, 3)$  平面、一维  $\text{Cu}(1)\text{—O}(1)$  链和连接  $\text{Cu}(1)$  和  $\text{Cu}(2)$  的桥键氧  $\text{O}_4$  等重要的结构特征, 这些特征是由于  $\text{Y—O}$  平面中缺少所有的氧原子而引起的. 大家都知道少量氧含量的改变足以引起 YBCO 从超导体到非超导体的转变, 例如,  $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_{0.9}$  是超导体, 而  $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_{6.4}$  不是超导体. 氧空位是随机分布的, 这种无序效应似乎在缺氧样品的输运性质中扮演了重要角色.

在 YBCO 晶体原胞中沿着  $c$  轴的各层的次序是  $\dots \text{Y}_2[\ ]_2\text{—Cu}_2\text{O}_4\text{—Ba}_2\text{O}_2\text{—Cu}_2\text{O}_2[\ ]_2\text{—Ba}_2\text{O}_2\text{—Cu}_2\text{O}_4\text{—}\dots$ , 其中  $[ ]$  表示氧空位的标记,  $\text{Cu}_2\text{O}_4(\text{Cu}(2)\text{—O}(2, 3))$  是主要的导电面.

在  $\text{CuO}[\ ]$  层中的  $\text{Cu—O}$  一维链的能带是半满的, 所以不论是从不稳定性的观点还是从 Mott—Hubbard 模型都可以认为  $\text{Cu—O}$  链扮演了一个半导体的角色,  $\text{CuO—CuO}[\ ]\text{—CuO}$  像是“金属-半导体-金属”. 由于 YBCO 的平均载流子密度是  $10^{21}$ ,  $\text{CuO}[\ ]$  中的半导体是简并的, 这使得在电磁波作用下在  $\text{CuO}[\ ]$  和  $\text{CuO}$  之间非常容易发生“隧道”现象, 更重要的是在  $\text{CuO}[\ ]\text{—CuO}$  之间的准粒子流可能引起辐射场的非线性响应, 所以在文献[16]公式 (1) 中的 Kernel 函数不仅是  $q$  的函数而且还要受到辐射场  $A$  的控制. 这种非线性响应

引起微波光子(具有量子化能量  $2\hbar\omega, 3\hbar\omega, \dots$ ) 的“量子升级效应”, 由此而增加了准粒子激发的可能性.

我们考虑了氧化物超导体的这些非线性响应, 并解下述的麦克斯韦方程, 推导出表面阻抗  $Z_s(T, \omega)$  的普遍公式.

图 2 中所示的辐射场能用下面的两个公式表示:

$$\vec{E}_i = \vec{E}_{i0}(x, q_x, q_y, \omega) \exp[i(\vec{q} \cdot \vec{r} - \omega t)], \quad (2)$$

$$\nabla \times \nabla \times \vec{E} = i\omega\mu_0 \left( \vec{j} + \frac{\partial D}{\partial t} \right). \quad (3)$$

对麦克斯韦方程 (3) 作  $x$  座标的傅里叶变换, 并用  $\nabla \times \vec{E} = i\omega\mu_0 \vec{H}$  代入, 我们得到

$$i\omega\mu_0 \vec{j}(\omega, \vec{q}) = (q^2 - \vec{q} \cdot \vec{q}^T - \omega^2 \mu_0 \vec{\epsilon}) \vec{E}(\omega, \vec{q}) - i\omega\mu_0 \vec{a}_x \vec{H}(0^+). \quad (4)$$

式 (4) 中  $\vec{\epsilon}$  是张量介电常数,  $\vec{a}_x$  是沿着  $x$  轴的单位矢量,  $\vec{q}^T$  是  $\vec{q}$  的传输,  $\vec{H}(0^+)$  是  $\vec{H}(0^+, q_x, q_y, \omega)$  的简写形式.

引入广义的张量电导率  $\vec{\sigma}$

$$\vec{j}(\omega, \vec{q}) = \vec{\sigma} \vec{E}(\omega, \vec{q}), \quad (5)$$

并对方程 (4) 作  $q_x$  的傅里叶变换, 得到电场  $E(0^+)$  的表示式, 并由此推得张量表面阻抗  $\vec{Z} = E(0^+) / H(0^+)$  的公式为

$$\vec{Z} = i\omega\mu_0 \pi \left[ \int_0^\infty (q^2 - \vec{q} \cdot \vec{q}^T - \omega^2 \mu_0 \vec{\epsilon} - \vec{\sigma}) dq_x \right]^{-1} \quad (6)$$

为了简化方程 (6), 我们定义有效介电张量  $\vec{\epsilon}_0$  为

$$\vec{\epsilon}_0 = \vec{\epsilon} + \vec{\sigma} / \omega^2 \mu_0. \quad (7)$$

这样张量表面阻抗  $\vec{Z}$  被简写成

$$\vec{Z} = i\omega\mu_0 \pi \left[ \int_0^\infty (q^2 - \vec{q} \cdot \vec{q}^T - \omega^2 \mu_0 \vec{\epsilon}_0) dq_x \right]^{-1} \quad (8)$$

为了显示我们方法的正确性, 下面我们由方程 (8) 推导出普通超导体的表面阻抗公式. 在金属超导体 (MS) 中也发现有非线性和各向异性效应, 但这对 MS 的电磁行为没有什么影响, 仍有  $\vec{q} \cdot \vec{q}^T = 0$ ,  $\vec{\epsilon}_0 = \epsilon_c$  和  $K^2 = \omega^2 \mu_0 \epsilon_c$ .

从 Ginzburg-Landau 方程得到波数  $K$  的表达式为

$$K^2 = -(1 + i\lambda_L^2 / \delta_n^2) / \lambda_L^2, \quad (9)$$

式 (9) 中  $\delta_n = 1 / (\omega\mu_0\sigma_n)^{1/2}$ . 将方程 (9) 代入方程 (8), 然后积分并考虑  $\lambda_L \ll \delta_x$ , 即可得到

$$Z_s = \frac{1}{2} \omega^2 \mu_0^2 \sigma_n \lambda_L^2 + i\omega\mu_0 \lambda_L. \quad (10)$$

式 (10) 和用 London 的双流模型的结果相同, 与 MB 理论非常接近, 许多实验结果都证实方程 (10) 中  $\sigma_n \propto \ln(-\Delta / \hbar\omega) \exp(\Delta / K_B T)$  对普通超导体是正确的, 但对氧化物超导

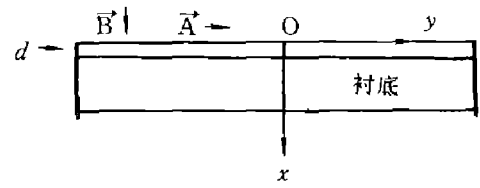


图 2 表示辐射场  $A$  平行于  $c$  轴趋向 YBCO 材料的  $a-b$  平面

Fig. 2 Diagram showing the radiation field  $A$  is parallel to the  $a-b$  plane of  $c$ -axis highly oriented YBCO materials

体就不一定。

鉴于上面所提到的非线性效应，我们建议在推导氧化物超导体的电导率修正公式时应该考虑 Cu—O 链的作用，关于普通情况的描述已超出本文范围，所以，我们只考虑  $c$  轴趋向材料的简化情况。详细的物理分析指出，只要选择外场的传播方向和材料的趋向轴一致，则  $\vec{q} \cdot \vec{q}^T = 0$  仍旧成立，因此只要将电导率修改成

$$\tilde{\sigma}_n = \ln(\Delta / \hbar\omega) [C_1 \exp(-\Delta / K_B T) + (1 + C_1) K_B T / \Delta], \quad (11)$$

并代入方程 (10)，则非线性效应的物理内容就被包括进去了。其中  $C_0$  是拟合而得的常数， $\Delta(T) = \Delta_0 \cos(\pi t^2 / 2)$ ， $2\Delta(0) = 4.5 K_B T_c$ 。公式 (1) 中的第二部分是在“金属—半导体—金属”模型的基础上为解释  $YBa_2Cu_3O_{7-\delta}$  的电导行为而引入的，在 YBCO 结构中的 Cu—O 在导电行为中似乎是个半导体角色，另外，对于 Cu—O 平面中的电子对，赋予上面提到的角色以“激子”这个称呼是否妥当尚应讨论。

运用方程 (10) 和 (11)，对与温度成函数关系的表面阻抗进行拟合，估算得到与温度相关的穿透深度为

$$\min \left( \sum_{i=1}^N W_i (R_s^{\text{Cal.}}(T_i, \lambda_i) - R_s^{\text{Mea.}})^2 \right). \quad (12)$$

式 (12) 中以  $\lambda_L(T) = \lambda_L(0) / (1 - t^\alpha)^{1/2}$  为条件， $t = T / T_c$ ， $W_i$  是权重函数，为了避免  $R_s$  的幅度影响变化值，引入  $W_i = (0.1 R_{si})^{-1}$ ， $R_s(T)$  的数据是取自参考文献[17~22]。

## 2 结果和讨论

我们根据表面电阻  $R_s(T)$  的测量值，应用理论公式 (10)、(11) 和 (12) 计算了块状和薄膜 YBCO 的穿透深度  $\lambda_L(T)$ ，计算结果表明转变宽度窄的样品有较小的  $\lambda_{L0}$  值和较大的  $\alpha$  值，这与双流模型的经验公式  $\lambda_L(T) = \lambda_L(0) [1 - (T / T_c)^\alpha]^{-1/2}$  ( $\alpha = 4$ ) 符合得很好，而对于转变宽度阔的块状样品，其  $\alpha$  值近似为 2，与双流模型的值相差甚远。

表 1 根据  $R_s(T)$  的实验测量值拟合而得的  $\lambda(T) / \lambda(0)$  值 ( $\lambda(T) / \lambda(0) = [1 - (T / T_c)^\alpha]^{-1/2}$ )

Table 1 The fitted value of  $\lambda(T) / \lambda(0)$  for YBCO from the measured  $R_s(T)$  with

$$\lambda(T) / \lambda(0) = [1 - (T / T_c)^\alpha]^{-1/2}$$

材 料	$R_s (\Omega)$		$F$ (GHz)	$\Delta T_c$ (K)	$\alpha$	$C_1$	VAR
	77K	100K					
薄 片	0.012	0.421	100	2.23	3.917	0.87216	0.0125
薄 片	0.00147	0.607	10	1.45	3.989	0.96441	0.0090
薄 片	0.122	0.310	58.6	6.37	3.404	0.62086	0.0195
溅射薄片	0.0004	—	0.4	3.881	3.661	0.82007	0.0300
外延生长	0.010	0.501	87	2.044	3.999	0.97163	0.0105
溅 射	0.035	0.862	94	3.740	3.861	0.86118	0.0085
体 材 料	0.124	0.402	1.041	6.180	2.452	0.50449	0.0090
体 材 料	0.206	0.492	100	18.67	2.005	0.41317	0.0100

上面的结果表明，转变宽度窄的样品具有高纯相和较好的微观结构，而块状样品的问题在于超导相颗粒被非超导相和杂质所包围，这些非超导相和杂质引起了大的转变宽度和

主要的剩余损耗.

### 3 结论

本文提出了一种理论模型, 我们利用该模型根据 YBCO 的电子结构并考虑 Cu—O 链的作用, 导出了表面阻抗的公式, 该公式恰当地描述了表面阻抗与温度和频率的依赖关系. 借鉴“金属—半导体—金属”, 对由准二维超导性所引起的非线性效应作了讨论, 这种非线性效应是引起氧化物超导体电磁行为特殊性的因素之一, 为了使理论和实验相符合, 我们对电导的表达式作了修正.

我们也检验了电导率修正引起的对高  $T_c$  超导体的穿透深度  $\lambda_L(T)$  的影响, 检验表明, 对于高质量的 YBCO 薄膜, 我们的计算结果  $\lambda_L(T)$  与普通的超导体的结果符合得很好. 我们认为任何缺陷都会引起  $\lambda_L(T)$  的变化, 甚至在双流模型的范围内也是如此, 这是由于它的电子平均程比穿透深度小得多的缘故.

### 参 考 文 献

- 1 Allender D. *Phys. Rev.*, 1982, **B7**: 1020
- 2 Anderson P W. *Mater. Res. Bull.*, 1973, **8**: 153
- 3 Kivelson et al. *Phys. Rev.*, 1987, **B35**: 857
- 4 Ruckenstein A E et al. *Phys. Rev.*, 1987, **B36**: 857
- 5 Kotliar G. *Phys. Rev.*, 1988, **B37**: 3664
- 6 Rice M J, Wang Y R. *Phys. Rev.*, 1988, **B37**: 5892
- 7 Schrieffer J R et al. *Phys. Rev. Lett.*, 1988, **60**: 940
- 8 Emery V. *Phys. Rev. Lett.*, 1987, **58**: 2794
- 9 Varma C M et al. *Solid State Communication*, 1987, **62**: 681
- 10 Ruvalds J. *Phys. Rev.*, 1987, **B36**: 8869
- 11 Cooper S L, Klein M V, Pazol B G et al. *Phys. Rev.*, 1988, **B37**: 5930
- 12 Hackl R, Glaser W, Muller P et al. *Phys. Rev.*, 1988, **B38**: 7133
- 13 Matis D C, Bardeen J. *Phys. Rev.*, 1958, **111**: 412
- 14 Turneaure J P. *Ph. D thesis*, Stanford University, 1967
- 15 Halbritter J. *FORTRON—Program for computation the surface impedance of superconductors*, Kernforschungsanz. Karlsruhe. KfK 3 / 70—6, 1970
- 16 Miller P B. *Phys. Rev.*, 1960, **118**(4): 928
- 17 Anlage S M et al. *J. Superconductivity*, 1990, **3**(3): 311
- 18 Drabeck L et al. *J. Superconductivity*, 1990, **3**(3): 317
- 19 Muller G et al. *J. Superconductivity*, 1990, **3**(3): 235
- 20 Miranda F A et al. *Appl. Phys. Lett.*, 1990, **57**(10): 1058
- 21 Anlage S M et al. *Appl. Phys. Lett.*, 1990, **54**(26): 2710
- 22 Char K, Newman N et al. *Appl. Phys. Lett.*, 1990, **54**(26): 2710

## THEORETICAL CALCULATIONS ON SURFACE IMPEDANCE OF HIGH $T_c$ SUPERCONDUCTORS

A. Jabbar\*, Zhou Shiping, Bao Jiashan

(Department of Physics, Shanghai University of Science and Technology, Shanghai 201800, China)

**Abstract:** A theoretical model which gives a full physical understanding of the frequency and temperature dependent surface impedance  $Z_s(T, \omega)$  of high  $T_c$  oxide superconductors possessing quasi-two-dimensional (layered) structure is presented here. By taking advantage of Allender's model, the role of Cu—O chain has been taken into account and a modified conductivity in the form of  $\ln(\Delta / \hbar\omega)[C_1 \exp(-\Delta / K_B T) + (1 - C_1) K_B T / \Delta]$  has been suggested for  $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_{7-\delta}$  (YBCO). Using this model the calculated results for temperature dependent magnetic penetration depth  $\lambda_L(T)$  from measured temperature dependent surface resistance  $R_s(T)$  of YBCO materials at different frequencies are very well agreed with conventional superconductors.

**Key words:** high  $T_c$  superconductors, surface impedance, conductivity.

---

\* Ph. D student of Shanghai University of Science and Technology.