8(1989), 3:225~229

红 外 研 究
Chin. J. Infrared Res.

棱镜-薄膜波导耦合的傅里叶频谱分析方法

熊政军　刘贤德

(华中理工大学光学系，湖北，武汉)

摘要——把傅里叶频谱分析方法引入棱镜-薄膜波导耦合系统的输入输出耦合问题，快速而完整地求解了系统输入输出耦合方程组。

关键词——波导耦合系统，傅里叶频谱分析，耦合方程。

1. 引　言

各向异性介质光学多波导系统在光纤通讯、集成光学及激光技术等领域得到迅速发展，有必要对材料的光学特性进行理论研究与分析。对于多波导系统中波导之间模式相互耦合的理论分析与研究尤其迫切和重要。在我们设计的棱镜-薄膜波导耦合系统中[1]，棱镜输入输出耦合是关键部分。棱镜耦合器是由田炳根等人[2]研制成功的，先后有 R. Ulrich 等人、J. H. Harris 等人[3]和金锋等人[4]等分别用平面波理论、高斯光束理论以及多波导物理模型对各向同性无损耗的棱镜-波导系统的模式耦合作了理论分析，另外 Joanna Jannson[5] 用平面波理论对各向异性的单轴波导-棱镜耦合方法作了理论分析。上述各种分析的结果——耦合模方程无疑是非常有用的，但是对它们的计算机数值求解或数学上精确求解都是比较困难的，尤其是后者。本文采用傅里叶频谱分析方法，借助多波导系统的物理及数学模型，把输入高斯光束按平面波展开，求得棱镜耦合的一些特性及耦合模方程之解。

2. 输入输出的傅里叶变换

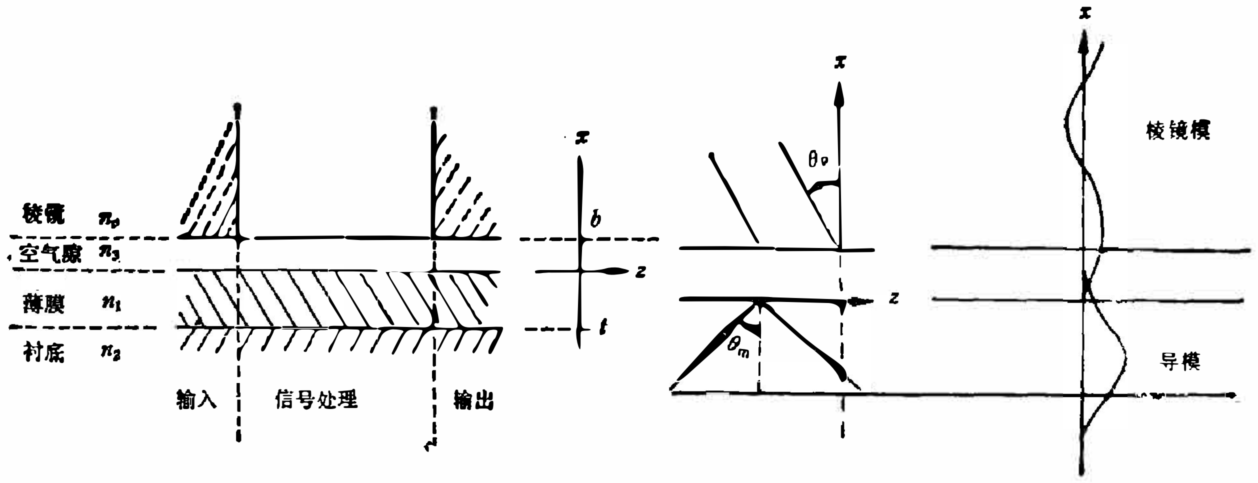
利用 D. Marcuse 模式展开理论对多波导系统求解麦克斯韦方程，得到波导耦合系统的理想波导耦合模方程

$$\frac{\partial C_u}{\partial Z}=C_v K_{vu}\exp[j(\beta_u-\beta_v)Z] \tag{1}$$

及耦合系数表达式

$$K_{uv}=\frac{w\varepsilon_0}{4jp}\iint_s (n^2-n_{iv}^2)\left[E_{ux}^* E_{vx}+E_{uy}^* E_{vy}+\frac{n_{ju}^2}{n^2}E_{uz}^* E_{vz}\right]dx\,dy, \tag{2}$$

本文 1988 年 5 月 17 日收到。修改稿 1989 年 1 月 12 日收到。



(a) (b)

图1 棱镜-波导耦合系统

Fig. 1 A prism-waveguide coupling system.

上述两个表达式都忽略了向后传播的模；u, v 分别为模式指数；C_u 为第 u 个模的展开系数；n 为折射率，与坐标位置有关；n_{lv} 表示系统的第 l 个波导中第 v 个模式的折射率；β 为模式的传播常数；Z 为模式在波导内传播的距离；ε_0 为真空介电常数；ω 为真空中光波角频率；p 为一个模式所携带的功率；$E_{x,y,z}$ 分别为模式在 x, y, z 方向上的横场分布. 式(1)说明了系统中某一模式 C_u 与系统所有其它模 C_v 之间的相互作用关系，式(2)描述了 C_u 与 C_v 之间相互作用关系的强弱.

图1为棱镜-薄膜波导输入输出耦合系统的示意图及所取的坐标系统，下标1, 2, 3和 p 分别代表薄膜、衬底、空气隙和棱镜；b 和 t 分别为空气隙与薄膜的厚度；θ_p 为棱镜内光束的入射角；θ_m 为薄膜波导内第 m 个导模入射角的本征值. 整个系统内电场分布可写成

$$E_{xy}=\int C_i E_{ixy}\exp(j\beta_i Z)\,d\beta_i+\sum_m C_m E_{mxy}\exp(j\beta_m Z)+\int C_\beta E_{\beta xy}\exp(j\beta Z)\,d\beta, \tag{3}$$

式中右边第一项为输入波的横电场，显然这里假定它是单一波长且发散角很小；第二项为薄膜波导中本征模的横电场；第三项为棱镜模的横电场. 可分别对各向同性无损耗介质波导孤立求解麦克斯韦方程而得到它们的振幅 E_{ixy}, E_{mxy} 和 $E_{\beta xy}$. 在薄膜波导-棱镜耦合系统内，输入波可分成两类，一类是由激光器输出而入射到棱镜内的高斯模；另一类是棱镜的本征模，它是由激光模耦合到薄膜中之后，由薄膜内馈送到棱镜中去的，对于棱镜模，假设它们只在下底受限，且

$$E_{py}(x,\ Z,\ t)=\mathscr{E}_{py}(x)\exp[-j(\omega t-\beta_z Z)], \tag{4}$$

$$H_{py}(x,\ Z,\ t)=\mathscr{H}_{py}(x)\exp[-j(\omega t-\beta_z Z)]. \tag{5}$$

求其解得TE模

$$\mathscr{E}_{py}(x)=\begin{cases}A_p\cos[h_p(x-b)-\Phi_p], & x\in[b,\ \infty)\\ A_p\cos\Phi_p\exp[q_p(x-b)] & x\in(-\infty,\ b]\end{cases} \tag{6}$$

和TM模

$$\mathscr{H}_{py}(x)=\begin{cases}A'_p\cos[h_p(x-b)-\Phi'_p], & x\in[b,\ \infty)\\ A'_p\cos\Phi'_p\exp[q_p(x-b)]. & x\in(-\infty,\ b]\end{cases} \tag{7}$$

式(6)、(7)中 $h_p=(n_p^2k^2-\beta_p^2)^{1/2}$, $q_p=(\beta_p^2-n_3^2k^2)^{1/2}$, $\beta_p=n_pk\sin\theta_p$, $\Phi_p=\mathrm{tg}^{-1}(q_p/h_p)$, $\Phi_p'=\mathrm{tg}^{-1}[(n_p/n_3)^2q_p/h_p$, $A_B=\left(4k\sqrt{\dfrac{\mu_0}{\varepsilon_0}}\quad\pi h_p\right)^{1/2}$, $A_B'=n_pA_B$. 对于单模 He-Ne 激光器,假设其束腰光斑半径为 w_0,则其横场分布为

$$E_{ixy}=A_i\exp[-(x^2+y^2)/w^2], \tag{8}$$

式中 $w^2=w_0^2\left[1+\left(Z\dfrac{\lambda}{n_p\pi w_0^2}\right)^2\right]$, $A_i=E_0w_0/w$, E_0 为一常数因子. 假设入射到棱镜后光线行进的方向与膜面法线成 θ_p 角,且在入射之前光沿着 $+Z$ 轴方向传播,光束中心位于 $x=b+\omega_0\cos\theta_p$ 处,如图 2 所示. 经坐标变换后可得到入射后的横场分布

$$E_{ixy}=E_0\frac{w_0}{w}\exp\{-[(x-b)\sin\theta_p+(Z\cos\theta_p-w_0)]^2/w^2\}. \tag{9}$$

在式(9)中已假定了激光束经聚焦后束腰位于棱镜底部,光斑中心位于 $Z=w_0/\cos\theta_p$ 处.

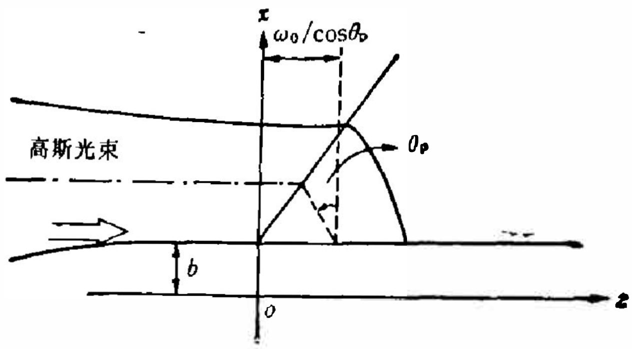


图 2　高斯光束耦合

Fig. 2　Gaussian beam coupling.

由于式(6)、(7)是平面波在棱镜内激发的本征模,由此可知,对应于每一个传播常数为 h_p 的平面波 $\exp(ih_px)$, 都有一个棱镜模与之对应, 即入射到棱镜内的每一个平面波都能激发一个传播常数与之相同的棱镜模. 自然, 如有一组平面波激发棱镜, 棱镜内便可产生一组与之对应的本征棱镜模,这些模的迭加形成了有一定分布的输入波. 我们由此想到,如果输入的不是平面波, 而是其它比较复杂的波形(如高斯分布), 首先就应该在它与平面波之间建立某种联系. 数学上的傅里叶变换是解决这个问题的有力工具,我们讨论的正是高斯模,因此就不难设想这一高斯光束能在棱镜内激发数个棱镜模. 根据傅里叶变换理论,有

$$E_{ixy}=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{+\infty}C_i(Z,\ h_p)\exp[ih_p(x-b)]dh_p, \tag{10}$$

$$C_i(Z,\ h_p)=\int_{-\infty}^{+\infty}E_{ixy}(x,\ Z)\exp[-ih_p(x-b)]dx. \tag{11}$$

式中 $C_i(Z,\ h_p)$ 为把高斯光束展开成平面波的展开系数, 不难看出, 它与式(3)中的 C 是相当的,把式(9)代入(11)后积分,得

$$C_i=\frac{\sqrt{2\pi}\ w_0E_0}{\sin\theta_p}\exp\left[-\left(\frac{h_pw}{2\sin\theta_p}\right)^2+ih_p\frac{Z\cos\theta_p-w_0}{\sin\theta_p}\right]. \tag{12}$$

展开式(1)即得到棱镜-波导系统的输入耦合模方程组

$$\left.\begin{aligned}\frac{\partial C_\beta}{\partial Z}&=K_{\beta m}C_m\exp[j(\beta-\beta_m)Z]+\int K_{\beta i}C_i\exp[j(\beta-\beta_m)Z]d\beta_i,\\\frac{\partial C_i}{\partial Z}&=K_{im}C_m\exp[j(\beta_i-\beta_m)Z]+\int K_{i\beta}C_\beta\exp[j(\beta_i-\beta)Z]d\beta,\\\frac{\partial C_m}{\partial Z}&\int=K_{mi}C_i\exp[j(\beta_m-\beta_i)Z]d\beta_i+\int K_{m\beta}C_\beta\exp[j(\beta_m-\beta_i)Z]d\beta.\end{aligned}\right\}\tag{13}$$

在输入端棱镜内，除了输入高斯模及其反射波外，另外还有棱镜模的存在，这是由于当输入高斯模耦合到薄膜波导内后，波导模式与棱镜模式发生耦合，从而也有棱镜模功率存在. 由于棱镜模只在底部受限，从射线光学的观点看，输入端的棱镜模的传输方向是由下而上的，故不会再对波导模有影响. 另外，对于弱耦合的情况，在输入耦合区内，由于输入高斯光束的强度远大于存在的棱镜模强度，故为使计算简化，在输入端假设棱镜内只存在输入高斯模，那么输入端耦合模方程组便为

$$\left.\begin{aligned}\frac{\partial C_i}{\partial Z}&=K_{im}C_m\exp[j(\beta_i-\beta_m)Z],\\\frac{\partial C_m}{\partial Z}&=\int K_{mi}C_i\exp[j(\beta_m-\beta_i)Z]d\beta_i.\end{aligned}\right\}\tag{14}$$

由式(12)，(14)可求得波导模的 C_m，有

$$C_m=\frac{\partial C_i}{\partial Z}K_{im}^{-1}\exp[j(\beta_m-\beta_i)Z].\tag{15}$$

当 $h_p=h_m$ 时，可得到

$$|C_m|=\frac{\sqrt{\pi}\,w_0h_p\cos\theta_pE_0}{\sin^2\theta_p}\exp\left(-\left(\frac{h_pw}{2\sin\theta_p}\right)^2\right)|K_{im}|^{-1}.\tag{16}$$

定义输入耦合效率为棱镜内激光高斯光束入射到底部的功率 p_i 与它在波导激发的某一模式 m 的功率 p_m 之比 $\eta_{in}(l)$，即

$$\eta_{in}(l)=p_m/p_i=\int_0^l\int_{-\infty}^{+\infty}|C|^2dh_pdZ\Big/\int_0^l|E_{iwy}|^2dZ.\tag{17}$$

式中 l 为输入耦合长度. 积分后可得到

$$\begin{aligned}\eta_{in}(l)=&\frac{4\pi^2n_p\cos^2\theta_p}{\lambda|K_{im}|^2\sin\theta_p}\left\{\frac{l\cos\theta_p-w_0}{[Z_0^2+(l\cos\theta_p+w_0)^2]^{1/2}}+\frac{w_0}{(Z_0^2+w_0^2)^{1/2}}\right\}\\&\cdot\left[\operatorname{erf}\left(\sqrt{2}\,\frac{l\cos\theta_p-w_0}{w_0}\right)+\operatorname{erf}(\sqrt{2})\right],\end{aligned}\tag{18}$$

式中 $\operatorname{erf}(\xi)$ 为误差函数；Z_0 为高斯光束的本征长度 $Z_0=n_pw_0^2\pi/\lambda$. 上式的计算采用了一定的近似，但在 l 小于几十个 w_0 时是十分精确的. 当 w_0 比 λ 大得多时(实际情况如此)，如果耦合长度 l 满足

$$\operatorname{erf}\left(\sqrt{2}\,\frac{l_m\cos\theta_p-w_0}{w_0}\right)+\operatorname{erf}(\sqrt{2})=\frac{2\sqrt{2}}{w_0\sqrt{\pi}}\cos\theta_pl_m\exp\left[-\left(\sqrt{2}\,\frac{l_m\cos\theta_p-w_0}{w_0}\right)^2\right],$$

则将达到最佳耦合效率

$$\eta_{max}=|K_{im}|\frac{-2\sqrt{2\pi^5}\cos^2\theta_pw_0n_p}{Z_0\lambda\sin\theta_p}\exp\left[-\left(\sqrt{2}\,\frac{l_m\cos\theta_p-w_0}{w_0}\right)^2\right].\tag{19}$$

对于零阶 TE 模，利用计算机数值求解可得到 l_m 为 $1.65w_0$，此值与 Joanna Jannson 用几何光学方法计算的结果基本一致.

参 考 文 献

[1] 熊政军,刘贤德,第三届全国应用红外技术会议论文,1987 年 10 月,黄山。

[2] Tien P. K. et al., *Applied Optics*,, **14** (1969).

[3] Vlrich R. et al, *J. O. S. A.*, **60**, 1337; Tien P. K. and Vlrich R., *J. O. S. A.*, **60**, 1325; Harris J. H., e al., *J. O. S. A.*, **60**, 1007.

[4] 金锋等,电子学报,(1982), 3: 56.

[5] Jannson Joanna, *Applied Optics*, **20** (1981), 374.

FOURIER SPECTRAL ANALYSIS FOR PRISM–THIN FILM WAVEGUIDE COUPLING

XIONG ZHENGJUN, LIU XIANDE

(Optics Department, Huazhong University of Science and Technology, Wuhan, Hubei, China)

ABSTRACT

The Fourier spectral analysis method is applied to the input–output coupling problem of a prism–thin film waveguide system. The input–output coupling equations are solved fast and exactly.