

分布反馈和螺旋反馈激光器的最新耦合波理论

Fritz K.Kneubühl, Cul Dafu*

(Institute of Quantum Electronics, ETH, CH-8093, Zurich, Switzerland)

摘要——给出了无相位匹配和有相位匹配分布反馈激光器以及螺旋反馈激光器的统一解析耦合波理论。该理论限于折射率、波导截面或增益为弱简谐周期调制或螺旋调制。导出了激光模的色散关系、共振频率和阈值增益的近似解析表达式。

关键词——分布反馈激光器, 螺旋反馈激光器, 耦合波理论。

1. 引 言

激光器中的光学反馈一般由常规激光共振器两个腔镜的反射来实现。用镜片做为光学反馈共振器, 其主要缺点是, 几乎所有频率间隔为 $c/2R$ 的基本纵模每次穿越损耗都相等, 这里 c 代表光速, R 代表共振腔的长度。这一缺点妨碍了使用宽带增益激活介质的激光器的单模运转, 如染料激光器, 半导体激光器和高压气体激光器。若把常规的光学激光共振器换成轴向周期激光器结构或螺旋激光器结构, 上述的缺点就可以克服。在后两种激光器结构中, 光学反馈由波导、激光介质的折射率或增益的周期调制或螺旋调制引起的背向布喇格散射提供。在这种情况下, 光学反馈沿着整个激光器结构分布。所以, 把轴向周期激光器结构称为分布反馈(DFB), 把螺旋激光器结构称为分布螺旋反馈(HFB)。DFB和HFB的重要特征是具有高度的光谱选择性, 这正是布喇格效应固有的特点。因此, 即使对于宽带增益的激光介质, 也容易从基本纵向激光模中选出单模来。

DFB首先在染料激光器中实现^[1,2], 然后是固体激光器^[20]和气体激光器^[3,8]。HFB的概念是后来才提出并应用到气体激光器^[21,22]和包含有胆甾型液晶的染料激光器^[11,23], 胆甾型液晶起光学波导的作用。

有关DFB和HFB的大多数计算都基于微扰理论, 微扰理论可用于具有弱轴向周期或螺旋空间调制的激光器结构, 这种空间调制可由波导截面或激光介质的折射率以及增益产生。成功的耦合波理论^[11,13,16,17,23,24,28,29,30,33]是各种近似DFB和HFB计算中最为人们熟悉的方法。另一方面, 对波导截面、折射率或增益有强空间调制的DFB和HFB情形, 耦合波理论失效。这时, 对于各种轴向周期调制, DFB模的色散关系、共振条件以及阈值增益已根据矩阵理论求得^[7,8], 矩阵理论最初仅用于轴向周期分段恒定调制的DFB^[33]。

本文1988年3月9日收到。

* 崔大复, 访问学者, 中国科学院物理研究所, 北京。

轴向周期纯折射率调制或纯波导截面调制的DFB激光器,在布喇格频率附近出现所谓频率隙或阻带,而没有DFB模存在。这种频率隙相应于半导体中的能隙。然而,如果在周期激光器结构中引入一个空间间隙,借助相位匹配就可以在该频率隙内产生DFB模,即隙内模。在周期性激光器结构中的这种间隙相当于半导体中的杂质,即施主或受主,并导致杂质能级中的隙内模。由上述相位匹配方法产生的隙内DFB模优于标准DFB模,因为它们显示窄的带宽和较强的DFB^[4, 6, 23, 31],这些隙内模允许DFB激光器以单模运转^[10, 23]。

前面提到的耦合波理论已被用于无相位匹配和有相位匹配的DFB激光器及HFB激光器。然而,详细研究有关文献后发现,这些激光器的耦合波理论可以在其解析表示、一致性和简单性等方面进一步改善。这将在以下的章节中进一步论证。

2. 分布反馈波动方程

我们考虑一个在 Z 方向具有周期性的DFB激光器结构,这里 Z 方向相应于激光器的轴向。进一步假设一束电磁波在 Z 方向上传播并以 $\exp(+i\omega t)$ 形式振荡。在大多数有关DFB的耦合波理论中,波的电磁场只由与 Z 方向有关的电场振幅 $E(Z)$ 表示。设该场振幅满足DFB波动方程^[7, 8, 13]

$$d^2 E/dZ^2 + K^2(\omega, Z)E = 0. \quad (1)$$

该方程含有复数周期性波数

$$K(\omega, Z) = \omega n(Z)c^{-1} + i\alpha(Z) = K(\omega, Z + L), \quad (2)$$

其中 $n(Z) = n(Z + L)$, $\alpha(Z) = \alpha(Z + L)$, L 表示激光器结构的周期。在一级近似下,我们合理地认为,周期性折射率 $n(Z)$ 和周期性增益 $\alpha(Z)$ 都与圆频率 ω 无关。相对于复数周期波数 $K(\omega, Z)$,我们区分成下面几种轴向周期激光器结构和DFB:

(1) 无增益纯折射率调制,即被动波导结构:

$$K(\omega, Z) = \omega n(Z)c^{-1}, n(Z) \neq \text{const}, \alpha = 0; \quad (3a)$$

(2) 增益恒定纯折射率调制:

$$K(\omega, Z) = \omega n(Z)c^{-1} + i\alpha, n(Z) \neq \text{const}, \alpha = \text{const} > 0; \quad (3b)$$

(3) 折射率恒定纯增益调制:

$$K(\omega, Z) = \omega n c^{-1} + i\alpha(Z), n = \text{const} > 1, \alpha(Z) \neq \text{const}; \quad (3a)$$

(4) 折射率调制和增益调制同时存在:

$$K(\omega, Z) = \omega n(Z)c^{-1} + i\alpha(Z), n(Z) \neq \text{const}, \alpha(Z) \neq \text{const}. \quad (3d)$$

这里应注意到,对于DFB波导激光器,波导截面的轴向周期调制可由出现在复周期波数 $K(\omega, Z)$ 中的折射率 $n(Z)$ (见方程(2))的周期调制来表示。

从数学上来讲,DFB波动方程(1)相当于Hill微分方程。在方程(3a)描述的被动周期波导结构情形下,这个方程是实数型的。实型Hill微分方程及其解是众所周知的^[14, 15]。此外,实型Hill微分方程也表征具有一维周期势 $V(Z) = -K^2(Z)$ 的与时间无关的薛定格方程,它出现在一维固体能带理论中。另一方面,对所有由方程(3b)~(3d)定义的主动周期激光器结构,Hill微分方程是复数型的。有关复数Hill微分方程的知识还很缺乏^[7, 8, 18, 26, 27],因此,DFB的数学分析会出现严重的困难。

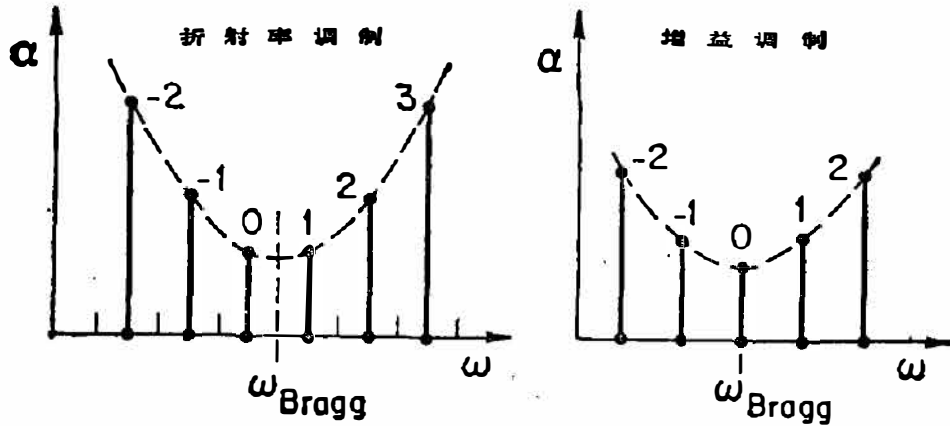


图1 在高增益近似条件下, 纯折射率调制($\Delta\alpha=0$)和纯增益调制($\Delta n=0$)两种不同情形下的DFB模的共振圆频率 ω_q 和阈值增益 α_q 。

3. 无相位匹配的分布反馈

3.1 一般关系式

DFB 激光器的耦合波理论多少有点局限于折射率或增益为简谐调制, 这种限制使得DFB 方程(1)从一般的复 Hill 微分方程化简成复 Mathieu 微分方程^[1, 19, 25]。在耦合波理论中, 方程(2)中的复波数 $K(\omega, Z)$ 可近似表示为

$$K(\omega, Z) = K(\omega, Z+L) = \{n(\omega/c) + i\alpha\} + \{\Delta n(\omega/c) + i\Delta\alpha\} \cos 2\pi Z/L \quad (4)$$

设

$$|\Delta n| \ll n \text{ 以及 } |\alpha|, |\Delta\alpha| \ll n(\omega/c) \quad (5)$$

则有

$$K^2(\omega, Z) \approx n^2(\omega/c)^2 + i\alpha 2n(\omega/c) + \{\Delta n(\omega/c) + i\Delta\alpha\} 2 \cos 2\pi Z/L \quad (6)$$

大多数 DFB 激光器运转时, 都含有一级 DFB 效应或布喇格效应。通常布喇格传播常数 β_B 和布喇格圆频率 ω_B 定义为

$$\beta_B = \pi/L, \quad \omega_B = (c/n)(\pi/L) \quad (7)$$

在耦合波理论中, 为了求解方程(1)和(6)确定的特征 DFB 波动方程, 首先假设场 $E(Z)$ 有如下形式:

$$E(Z) = E_-(Z)e^{-i\beta_B Z} + E_+(Z)e^{+i\beta_B Z} \quad (8)$$

这里负号表示向右传播的波, 正号表示向左传播的波。方程(6)中 $K^2(\omega, Z)$ 表征的简谐调制正比于

$$2 \cos 2\pi Z/L = 2 \cos 2\beta_B Z = e^{+i2\beta_B Z} + e^{-i2\beta_B Z} \quad (9)$$

所以, 该调制使方程(8)描述的两束沿相反方向传播的波相互耦合, 这种耦合引起两个振幅 E_- 和 E_+ 沿周期激光器结构变化, 它们都成为 Z 的函数。因此, 每束波的能量都会经过耦合转移给另一束波。

为了计算与 Z 有关的振幅 $E_{\pm}(Z)$, 我们假设二级导数 $d^2 E_{\pm}(Z)/dZ^2$ 可以忽略, 将方程(1)、(6)、(8)和(9)联立, 我们找出耦合波理论的典型方程组

$$\frac{d}{dZ} \begin{pmatrix} E_-(Z) \\ E_+(Z) \end{pmatrix} \approx \begin{pmatrix} -i[\Delta\omega(n/c) + i\alpha] & -ik \\ +ik & +i[\Delta\omega(n/c) + i\alpha] \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_-(Z) \\ E_+(Z) \end{pmatrix} \quad (10)$$

其中 $\Delta\omega = (\omega - \omega_B)$, $2k = [(\Delta n/n)(\pi/L) + i\Delta\alpha]$ 。在这些方程中, k 表示耦合参量。方程组(10)的特征矩阵的本征值 $i\Delta\beta$ 服从关系式

$$\{\Delta\omega(n/c) + i\alpha\}^2 = k^2 + \Delta\beta^2, \quad (11)$$

其中 $\Delta\beta = \beta - \beta_B$, $\Delta\omega = \omega - \omega_B$ 。一方面, $\Delta\beta$ 定义了传播常数 β 对 $\beta_B = \frac{\pi}{L}$ 的偏差, 另一方面, 它也确定了由耦合引起的振幅 $E_{\pm}(Z)$ 轴向调制的周期 $P = 2\pi/\text{Re}\Delta\beta$ 。方程(11)是非常重要的, 因为它表示在一级布喇格条件附近无限长轴向周期激光器结构 DFB 模的色散关系。

对无增益($\alpha=0$)纯折射率调制($\Delta\alpha=0$), 即被动轴向周期波导结构, 色散关系(11)呈现一个频率隙

$$\omega(\beta_B) = \omega_B \pm (\Delta\omega_B/2), \quad (12)$$

这里 $\Delta\omega_B = 2(c/n)k$, 它相应于半导体中的能隙。

则 DFB 色散关系(11)是对无限周期激光器结构得到的, 而共振圆频率 ω_q 和阈值增益 α_q 则出现在有限周期激光器结构。后者由长度 $R = ML$ 和在有限周期激光器两端电场的边界条件决定, 这里 M 是周期数。为了简单起见, 我们取激光器的长度从 $Z = -R/2 = -ML/2$ 延伸到 $Z = +R/2 = ML/2$, 此外, 振幅 $E_{\pm}(Z)$ 满足边界条件^[13]

$$E_-(-ML/2) = E_+(+ML/2) = 0 \quad (13)$$

更复杂的边界条件已在许多 DFB 研究中讨论过^[24]。由方程(13)所限定的边界条件意味着场振幅有如下的空间变化:

$$\left. \begin{aligned} E_-(Z) &= E_0 \sin \Delta\beta \{Z + (ML/2)\}, \\ E_+(Z) &= \pm E_0 \sin \Delta\beta \{Z - (ML/2)\}. \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

将方程(10)和(14)联立, 得到

$$\left. \begin{aligned} \Delta\beta - [\Delta\omega(n/c) + i\alpha] &= \pm k e^{+i2u}, \\ \Delta\beta + [\Delta\omega(n/c) + i\alpha] &= \mp k e^{-i2u}, \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

其中 $u = \Delta\beta ML/2$ 。把方程(15)两式相加, 并进一步进行求和变换, 就推导出确定第 q 级 DFB 模的共振条件为

$$\cos(2\Delta\beta_q ML) = 1 + 2(\Delta\beta_q/k)^2. \quad (16)$$

该共振条件是对 DFB 激光器早期耦合波理论相应条件^[13]的修正。这是一个改进, 因为它能提供 $\Delta\beta_q$ 的简单近似解析解。

第 q 级 DFB 模的共振圆频率 ω_q 和阈值增益 α_q 可以借助于关系式

$$\Delta\omega_q(n/c) + i\alpha_q = \mp k \cos(\Delta\beta_q ML) = -i\Delta\beta_q \cot(\Delta\beta_q ML) \quad (17)$$

由 $\Delta\beta_q$ 求得, 将方程(15)的两式相减就可以导出方程(17)。共振条件(16)不能精确求解, 但在特殊情形下可以近似求解。众所周知的两种近似, 一个是对高增益 α , 另一个是对低增益 α 。

3.2 高增益近似

对于一台 DFB 激光器, 当它的增益 α 甚大于耦合参量 k 的绝对值时, 从色散关系(11)可以推导出 $\Delta\beta$ 的近似表达式:

$$\Delta\beta \approx \Delta\omega(n/c) + i\alpha, \quad \alpha \gg |k| \quad (18)$$

把 $\Delta\beta$ 的这个近似解代入方程(15)中的第二式中, 得出关系式

$$\alpha - i\Delta\omega(n/c) = \pm \frac{1}{2} |k| e^{+ \alpha ML - i[\Delta\omega(n/c)ML - \phi_k - (\pi/2)]}, \quad (19)$$

其中 $\bar{k} = |k|e^{i\phi_k}$, ϕ_k 代表耦合参量 k 的相位。在布喇格圆频率附近, 即当 $\Delta\omega \ll \alpha c/n$ 时, 方程 (19) 包含着如下相位条件:

$$\Delta\omega_q(n/c)ML - \phi_k - (\pi/2) = (q-1)\pi, \quad (q=0, \pm 1, \pm 2) \quad (20)$$

这个条件确定了 $\Delta\omega_q$, 因此也就确定了 DFB 模的共振圆频率 ω_q

$$(nL/\pi c)\omega_q = M + q - 1/2 + \phi_k/\pi, \quad (q=0, \pm 1, \pm 2), \dots \quad (21)$$

对纯折射率调制, 相位 ϕ_k 为零; 而对纯增益调制, ϕ_k 等于 $\frac{\pi}{2}$ 。这意味着, 对纯增益调制, 零级 DFB 模的共振频率 ω_0 相当于布喇格圆频率 ω_B 。一般来说, 具有低 $|q|$ 的 DFB 模, 其共振圆频率 ω_q 接近布喇格圆频率 ω_B 。

对方程 (19) 两边取模数, 可求出 DFB 模的阈值增益 α_q 为

$$\alpha_q^2 + \Delta\omega_q^2(n/c)^2 = \frac{1}{4} |k|^2 e^{+2\alpha_q ML}. \quad (22)$$

对于布喇格圆频率 ω_B 附近的 DFB 模, 即当 $|q|$ 很小且 $\Delta\omega_q \ll \alpha c/n$ 时, 方程 (22) 可近似化成

$$\alpha_q \approx \alpha + \frac{(n/c)^2 \Delta\omega_q^2}{2\alpha(\alpha ML - 1)}, \quad (23)$$

其中 $\alpha = \frac{1}{2} |k| e^{+\alpha ML}$ 。这个近似表达式说明, 倘若

$$\alpha_0 LM \approx \alpha LM > 1, \quad (24)$$

则在布喇格圆频率 ω_B 附近阈值增益 α_q 呈现极小值, 阈值增益 α_q 的这个极小值正是 DFB 激光器的基本特征。图 1 示出了在高增益近似下对纯折射率调制 ($\Delta\alpha=0$) 和纯增益调制 ($\Delta n=0$) 两种不同情形, DFB 模的共振圆频率 ω_q 和相应的阈值增益。

3.3 低增益近似

当增益甚小于耦合参量 k 的绝对值时, DFB 激光模的共振圆频率 ω_q 及其相应的阈值增益 α_q 可以根据共振条件 (16) 计算。低增益介质 DFB 激光器最常见的调制是纯折射率调制 ($\Delta\alpha=0$)。对低增益和纯折射率调制, 方程 (16) 可以化成简单的共振条件

$$\Delta\beta_q ML \approx \pi q [1 + i(kML)^{-1}], \quad (25)$$

其中 $k = (\Delta n/2n) (\pi/L)$, $q=0, \pm 1, \pm 2, \dots$ 。利用方程 (11), (17) 和 (25), 得到

$$\omega_q \approx \omega_B \pm (\Delta\omega_B/2) \cosh\left(\frac{\pi q}{kML}\right),$$

$$\alpha_q ML \approx \left(\frac{\pi q}{kML^2}\right). \quad (26)$$

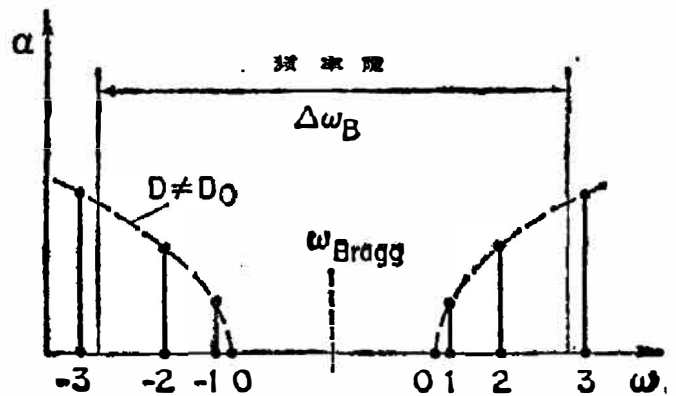


图 2 低增益介质和纯折射率调制 ($\Delta\alpha=0$) 的 DFB 模的共振圆频率 ω_q 和阈值增益 α_q 。

这些方程说明, 在频率隙 $\Delta\omega_B$ 内不存在 DFB 模, 并且, 隙边缘附近的 DFB 模有最小的阈值增益, 如图 2 所示。然而必须指出, 由于激光激活介质的非线性增益饱和, 靠近隙边缘的 DFB 模的输出功率会显著下降。

4. 相位匹配分布反馈

在第 3.3 节中, 我们已经注意到, 对于低增益 ($\alpha \ll |k|$) 和纯折射率调制的 DFB 激光器, 园频率隙 $\Delta\omega_B$ 内不存在 DFB 模。正如第一节中所提到的, 如果在连续周期激光器结构中引进一个空间间隙而实现相位匹配, 就有可能在园频率隙 $\Delta\omega_B$ 内产生 DFB 模。

连续 DFB 激光器结构中的空间间隙效应可用耦合波理论来描述^[23, 31]。在该理论中, 间隙使得第 q 个 DFB 模的相位减少一个固定的量 ϕ_D , 这里 ϕ_D 由间隙的宽度 D 及其光学特性决定。对低增益 ($\alpha \ll |k|$) 和纯折射率调制 ($\Delta\alpha = 0$), 空间间隙及其相应的相位变化可表示为

$$\left. \begin{aligned} \Delta n = \alpha = \Delta\alpha = 0, \\ \phi_D = \beta D = \omega(n/c)D = 2\pi(D/\lambda_g), \end{aligned} \right\} \quad (27)$$

式中 $\lambda_g = 2\pi c/\omega n$ 表示具有空间间隙的导波波长。对具有空间间隙的周期激光器结构, DFB 模共振条件可由把相位改变 ϕ_D 直接加进连续周期激光器结构的共振条件(25)中而得到。这样, 相位 $\beta_q ML$ 将做如下修正:

$$\Delta\beta_q ML = \Delta\beta_q^* ML - \phi_D \simeq \pi q [1 + i(kML)^{-1}], \quad (28)$$

其中 $k = (\Delta n/2n)(\pi/L)$, $q = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$ 。把修正过的相位 $\Delta\beta_q^* ML$ 代入方程(17),

我们就得出相应的共振频率 ω_q^* 和阈值增益 α_q^* 。结果是

$$\left. \begin{aligned} \omega_q^*(D) &= \omega_q^*(D + \lambda_g/2) \\ &= \omega_B \pm (\Delta\omega_B/2) \cos \phi_D \\ &\quad \cdot \cosh\left(\frac{\pi q}{kML}\right), \\ \alpha_q^*(D) &= \alpha_q^*(D \pm \lambda_g/2) \\ &= \left| k \sin \phi_D \sinh\left(\frac{\pi q}{kML}\right) \right| \end{aligned} \right\} \quad (29)$$

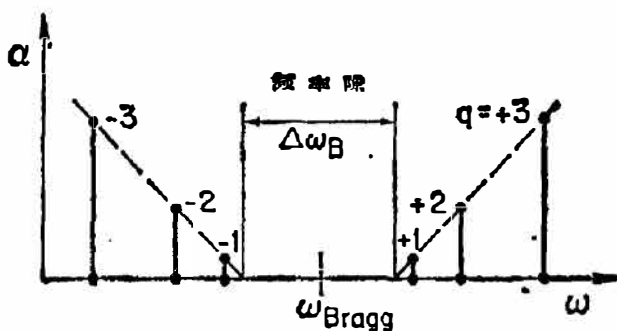


图 3 由宽度为 D 的空间间隙修正后的 DFB 模的共振园频率 ω_q^* 和阈值增益 α_q^* (DFB 模序数 $q = \pm 1, \pm 2$ 代表隙内模)

由于 $|\cos \phi_D| < 1$, 受空间间隙修正后的 DFB 模有一部分进入园频率隙 $\Delta\omega_B$ 之内, 如图 3 所示。

在方程(29)中, ω_q^* 和 α_q^* 都是 D 的周期函数, 其周期为 $\lambda_g/2$ 。当 $D=0$ 时, 方程(29)中的 ω_q^* 与方程(26)中的 ω_q 相同。然而, 根据方程(29), 尽管 $D=0$, α_q^* 却不同于方程(26)中的 α_q , 因为它们是由不同近似条件求得的。

是否有 DFB 模在布喇格园频率 ω_B 处是个有趣的问题。对一个特定的间隙 D_0 , 令

$$D_0 = (\lambda_g/2) \left(p + \frac{1}{2} \right), \quad (\lambda_g = 2\pi c/n\omega_B, \quad p = 0, \pm 1, \pm 2, \dots) \quad (30)$$

它们是存在的。此时, 不同 q 的 DFB 模是简并的, 这些模以相同的园频率 ω_B 振荡, 但有不同的阈值增益 $\alpha_q^*(D_0)$:

$$\omega_q^*(D_0) = \omega_B, \quad \alpha_q^*(D_0) = k \sinh\left(\frac{\pi q}{kML}\right), \quad (31)$$

该结论已由 DFB 气体激光器所证实^[31]。

5. 螺旋反馈

DFB 激光器的概念是在轴向周期结构的选频布喇格效应基础上建立起来的。然而,直到最近才注意到^[21],连续螺旋激光器结构也存在与布喇格效应相关联的选频反馈。这一点已对各种螺旋对称结构用群论方法进行了论证,并利用光泵气体激光器在实验上得到证实^[21, 22]。原则上,这些螺旋激光器结构的模共振条件偏离标准轴向周期激光器结构的模所特有的布喇格-DFB 共振条件。这就意味着,一般地来说螺旋激光器结构的色散关系不显示周期结构的布里渊区。所以,在螺旋激光器结构中产生的反馈被记做“螺旋反馈”或 HFB,而不是 DFB。

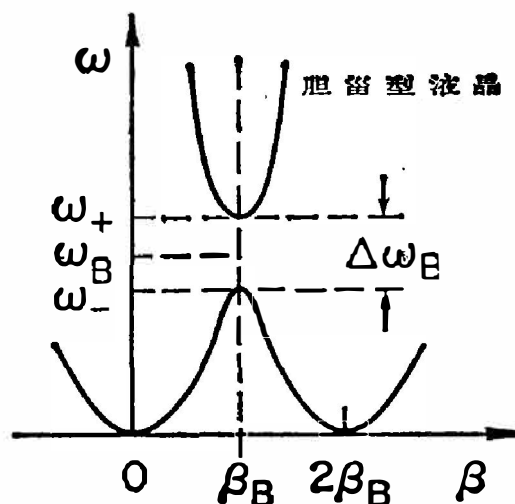


图4 胆甾型液晶的光学色散关系

原则上,耦合波理论也适用于 HFB 激光器。它首先被^[11]用在介于 HFB 和 DFB 激光器之间的一种激光器件上^[9]。这种激光器由胆甾型液晶^[5]和激光染料组成,前者形成一个螺旋对称性的光学波导,而后者做为激光激活介质。就光波而言,胆甾型液晶呈现连续双螺旋对称性 $G_{2\lambda S}$ ^[22],与其它低对称性的螺旋结构相反,对称双螺旋结构的周期长度 L 是螺距 S 的一半。所以,在早期的讨论中曾把这种激光系统视为标准的 DFB 激光器^[9]。然而,也已经注意到它发射的波是圆偏振的,这就表明在这种激光器中有 HFB。

下面我们利用耦合波理论来推导由胆甾型液晶掺杂激光染料所构成的激光系统的色散关系。为了考虑液晶的光学 $G_{2\lambda S}$ 对称性,我们必须把标量 DFB 波动方程换成矢量 HFB 波动方程

$$\frac{d^2}{dZ^2} \underline{E} + \underline{K}^2(\omega, Z) \underline{E} = \underline{0}, \quad (32)$$

其中 $\underline{K}(\omega, Z)$ 和 $\underline{K}^2(\omega, Z)$ 为张量或矩阵。对所考虑的激光系统,我们假设 $\underline{K}(\omega, Z)$ 具有如下形式:

$$\underline{K}(\omega, Z) = \underline{K}\left(\omega, Z + \frac{S}{2}\right) = \{(\omega n/c) + i\alpha\} \cdot \underline{E} + \{(\omega n/c) (\Delta n/n)\} \cdot \underline{M}(Z), \quad (33)$$

它含有矩阵

$$\underline{M}(Z) = \underline{M}\left(Z + \frac{S}{2}\right) = \begin{pmatrix} \cos(4\pi Z/S) & \sin(4\pi Z/S) & 0 \\ \sin(4\pi Z/S) & -\cos(4\pi Z/S) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad \underline{M}^2(Z) = \underline{E} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

在这些关系式中, n 代表平均折射率, Δn 是它的偏差,并且 S 代表胆甾型液晶的光学螺距,恒定的增益 α 描述激光染料。因此,矢量波动方程(32)表征一个螺旋对称的纯折射率调制。对胆甾型液晶,典型的 $(\Delta n/n)$ 值大约是 5%^[5]。依据胆甾型液晶的 $G_{2\lambda S}$ 对称性, $\underline{K}(\omega, Z)$ 和 $\underline{M}(\omega, Z)$ 的周期 L 等于螺距 S 的一半。

在方程(32)中关键的量是矩阵 $K(\omega, Z)$ 的平方, 对小的 Δn 和 α , 我们发现

$$\underline{K}^2(\omega, Z) = K^2(\omega, Z+L) = \underline{K}_0^2 \cdot E + k_1^2 \cdot M(Z), \quad (34)$$

其中 $k_0^2 = \eta^{-2}(\omega n/c)^2 + 2i(\omega n/c)\alpha$; $k_1^2 = 2(\omega n/c)^2(\Delta n/n)$; $L = S/2 = 2\pi\beta_B$; $\eta = [1 + (\Delta n/n)^2]^{+1/2} \approx 1$; $n \gg \Delta n$ 和 $(c/\omega)\alpha$ 。当增益为零($\alpha=0$)时, 可以用 $\underline{K}^2(\omega, Z)$ 来描述熟知的胆甾型液晶的光学性质^[5], β_B 表示与周期 L 有关的布喇格传播常数。

不论系统有增益($\alpha>0$)或无增益($\alpha=0$), 矢量 HFB 波动方程(32)都可用耦合波理论求解, 为此, 我们考虑在 Z 方向传播的横波。这时, 可以忽略 E_z , 而把我们的注意力集中在场分量 E_x 和 E_y 上。它们可以替换成复数场

$$E_{\pm}(Z) = E_x(Z) \pm iE_y(Z)。 \quad (35)$$

用这个定义, 由方程(32)和(34)所确定的矢量 HFB 波动方程就化成两个耦合波方程:

$$\left. \begin{aligned} -\frac{d^2}{dZ^2} E_+(Z) &= k_0^2 E_+(Z) + k_1^2 e^{i2\beta_B Z} E_-(Z), \\ -\frac{d^2}{dZ^2} E_-(Z) &= k_1^2 e^{-i2\beta_B Z} E_+(Z) + k_0^2 E_-(Z). \end{aligned} \right\} \quad (36)$$

在此方程组中, 参量 k_1^2 使 $E_{\pm}(Z)$ 表示的两个波相耦合。所以, 我们可以通过假设

$$E_{\pm}(Z) = E_{\pm}^0 e^{-\Delta\beta Z} e^{\pm\beta_B Z} \quad (37)$$

来求解上面的方程。这里, 正号代表向左传播的波, 负号代表向右传播的波。又是 $\Delta\beta$ 确定了由于耦合而诱导出来的波的轴向调制周期 $P = 2\pi/\Delta\beta$ 。将方程(36)和(37)相结合, 就给出振幅 E_{\pm}^0 的两个线性齐次方程:

$$\left. \begin{aligned} \{(\beta_B - \Delta\beta)^2 - k_0^2\} E_+^0 - k_1^2 E_-^0 &= 0, \\ -k_1^2 E_+^0 + \{(\beta_B + \Delta\beta)^2 - k_0^2\} E_-^0 &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (38)$$

仅当 E_{\pm}^0 的系数行列式为零时, 此方程才有解。这个要求使得

$$(\Delta\beta)^4 - 2\Delta\beta^2[k_0^2 + \beta_B^2] + [k_0^2 - \beta_B^2]^2 = k_1^4, \quad (39)$$

其中 $\beta = \beta_B + \Delta\beta$ 。这里应该注意, k_0 和 k_1 与圆频率 ω 有关。因此, 方程(39)是一个 β 和 ω 之间的关系式, 即色散关系。

如果出现在 k_0 中的增益 α 为零, 方程(39)就表示纯胆甾型液晶的光学色散关系^[5]。从图4我们看到, 这个关系确定了一个圆频率隙 $\Delta\omega_B$, 它出现在布喇格传播常数 β_B 的位置上。该频率隙的参量是

$$\left. \begin{aligned} \omega_B &= (\pi c/\eta n L) = (c/\eta n) \beta_B, \\ \omega_{\pm} &= [1 \mp (\Delta n/n)]^{-1} (\pi c/n L), \\ \Delta\omega_B &= \omega_+ - \omega_- \approx 2\eta^{-2} (\Delta n/n) \omega_B, \end{aligned} \right\} \quad (40)$$

其中 η 由方程(34)定义。当激光系统由胆甾型液晶掺杂激光染料组成, 增益不为零, 则在一级布喇格条件附近($\beta \approx \beta_B$), 色散关系(39)的行为很像弱纯折射率调制DFB激光器的情形^[11]。在色散关系(39)中取近似 $\beta \approx \beta_B$ 和 $\omega \approx \omega_B$, 就可证明这一论点。这时得到关系式

$$\{\Delta\omega(\eta n/c) + i\eta^{-1}\alpha\}^2 \approx \eta^{-2}\beta_B^2(\Delta n/n)^2 + \Delta\beta^2, \quad (41)$$

其中 $\Delta\omega = \omega - \omega_B$, $\Delta\beta = \beta - \beta_B$, 它非常类似于纯折射率调制DFB激光器的色散关系式(11)。

6. 结 论

本研究证明, 对于无相位匹配和有相位匹配的DFB激光器以及HFB激光器, 耦合波

理论都是适合的,由此可以得到模的色散关系、共振条件和阈值增益的简单明了的解析表达式。然而这仅限于波导截面、折射率或增益为弱调制的情形。

致谢——本研究得到苏黎世高等理工学院(ETHZ)和瑞士国家科学基金(SNF)的支持。作者感谢 Dr. S. Gnepf, Dr. H. P. Preiswerk, J. Arnesson 和 R. Kesselring 的有益讨论,同时也感谢 Mrs D. Anliker 帮助打印英文手稿。

参 考 文 献

- [1] Abramowitz M., Segun I. A. "Handbook of Mathematical Functions", Dover, N. Y. 1968.
- [2] Affolter E., Kneubühl F. K., *Phys. Lett.*, **74A** (1979), 407.
- [3] Affolter E., Kneubühl F. K., *IEEE J. Quantum Electron*, **QE-17** (1981), 1115.
- [4] Bratman V. L., Denisov G. G., Ginsburg N. S., Petelin M. I., *IEEE J. Quantum Electron*, **QE-19** (1983), 282.
- [5] De Gennes P. G., *The Physics of Liquid Crystals*, Clarendon, Oxford, 1974.
- [6] Denisov G. G., Reznikov M. G., *Soviet Phys.: Radio Phys. Quant. El.* **25** (1983), 407.
- [7] Gnepf S., Kneubühl F. K., *Int. J. IR and mm Waves*, **5** (1984), 667.
- [8] Gnepf S., Kneubühl F. K., *Infrared and Millimeter Waves*, ed. K. J. Button, Vol. 16, Chapter 2, Academic Press. N. Y., 1986.
- [9] Goldberg L. S., Schnur J. M., (1974) *Tunable Internal-Feedback Liquid Crystal-Dye Laser*, US Patent **3**. 771. 065 (9. 8. 72), CA 80, 21324a, 1974.
- [10] Kim S. H., Fonstad C. G., *IEEE J. Quantum Electron.*, **QE-15** (1979), 1405.
- [11] Kneubühl F. K., *Infrared Phys.* **23** (1983), 115.
- [12] Kogelnik H., Shank C. V., *Appl. Phys. Lett.*, **18** (1971), 152.
- [13] Kogelnik H., Shank C. V., *J. Appl. Phys.*, **43** (1972), 2327.
- [14] McKean H. P., Trubowitz E., *Comm. Pure Appl. Math.*, **XXIX** (1976), 143.
- [15] Magnus W. Winkler S., *Hill's Equation*, Wiley, N. Y., 1966.
- [16] Marcuse D., *IEEE J. Quantum Electron.*, **QE-8** (1972), 661.
- [17] Marcuse D., *Theory of Dielectric Optical Waveguides*, Academic Press, N. Y., 1974.
- [18] Meiman N. N., *J. Math. Phys.*, **18** (1977), 834.
- [19] Morse P. M., *Phys. Rev.*, **35** (1930), 1310.
- [20] Nakamura N., Yariv A., Yen H. W., *Appl. Phys. Lett.*, **22** (1973), 515.
- [21] Preiswerk H. P., Lubanski M., Gnepf S., Kneubühl F. K., *IEEE J. Quantum Electron*, **QE-19** (1983), 1452.
- [22] Preiswerk H. P., Lubanski M., Kneubühl F. K., *Appl. Phys.*, **B33** (1984), 115.
- [23] Shubert R., *J. Appl. Phys.*, **45** (1974), 209.
- [24] Streifer W., Burnham R. D., Scifres D. R. *IEEE J. Quantum Electron*, **QE-11** (1975), 154.
- [25] Strutt M. J. O., *Lamesche, Matthieusche & Verwandte Funktionen in Physik and Technik*, Ergebnisse der Mathematik & Lhrer Grenzgebiete, **1** (1932), Heft 3.
- [26] Strutt M. J. O., *Nieuw Arch. Wisk.*, **18** (1934), 31.
- [27] Strutt M. J. O., *Proc. Roy. Soc. Edinburgh*, **62** (1949), 278.
- [28] Wang S., *J. Appl. Phys.*, **44** (1973), 767.
- [29] Wang S., *IEEE J. Quantum Electron*, **QE-10** (1974a), 413.
- [30] Wang S., *Wave Electron*, **1** (1974b), 31.
- [31] Wildmann D., Gnepf S., Kneubühl F. K., *Appl. Phys.*, **B 42** (1987), 129.
- [32] Yariv A., *IEEE J. Quantum Electron*, **QE-9** (1973), 919.
- [33] Yeh P., Yariv A., Hong Chi-Shain., *J. Opt. Soc. Am.*, **67** (1977), 423.

ADVANCED COUPLED-WAVE THEORY ON DISTRIBUTED-FEEDBACK AND HELICAL-FEEDBACK LASERS

FRITZ K. KNEUBÜHL; CUI DAFU*

(Institute of Quantum Electronics, ETH, CH-8093, Zurich, Switzerland)

ABSTRACT

A unified analytical coupled-wave theory on distributed-feedback lasers without and with phase matching as well as on helical-feedback lasers is presented. This theory is restricted to weak harmonic periodic and helical modulations of refractive index, waveguide cross-section or/and gain. Approximative analytical expressions are derived for the dispersion relations, the resonance frequencies and the threshold gains of the laser modes.

* Institute of Physics, Academia Sinica, Beijing.