第9卷第3期(1990), 3:215~220

红外研究
Chin. J. Infrared Res.

多层样品的PTR理论及其埋层厚度的非接触测量

李佩赞　吴志明　郑小明　管国兴

(苏州大学物理系，江苏，苏州，215006)

摘要——从理论上推导了一般情况下多层样品PTR信号的解析式，分析了光学不透明三层样品．用推导的振幅和位相表达式拟合三层样品的实验数据，并计算出中间层的厚度．

关键词——光热辐射测量，多层样品，振幅，位相．

1. 引　　言

自1979年Nordal和Kanstad[1]报道以来，光热辐射测量(PTR)技术在理论上和应用上得到迅速发展[2~5]．随着各种激光光源和致冷红外探测器的应用，PTR在表面科学，层状复合材料检测和光热光谱等方面日益受到重视．以前的报道大多限于单层样品，本文阐述一般情况下多层样品的PTR信号理论，并将其结果与三层样品的光热辐射信号结果比较，确定了埋层厚度，对PTR技术用于多层样品定量分析作了新的尝试．

2. 理论分析

PTR理论起初沿用Rosencwaig[6]的光声理论，后来，R. Santos[7]、Roderick, D. Tom[8]、管国兴[9]等对单层样品PTR信号作了较为全面的分析和讨论．

设有一束调制光 $I=\frac{1}{2}I_0(1+e^{j\omega t})$ 垂直照射到 n 层样品上(如图1)，I_0 为光强(W/cm²)，ω 为调制角频率(rad/s)．样品中第 i 层媒质的一维热传导方程为

$$\frac{\partial^2\phi_{s_i}(x,t)}{\partial x^2}=\frac{1}{\alpha_i}\frac{\partial\phi_{s_i}(x,t)}{\partial t}-\frac{Q_i(x,t)}{k_i},\quad x_{i-1}\leqslant x\leqslant x_i \tag{1}$$

其中 $Q_i(x,t)$ 为第 i 层媒质由于吸收调制光而产生的热源，有 $Q_i(x,t)=\beta_i I_0\exp\left[-\sum_{l=1}^{i-1}\beta_l d_l-\beta_i(x-x_{i-1})\right]\frac{1}{2}(1+e^{j\omega t})$，这里 $d_l=x_l-x_{l-1}$ 为 l 层的厚度．将 $Q_i(x,t)$ 代入式(1)得

本文1988年2月2日收到，修改稿1989年6月12日收到．

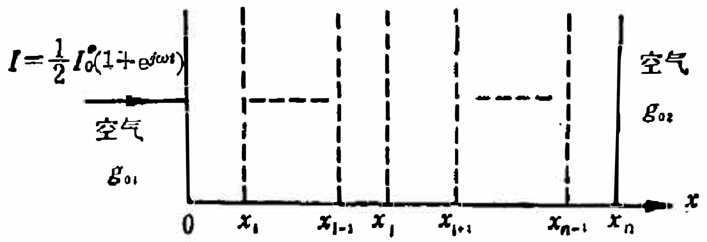

图1　热学性质不同的 n 层样品示意图

Fig. 1　Schematic diagram of a n-layer sample with thermal properties different from each other.

$$\frac{\partial^2\phi_{s_i}(x,t)}{\partial x^2}=\frac{1}{\alpha_i}\frac{\partial\phi_{s_i}(x,t)}{\partial t}-\frac{\beta_i I_0}{2k_i}(1+e^{j\omega t})\cdot\exp\left[-\sum_{l=1}^{i-1}\beta_l d_l-\beta_i(x-x_{i-1})\right].\qquad(2)$$

方程(2)的解的实部$\mathrm{Re}[\phi_{s_i}(x,t)]$即为所求的温度．其中 $\phi_{s_i}(x,t)$为样品第 i 层媒质温度，k_i为热导率，$\alpha_i=\frac{k_i}{\rho_i C_i}$ 为热扩散率(即导温系数)，ρ_i 为密度，C_i 为比热，β_i 为光吸收系数．

忽略空气对入射辐射的吸收，对于与样品接触的空气则有

$$\begin{cases}\dfrac{\partial^2\phi_{01}}{\partial x^2}=\dfrac{1}{\alpha_0}\dfrac{\partial\phi_{01}}{\partial t}, & x\leqslant 0\\[2ex] \dfrac{\partial^2\phi_{02}}{\partial x^2}=\dfrac{1}{\alpha_0}\dfrac{\partial\phi_{02}}{\partial t}. & x\geqslant x_n\end{cases}\qquad(3)$$

式(3)中 $\phi_{01}(x,t)$、$\phi_{02}(x,t)$分别为样品前、后空气的温度，$\alpha_0=\frac{k_0}{\rho_0 C_0}$ 为空气的热扩散率，ρ_0、k_0、C_0 分别为空气的密度、热导率和比热．在样品层与层之间接触良好时，需满足边界条件

$$\phi_{s_i}(x,t)\big|_{x=x_i}=\phi_{s_{i+1}}(x,t)\big|_{x=x_i},\qquad(4a)$$

$$k_i\frac{\partial\phi_{s_i}(x,t)}{\partial x}\bigg|_{x=x_i}=\frac{k_{i+1}\partial\phi_{s_{i+1}}(x,t)}{\partial x}\bigg|_{x=x_i}.\qquad(4b)$$

式(4a) 表示温度连续，式(4b)表示热量连续．

对于样品与空气接触的界面上的边界条件，需要考虑辐射、对流和热传导．辐射项为$4\varepsilon\sigma T^3\delta T$，$T=T_0+T_{DC}$，$T_0$ 为环境温度，T_{DC}是温度涨落的直流量，ε 为样品的发射率，σ 为斯忒藩-玻耳兹曼常数，对流项为 $h\delta T$(h 为对流系数)，热传导可忽略．令 $H=h+4\varepsilon\sigma T^3$，可得样品表面边界条件为

$$\phi_{s_1}(x,t)\big|_{x=0}=\phi_{01}(x,t)\big|_{x=0},\qquad(5a)$$

$$\begin{cases}\phi_{s_n}(x,t)\big|_{x=x_n}=\phi_{02}(x,t)\big|_{x=x_n}, & (5b)\\[1ex] k_1\dfrac{\partial\phi_{s1}(x,t)}{\partial x}\bigg|_{x=0}=\dfrac{k_0\partial\phi_{01}(x,t)}{\partial x}\bigg|_{x=0}+H\phi_{s1}(x,t)\big|_{x=0}, & (5c)\\[2ex] k_n\dfrac{\partial\phi_{s_n}(x,t)}{\partial x}\bigg|_{x=x_n}=\dfrac{k_0\partial\phi_{02}(x,t)}{\partial x}\bigg|_{x=x_n}-H\phi_{s_n}(x,t)\big|_{x=x_n}. & (5d)\end{cases}$$

PTR 信号 $S(t)=K4\varepsilon\sigma T^3\delta T$，$K$ 为比例常数．由于 PTR 信号只与周期性变化量 δT 成正比，$\delta T=\mathrm{Re}[\phi_s(x,t)]$，因而只需要知道端面温度 $\phi_{s1}(0,t)$ 和 $\phi_{s_n}(x_n,t)$，就可确定反射 PTR 信号和透射 PTR 信号．

解方程(2)，并结合边界条件式(5)，得到多层样品 PTR 信号的表达式

$$\phi_{s1}(0,\ t)=(A_1+B_1+E_1)e^{j\omega t}, \tag{6a}$$

$$\phi_{s_n}(x_n,t)=(A_n e^{\sigma_n x_n}+B_n e^{-\sigma_n x_n}+E_n e^{-\beta_n x_n})e^{j\omega t}. \tag{6b}$$

式(6)中 $\sigma_i=(1+j)\left(\frac{\omega}{2\alpha_i}\right)^{1/2}$，$A_i$、$B_i$、$E_i$ 为待定系数，可由式(4)和(5)利用递推关系确定.

作为式(6)的应用讨论三层样品的情况．为简化讨论，设三层样品对入射光是不透明的(即 $\beta_i\to\infty$)，入射辐射仅被样品表面吸收．样品内不存在热源，吸收的入射辐射靠热传导传递给另一端面．为便于锁相分析器分析，并且实验中只作透射测量，将式(6b)变换为透射 PTR 信号 $Ae^{-j\varphi}$ 的振幅 A 和位相 φ 的表达式

$$A=W/\sqrt{p^2+q^2}, \tag{7a}$$

$$\varphi=\mathrm{tg}^{-1}(q/p)+\frac{\pi}{4}. \tag{7b}$$

其中
$$W=\frac{\sqrt{2}I_0}{k_1a_1}\left(\frac{1}{4k_2k_3a_2a_3}\right)^2[(g_{21}^+)^2-(g_{21}^-)^2][(g_{32}^+)^2-(g_{32}^-)^2],$$

$$p=\frac{1}{4k_2k_3a_2a_3}\sum_{l=1}^{4}(m_l-n_l)\cos z_l,\quad q=\frac{1}{4k_2k_3a_2a_3}\sum_{l=1}^{4}(m_l+n_l)\sin z_l.$$

$$z_1=a_1d_1+a_2d_2+a_3d_3,\quad m_1=g_{32}^+g_{21}^+e^{z_1},\ n_1=g_{32}^+g_{21}^+e^{-z_1},$$

$$z_2=-a_1d_1+a_2d_2+a_3d_3,\ m_2=g_{32}^+g_{21}^-e^{z_2},\ n_2=g_{32}^+g_{21}^-e^{-z_2},$$

$$z_3=-a_1d_1-a_2d_2+a_3d_3,\ m_3=g_{32}^-g_{21}^+e^{z_3},\ n_3=g_{32}^-g_{21}^+e^{-z_3},$$

$$z_4=a_1d_1-a_2d_2+a_3d_3,\quad m_4=g_{32}^-g_{21}^-e^{z_4},\ n_4=g_{32}^-g_{21}^-e^{-z_4}.$$

这里 W、p、q、m_l、n_l、$z_l(l=1,\ 2,\ 3,\ 4)$均为实数，并且

$$g_{i+1,i}^{\pm}=k_{i+1}a_{i+1}\pm k_ia_i,\ a_i=\sqrt{\frac{\omega}{2\alpha_i}}.$$

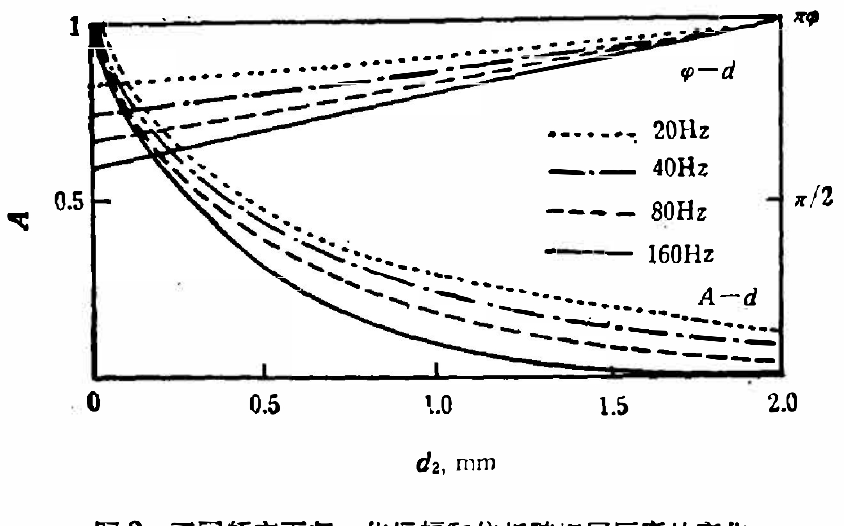

图2　不同频率下归一化振幅和位相随埋层厚度的变化

Fig. 2　Normalized amplitude and phase of PTR signal as a function of the buried layer thickness for different frequencies.

从上面看出，PTR 信号振幅和位相均与 k_i、ρ_i、C_i 及各层厚度 d_i 有关．由于讨论的是光学不透明样品，所以光学吸收系数的影响可忽略．对于第一层的面吸收可归入比例常数 K，仅对信号振幅产生影响，这与我们的实验一致．图2表示不同频率下 PTR 振幅式(7a)

和位相式(7b)随中间埋层厚度的变化曲线. 理论表明: 对于一定调制频率,埋层厚度增加,振幅减小,位相增大(延迟); 对于一定厚度, 振幅和位相都随调制频率增加而减小. 对埋层厚度未知的三层样品, 通过测量不同频率下PTR信号的振幅或位相, 与理论曲线比较拟合,就能确定埋层厚度和其它热物理量. 这种方法不会对样品造成损坏,这是常规方法无法实现的.

3. 实验及结果

测量装置如图3所示,波长为10.6 μm 的 CO_2 激光经ZnS衰减后,通过调制器C照射到样品S上, 引起样品内部周期性热效应, 并由此引起热辐射变化, 在另一面用致冷HgCdTe红外探测器D探测变化的辐射信号,再经低噪声前置放大器P输入锁相分析器以检测PTR信号的振幅和位相.

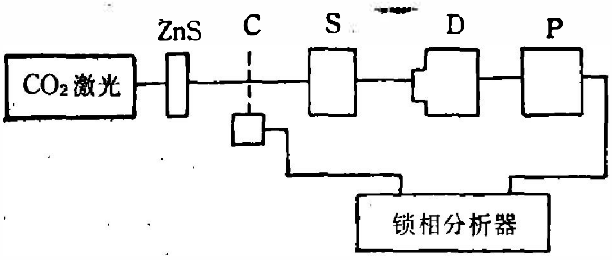

图3 测量装置方框图

Fig. 3 Block diagram of the measurement set-up.

我们在铝合金片上镀铜(CuAlCu)和在铜片上镀镍(NiCuNi), 以此作为样品, 进行了埋层厚度的测量. 图4和图5分别表示两种样品的振幅随频率变化的实验值. 利用理论公式(7a)对CuAlCu样品用曲线拟合法, 求得方差最小时振幅随频率的变化曲线, 如图中曲线所示, 对应的中间层厚度 $d_2=0.42$ mm, 与实际值0.4 mm相近. 用同样方法求得

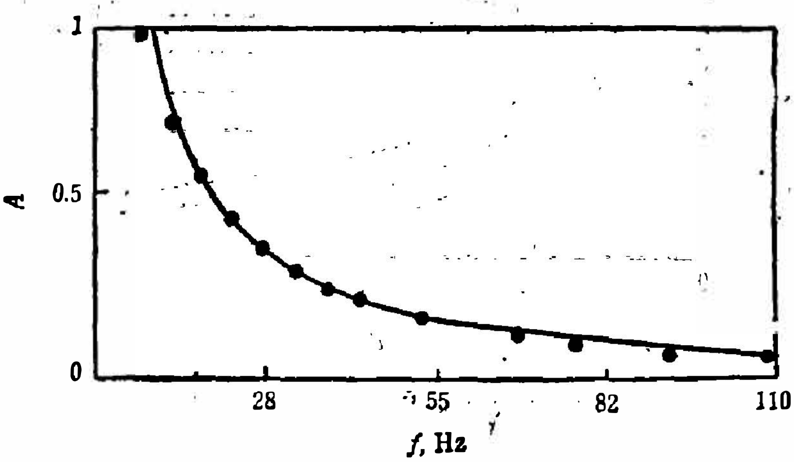

图4 三层样品(CuAlCu)振幅随频率变化的实验值和计算机拟合值

($d_1=0.2$ mm, $d_2=0.4$ mm, $d_3=0.2$ mm, $k_1=386$ W/m°C, $k_2=137$ W/m°C, $k_3=386$ W/m°C, $\alpha_1=\alpha_3=11.234\times10^{-5}$ m²/s, $\alpha_2=5.933\times10^{-5}$ m²/s.)

Fig. 4 Experimental and computer fitted values of amplitude as a function of frequency for a three-layer (CuAlCu) sample.

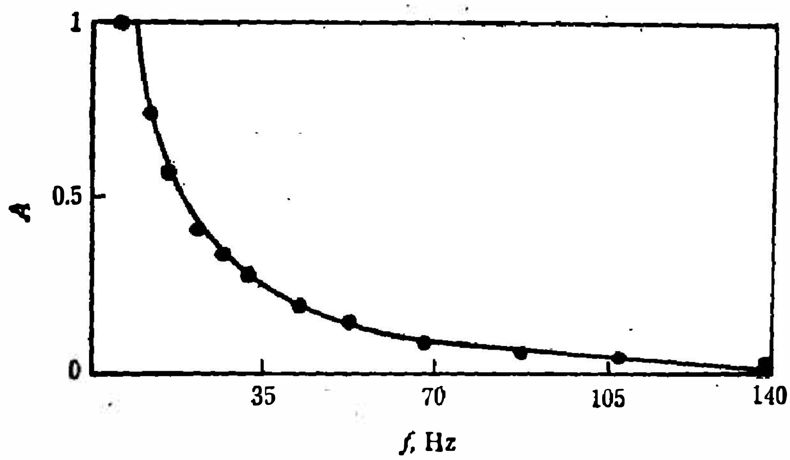

图5　三层样品(NiCuNi)的振幅随频率变化的实验值和计算机拟合值
($d_1=0.12$ mm, $d_2=0.096$ mm, $d_3=0.12$ mm, $k_1=k_3=17$ W/m°C, $k_2=24.9$ W/m°C, $\alpha_1=\alpha_3=0.444\times10^{-5}$ m²/s, $\alpha_2=0.733\times10^{-5}$ m²/s.)

Fig. 5　Experimental and computer fitted values of amplitude as a function of frequency for a three-layer (NiCuNi) sample.

NiCuNi 样品埋层厚度为 0.098 mm，与实际值 0.096 mm 相近. 经分析，认为测量值的偏差和层与层之间的接触是否良好关系甚大，在理论推导中均假定各层之间接触良好，各层内热学性质完全相同.

此外，在样品与探测器之间存在空气层，空气的吸收对振幅的影响可以忽略，但空气导热性差，它对信号位相的延迟比起样品对信号位相的延迟不能忽略，而且这种延迟是随着频率和样品厚度的变化而变化的，因此我们没有采用位相来确定埋层厚度.

4. 结　　论

我们从导出的多层样品的 PTR 信号公式得到光学不透明三层样品 PTR 信号的振幅和位相表达式，并应用于样品埋层厚度的非接触测量. 理论和测量结果符合良好，说明式(6)和式(7)是正确的. 此外，若埋层厚度已知，可用于埋层热物理参数的无损检测. 但 PTR 技术用于定量分析尚有许多问题等待解决，如测量信噪比的提高和多维多层模型的发展等.

参　考　文　献

[1] Nordal P. E. and Kanstad S. O., *Physica Scripta*, **20** (1979), 659.
[2] 李佩赞，红外技术，(1989), 3:1.
[3] 钱霖、李佩赞，苏州大学学报(自然科学版)，(1989), 1: 108.
[4] Kanstad S. O. and Nordal P. E., *Power Technol.*, **22** (1978), 133.
[5] Nordal P. E. and Kanstad S. O., *Infrared Phys.*, **25** (1985), 295.
[6] Rosencwaig A. and Gersho A., *J. Appl. Phys.*, **47** (1976), 64.
[7] Santos R. and Miranda L. C. M., *J. Appl. Phys.*, **52** (1981), 4194.
[8] Tom R. D., O'Hara E. P., and Benin D., *J. Appl. Phys.*, **53** (1982), 5392.
[9] 管国兴、郑小明、李佩赞，红外研究，**7**(1988), 3:201.

THEORY OF PHOTOTHERMAL RADIOMETRY FOR MULTILAYER SAMPLES AND NONCONTACT MEASUREMENT OF BURIED LAYER THICKNESS

LI PEIZAN, WU ZHIMING, ZHENG XIAOMING, GUAN GUOXING
(Department of Physics, Suzhou University, 215006, Suzhou, Jiangsu, China)

ABSTRACT

The general analytical expressions of PTR signal for multilayer samples are derived. The optically opaque three-layer sample is analyzed in details. Using the derived amplitude and phase expressions, the experimental data of the three-layer sample are fitted. The thickness of the buried layer in the sample is calculated.